

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CECÍLIA MAGESKI MADEIRA SANTOS

Modelo Matemático de Vazamento de Gás em Dutos

Vitória - ES

CECÍLIA MAGESKI MADEIRA SANTOS

Modelo Matemático de Vazamento de Gás em Dutos

Projeto de Graduação
apresentado ao Corpo Docente
do Departamento de Engenharia
Mecânica da Universidade
Federal do Estado do Espírito
Santo como parte dos requisitos
para obtenção do Título de
Engenheiro Mecânico com
Ênfase na Indústria de Petróleo e
Gás.

Orientador: Prof. D. Sc. Juan
Sérgio Romero Saenz.

Vitória - ES

CECÍLIA MAGESKI MADEIRA SANTOS

Modelo Matemático de Vazamento de Gás em Dutos

**Projeto de Graduação apresentado a Banca Examinadora,
constituída por:**

Prof. D. Sc. Juan Sérgio Romero Saenz - Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Rogério Ramos
Universidade Federal do Espírito Santo

Prof. Breno Almeida Dornelas
Universidade Federal do Espírito Santo

Aprovado em _____

Agradecimentos

A Deus.

À minha mãe pelo incentivo, e pelo exemplo de força e coragem.

Ao Roni que sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Juan pela orientação no trabalho.

Aos Professores do Departamento de Engenharia Mecânica.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo – ANP, da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP e do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT por meio do “Programa Institucional da UFES para o setor Petróleo e Gás.” PRH29 – ANP/MCT.

E a Todos que indiretamente me apoiaram na conclusão deste trabalho.

Obrigada.

Resumo

Devido ao substancial aumento da demanda mundial por fontes energéticas econômicas e limpas, a utilização do gás natural cresce continuamente, mas é necessário garantir o transporte econômico e seguro.

Redes de tubulações são sistemas complexos utilizados para transportar gás natural por longas distâncias para atender tanto o abastecimento das refinarias como suprir a necessidade dos centros de consumo de gás natural. São sistemas flexíveis quanto à capacidade operacional e bastante eficientes.

Transportar gás natural com segurança, baixo risco econômico e ambiental é um dos pontos mais importantes da operação de dutos. Para aumentar a eficiência do transporte, de gás natural ou qualquer outro fluido, é fundamental desenvolver técnicas de supervisão e controle de tubulações.

Neste trabalho, Modelos Matemáticos para fluxo de gás em gasodutos serão deduzidos e estudados visando o conhecimento do comportamento do gás dentro do gasoduto. Seguindo as hipóteses de que o fluxo é unidimensional, com duto retilíneo de área constante, sem variação de energia potencial e com calores específicos constantes, especificado no Capítulo 3. Os modelos estudados no Capítulo 4 são: o Modelo do Orifício que trata de quando o furo onde ocorre o vazamento é muito pequeno e não interfere nas propriedades do fluido no duto; o Modelo do Duto já trata do rompimento total do duto, ou seja, quando o diâmetro do furo é igual ao diâmetro do duto. E também vai deduzir-se a modelagem do vazamento de gás através de um orifício variando seu diâmetro. Usando um diagrama esquemático de vazamento de gás por um orifício conforme demonstrado na Fig. 3.3, que indica um orifício localizado numa distância L da válvula de ajuste do gasoduto, através da qual ocorre o vazamento. Além de validar o modelo proposto usando um algoritmo numérico, que por sua vez gera resultados para gerar gráficos da vazão dos modelos do Orifício e do Duto, e no modelo proposto.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Diagrama ilustrativo da velocidade do som [5].	21
Figura 2.2 – Escoamento compressível em um tubo de corrente infinitesimal [5].	25
Figura 3.1 – Volume de controle elementar para escoamento com atrito em um duto de área constante	32
Figura 3.2 – Sistema em estudo	37
Figura 3.3 – Diagrama esquemático do vazamento de gás	40
Figura 3.4 – Seção Transversal de um duto	45
Figura 4.1 – Tanque esquemático	49
Figura 4.2 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Orifício	59
Figura 4.3 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Duto	59
Figura 4.4 – Gráfico das vazões do Modelo do orifício e do Modelo do Duto	59
Figura 4.5 – Gráfico para Comparação dos Modelos	60
Figura 4.6 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Orifício	61
Figura 4.7 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Duto	61
Figura 4.8 – Gráfico das vazões do Modelo do Orifício e do Modelo do Duto	62
Figura 4.9 – Gráfico para Comparação dos Modelos	62
Figura 4.10 – Variação da vazão pelo diâmetro do orifício segundo Helena Montiel [4]	63
Figura 4.11 – Gráfico da vazão pelo diâmetro do orifício por Dong Yuhua [1]	64

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Efeito no número de Mach sobre as variações de propriedade do escoamento em duto com variação de área.....	42
Tabela 4.1 – Resumo das equações do Modelo Proposto.....	54
Tabela 4.2 – Dados iniciais do exemplo 1	58
Tabela 4.3 – Dados iniciais do exemplo 2	60

Lista de Símbolos

a	velocidade do som
A_{or}	área do orifício
A	área da seção transversal do duto
C_0	coeficiente de descarga empírico
d	diâmetro do orifício
D	diâmetro do duto
f	fator de atrito
ΣF	forças de atrito ($=2.f.u^2.dL/D$)
G	fluxo de massa
h	entalpia do gás
L	comprimento da regulação da válvula até o orifício
L_e	comprimento equivalente do duto
m	massa do gás
M	massa molecular
Ma	número de Mach
k	coeficiente isentrópico do gás
c_p	calor específico a pressão constante
c_v	calor específico a volume constante
p	pressão
$\dot{m}$	vazão do gás
R	constante do gás
t	tempo
T	temperatura
u	energia interna
V	volume do duto
v	volume específico
Z	fator de compressibilidade
ρ	massa específica do gás
ε	rugosidade na parede do duto
μ	viscosidade do gás
Q	Quantidade de calor

Subscritos

0	estado de estagnação
1	ponto inicial
2	ponto interno no duto antes do orifício
3	ponto do vazamento
a	ponto na atmosfera
cr	crítico

Sumário

Agradecimentos	4
Resumo	5
Lista de Figuras.....	6
Lista de Tabelas	7
Lista de Símbolos.....	8
Sumário	10
Capítulo 1.....	12
Introdução.....	12
Motivação.....	13
Objetivo	14
Aplicação na Indústria do Petróleo e Gás.....	14
Capítulo 2.....	15
Revisão Bibliográfica.....	15
2.1 Escoamento Compressível	15
2.1.1 Revisão de Termodinâmica para gás perfeito [5][7][6][10].....	15
2.1.2 A velocidade do som.....	20
2.1.3 Propriedades Locais de Estagnação Isentrópica para Escoamento de um Gás perfeito [5][6][7][10]	24
2.1.3.1 Equação da continuidade (conservação da massa).....	25
2.1.3.2 Equação da Quantidade de Movimento	26
2.1.4 Condições Críticas [5].....	29
Capítulo 3.....	31
Metodologia e Desenvolvimento.....	31
3.1 Escoamento em Dutos	31
3.1.1 Escoamento compressível com atrito em dutos de um gás perfeito com área constante. [5][6][7][10].....	31
3.1.2 Escoamento compressível com atrito em dutos com fator de compressibilidade.....	39
3.1.3 Cálculo da vazão mássica do gás através da falha no duto [1][3][4].....	41
3.1.4 Escoamento com atrito em dutos com seção constante de um gás real [9].....	44
Capítulo 4.....	48
Resultados e Discussões	48
4.1 Modelos Matemáticos de Vazamento de Gás	48
4.1.1 Equações necessárias para os Modelos	48
4.1.2 Modelo Orifício [1][5].....	49
4.1.3 Modelo do Duto [1][5].....	50
4.1.4 Modelo Proposto [1][5]	51
4.1.4.1 Fluxo subsônico no duto e fluxo sônico no furo [1][2][3][4].....	51
4.1.4.2 Fluxo subsônico em ambos, no duto e no furo [1][2][3][4].....	52
4.1.4.3 Fluxo sônico em ambos, no duto e no furo [4]	54
4.1.5 Métodos de Soluções para o escoamento no duto [8]	55
4.1.5.1 Método Multistep ou Plano Segmentado	55
4.1.5.2 Método de Integração Numérica	56
4.1.5.3 Singlestep ou Método Analítico de Integração	57
4.1.6 Validação do modelo:.....	57
Capítulo 5.....	65

Conclusão e Considerações Finais	65
Referências Bibliográficas	67

Capítulo 1

Introdução

O consumo de gás natural nos países industrializados tem aumentado nos últimos anos. A sua característica de combustão limpa e sua facilidade de distribuição em baixas pressões justifica sua ampla utilização (tanto para a geração de eletricidade e como combustível doméstica), que duplicou de 1990 a 1994, resultando em um consumo mundial de $2170 \times 10^{12} \text{ m}^3$ em 1994 [4].

Esta utilização significou a instalação e manutenção de sistemas complexos de gasodutos para o transporte e distribuição de gás, uma grande parte deles situados em zonas densamente povoadas. Devido a estes fatos, os acidentes causados pela perda de contenção do gás natural podem implicar em substanciais perdas econômicas e até mesmo a vítimas entre a população [4].

Tubulação de Polietileno foi substituída em grande parte pelos tubos de gás em aço ou ferro fundido, que foram tradicionalmente utilizados. Tubo de polietileno tem várias vantagens: é mais fácil de instalar, tem boas propriedades mecânicas e que não é corroído pela umidade dos solos. Milhares de quilômetros desta tubulação têm sido instalados e seu uso ainda está aumentando [4].

Canalizações de gás, que são na sua maioria instalados no subsolo, podem ser danificadas por diversas atividades: trabalhos subterrâneos, escavações, etc. Se não houver uma ruptura parcial ou completa do tubo, o resultado sempre será uma perda de contenção. Tal situação não pode ser mais do que um incidente se o vazamento é pequeno ou é rapidamente detectada, ou pode conduzir a um acidente, dependendo das circunstâncias.

Um estudo de 185 acidentes envolvendo gás natural mostrou que, do total, 131 foram causados durante o transporte, seja rodoviário, ferroviário, marítimo ou gasoduto. A análise desses dados mostra claramente a frequência relativamente alta de acidentes no duto: 127 deles ocorreram em sistemas no duto. As causas mais freqüentes dos acidentes foram falha mecânica, de impacto, erro humano e eventos externos. Entre os acidentes decorrentes de

impacto (39), a mais freqüente causa específica foi máquinas escavadoras (21), acidentes seguido por veículos (5) e objetos pesados (5). Outras causas específicas devido a acontecimentos externos foram 4 casos e sabotagem ou vandalismo 4 casos [4].

Na análise de tais acidentes, ou a previsão das conseqüências deste tipo de situação hipotética, a primeira etapa é estimar a taxa em que o gás está sendo liberado através do tubo danificado. Este é um problema complexo, que na verdade começa com a definição do "diâmetro do buraco" um tamanho especial de abertura deve ser assumida; pode ser um pequeno buraco, um grande, ou mesmo toda a secção transversal do tubo, se ele está completamente quebrado. Então, a razão do fluxo através deste orifício deve ser calculada, tanto para o caso de fluxo constante e para o caso de diminuir a velocidade (se uma válvula emergência é automaticamente fechada, por exemplo).

Portanto, qualquer liberação acidental de gás, que poderia ocorrer através de tubulações danificadas, implica num risco que deve ser controlado. Nesses casos, a previsão da taxa de liberação de fluxo e do tempo de duração da emergência, são muito importantes. No entanto, os modelos matemáticos atualmente disponíveis para realizar esta previsão apresentam uma importante gama de condições sobre as quais eles podem ser aplicados com um grau razoável de precisão. Além disso, eles não levam em consideração o estado instável existente quando um dispositivo de segurança é fechado após certo tempo de liberação.

Motivação

Apesar da ocorrência de acidentes, seja por erro humano ou falha de equipamentos, o uso de tubulações é o meio mais seguro para transporte de gás, quanto a não ocorrência de vazamentos. Se por um lado muito já se avançou em termos de projeto e construção de dutos, muito ainda falta na área de sistemas de detecção, localização e controle de vazamento [3].

Objetivo

Este projeto visa o estudo detalhado de modelos matemáticos para cálculo da vazão através do furo de acordo com o tamanho do diâmetro do furo, além de simplificar e demonstrar o comportamento do fluido através do modelo proposto quando se tem um vazamento procurando diminuir o tempo de detecção.

O objetivo é desenvolver um modelo matemático para estimar o vazamento de gás em gasoduto.

Os modelos matemáticos conhecidos, mais comuns, se aplicam a falhas de diâmetros muito pequenos ou de diâmetro de mesma dimensão da tubulação, ou seja, um rompimento total na seção do duto. Sendo um objetivo validar o modelo proposto utilizando um algoritmo numérico, aplicado a qualquer diâmetro do furo onde se encontra o vazamento.

Aplicação na Indústria do Petróleo e Gás

Redes de tubulações são sistemas complexos utilizados para transportar gás natural por longas distâncias para atender tanto o abastecimento das refinarias como suprir a necessidade dos centros de consumo de gás natural [13].

São sistemas flexíveis quanto à capacidade operacional e bastante eficientes. Transportar gás natural com segurança, baixo risco econômico e ambiental é um dos pontos mais importantes da operação de dutos. Para aumentar ainda mais a eficiência do transporte é fundamental desenvolver técnicas de supervisão e controle de tubulações que transportam gás natural ou qualquer fluido compressível [13].

Este modelo será aplicável a sistemas de tubulações que transportam qualquer tipo de fluido compressível estimando o vazamento dado o furo. Esta estimativa é importante para avaliar os riscos na segurança do transporte de gás através de longas tubulações.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Escoamento Compressível

2.1.1 Revisão de Termodinâmica para gás perfeito [5][7][6][10]

A pressão, massa específica e a temperatura de uma substância podem ser relacionadas por uma equação de estado. Embora muitas substâncias apresentem comportamento complexo, a experiência mostra que a maioria dos gases de interesse da engenharia, em pressões e temperaturas moderadas, é bem representada pela equação de estado do gás perfeito [5],

$$p = \rho RT \quad (2.1)$$

onde R é uma constante para cada gás, é dado por

$$R = \frac{\bar{R}}{M}$$

onde $\bar{R}$ é a constante universal dos gases, $\bar{R} = 8314 \text{ N.m/(kgmol.K)}$ e M a massa molecular do gás. Em geral, a *energia interna* de uma substância simples pode ser expressa como uma função de duas propriedades independentes quaisquer, $u = u(v, T)$, onde $v = 1/\rho$ é o volume específico. Logo

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right) dv$$

O calor específico a volume constante é definido como $c_v \equiv (\partial u / \partial t)_v$, de modo

$$\text{que } du = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv.$$

Em particular para um gás perfeito pode ser mostrado que a energia interna, u , é função apenas de temperatura (Experiência de Joule), logo $(\partial u / \partial v)_T = 0$, e

$$du = c_v dT \quad (2.2)$$

para um gás perfeito.

A *entalpia* de uma substância é definida como $h \equiv u + p / \rho$, usando a Equação (2.1), por conseguinte, $h = u + RT$.

Pode-se obter uma relação entre h e T , assim como foi feito para u , $h=h(v,T)$ ou $h = h(p,T)$. Com o intuito de desenvolver uma relação útil foi escolhida esta última,

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp$$

Visto que o *calor específico à pressão constante* é definido como $c_p \equiv (\partial h / \partial T)_p$,

$$dh = c_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p} \right)_T dp$$

É demonstrado que, para um gás perfeito, h é uma função apenas da T (Experiência de Joule). Conseqüentemente, $(\partial h / \partial p)_T = 0$ e

$$dh = c_p dT \quad (2.3)$$

Obs: A entalpia se aplica quando existe trabalho de fronteira (fluxo), pois $h = u + pv$. A energia interna (u) por si só, é aplicada em sistemas.

Embora os calores específicos para um gás perfeito sejam funções somente de temperatura, a diferença entre eles é uma constante para cada gás. Para demonstrar isto, de

$$h = u + RT$$

escreve-se que

$$dh = du + R dT$$

Combinando esta equação com a Eq. (2.2) e Eq. (2.3), tem

$$dh = c_p dT = du + R dT = c_v dT + R dT$$

Então

$$c_p - c_v = R \quad (2.4)$$

Este resultado significa que, embora calores específicos de um gás perfeito possam variar com a temperatura, eles o fazem a mesma taxa, de forma que sua diferença é sempre constante.

A razão de calores específicos ou coeficiente isoentrópico do gás é definido como

$$k \equiv \frac{c_p}{c_v} \quad (2.5)$$

Utilizando a definição de k , a Eq. (2.4) pode ser resolvida para ambos c_p e c_v em termos de k e R . Assim,

$$c_p = \frac{kR}{k-1} \quad (2.6a)$$

e

$$c_v = \frac{R}{k-1} \quad (2.6b)$$

Embora os calores específicos para um gás perfeito possam variar com a temperatura, dentro de faixas de temperatura moderadas eles variam muito discretamente e podem ser tratados como constantes, então

$$u_2 - u_1 = \int_{u_1}^{u_2} du = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) \quad (2.7a)$$

$$h_2 - h_1 = \int_{h_1}^{h_2} dh = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p (T_2 - T_1) \quad (2.7b)$$

A entropia é uma das propriedades úteis na análise de escoamentos compressíveis. A *entropia* é definida pela equação

$$\Delta s \equiv \int_{rev} \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ou} \quad \Delta s = \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} \quad (2.8)$$

onde o subscrito 'rev' significa *processo reversível*.

A desigualdade de Clausius, deduzida da segunda lei da termodinâmica, estabelece que

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Como uma consequência da segunda lei, tem

$$ds \geq \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ou} \quad Tds \geq \delta Q \quad (2.9a)$$

Para processos reversíveis, vale a igualdade, e

$$Tds = \frac{\delta Q}{m} \quad (\text{processo reversível}) \quad (2.9b)$$

Para um processo adiabático, $\delta Q / m = 0$. Neste caso,

$$ds = 0 \quad (\text{processo adiabático reversível}) \quad (2.9c)$$

Assim um processo reversível e adiabático é também isentrópico; a entropia permanece constante durante o processo.

Uma relação útil entre as propriedades (p,v,T,s,u) pode ser obtida, considerando a primeira e a segunda leis juntas. O resultado é a equação de Gibbs,

$$Tds = du + pdv \quad (2.10a)$$

Uma forma alternativa desta equação pode ser obtida substituindo

$$du = d(h - pv) = dh - pdv - vdp$$

para obter

$$Tds = dh - vdp \quad (2.10b)$$

Para um gás perfeito, a variação de entropia pode ser avaliada das equações Tds como

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} dv = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$ds = \frac{du}{T} - \frac{v}{T} dp = c_p \frac{dT}{T} + R \frac{dp}{p}$$

Para calores específicos constantes, estas equações podem ser integradas para fornecer

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (2.11a)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (2.11b)$$

E também

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (2.11c)$$

Para um processo isentrópico: $ds = 0$, a Eq. (2.11) a fica

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1} = 0$$

Então, usando as Eqs. (2.4) e (2.5),

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{R/c_v} = 0 \quad \text{ou} \quad T_2 v_2^{k-1} = T_1 v_1^{k-1} = T v^{k-1} = \text{constante}$$

Onde os estados 1 e 2 são estados arbitrários do processo isentrópico. Usando $v = 1/\rho$,

$$T v^{k-1} = \frac{T}{\rho^{k-1}} = \text{constante} \quad (2.12a)$$

Aplicando um processo similar às Eqs. (2.11b), e (2.11c), obtêm as seguintes relações de interesse:

$$Tp^{\frac{1-k}{k}} = \text{constante} \quad (2.12b)$$

$$pv^k = \frac{p}{\rho^k} = \text{constante} \quad (2.12c)$$

Assim.

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k = \dots = p_n v_n^k$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{(k-1)}$$

2.1.2 A velocidade do som

A velocidade do som (a) é definida como a taxa de propagação de um pulso de pressão com intensidade infinitesimal através de um fluido em repouso, esta é uma propriedade termodinâmica do fluido, uma vez que, depende da composição química, pressão, volume específico e temperatura do mesmo.

$$a[m/s] = f(\text{Comp}_{\text{Química}}, p, v, T)$$

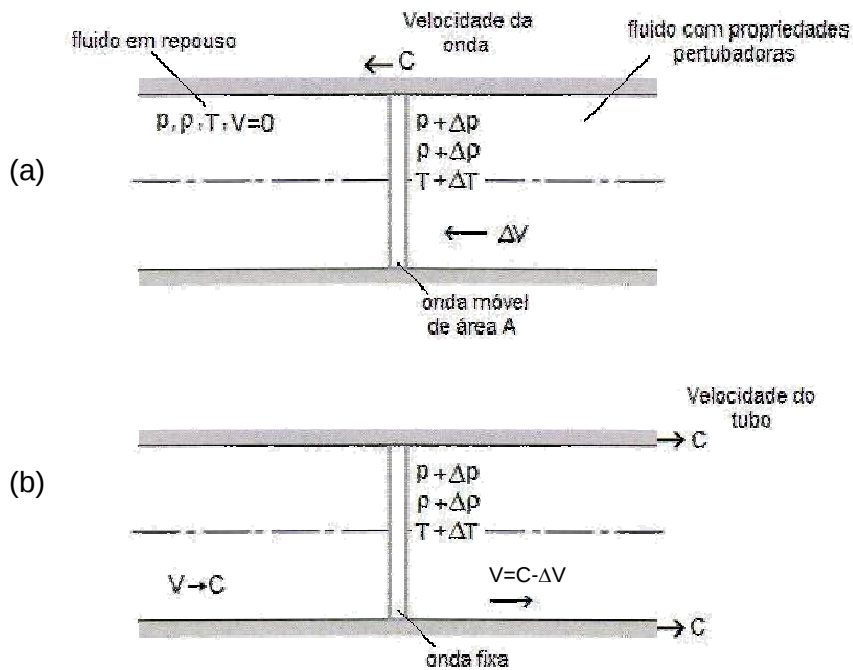


Figura 2.1 – Diagrama ilustrativo da velocidade do som.

a) Observador imóvel b) Observador caminhando com a frente de onda

Considerando primeiramente um pulso de intensidade infinita, como Figura 2.1. Na Fig. 2.1a, o pulso, ou onda de pressão, move-se à velocidade C em direção ao fluido em repouso ($r, p, T, V = 0$) à esquerda, deixando para trás, à direita, um fluido com propriedades perturbadas ($r+\Delta r, p+\Delta p, T+\Delta T$) e uma velocidade ΔV do fluido seguindo a onda para a esquerda, mas bem menor. Podem-se determinar esses efeitos fazendo uma análise de volume de controle através da onda. Para evitar os termos não permanentes que seriam necessários na Fig. 2.1a, adota-se então o volume de controle da Fig. 2.1b, que se move a velocidade C para a esquerda. Nesse referencial, a onda parecerá estacionária e o fluido terá velocidade C à esquerda e $C-\Delta V$ à direita. De acordo com as análises, apenas as velocidades são afetadas pela mudança de referencial. As propriedades p, ρ e T permanecem inalteradas.

A mudança de referencial, na Figura 2.1b, criou um escoamento unidirecional em regime permanente através da onda.

A equação da continuidade fica:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\rho.A.C = (\rho + \Delta\rho)A(C - \Delta V)$$

$$\Delta V = C \frac{\Delta\rho}{(\rho + \Delta\rho)} \quad (2.13a)$$

Esse desenvolvimento mostra que a velocidade induzida no escoamento é muito menor que a velocidade C da onda. No limite de intensidade de onda infinitesimal (onda sonora) essa própria velocidade é infinitesimal [10].

Não há gradientes de velocidade em ambos os lados da onda, então mesmo que a velocidade do fluido seja alta, os efeitos de atrito ficam confinados no interior da onda. As espessuras de ondas de pressão em gases são da ordem de $3.10^{-4} mm$, à pressão atmosférica [10]. Logo se pode seguramente desprezar o atrito e aplicar a equação de quantidade de movimento unidimensional.

A equação da quantidade de movimento unidirecional através de uma onda fica:

$$\sum F_{Direita} = \dot{m}(V_{Saída} - V_{Entrada})$$

$$(\rho.A) - (p + \Delta p)A = (\rho.Ac)(C - \Delta V - C)$$

$$\Delta p = \rho.C.\Delta V \quad (2.13b)$$

Conclusão: Se a intensidade da onda for muito pequena, a variação de pressão também o será.

Da substituição de (2.13b) em (2.13a):

$$\Delta V = \frac{\Delta\rho}{\rho.C} = C \frac{\Delta p}{(p + \Delta p)}$$

$$C^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} \frac{\rho + \Delta \rho}{\rho}$$

$$C^2 = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} \left(1 + \frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \quad (2.13c)$$

Quanto maior $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ da onda, mais rápida é sua velocidade c .

Ondas devido a explosões movem-se mais rápido do que o som, pois:

$$\left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right)_{\text{Explosão}} \gg \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right)_{\text{Som}}$$

No limite, quando $\Delta \rho \rightarrow 0$, a velocidade do som é obtida: $a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$

Como não há gradientes de temperatura (transferência de calor) e os efeitos de atrito são desprezíveis, exceto dentro da própria onda, então o processo é adiabático reversível (isoentrópico).

$$a = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s \right)^{\frac{1}{2}} = \left(k_1 \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_T \right)^{\frac{1}{2}}$$

A equação anterior é válida para qualquer fluido, seja este líquido, gás ou até mesmo sólidos. Em sólidos ou líquidos é comum definir o módulo de elasticidade volumétrico do material k_1 , como:

$$k_1 = -v \frac{\partial \rho}{\partial v} \Big|_s = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho} \Big|_s$$

Para obter $\frac{\partial p}{\partial \rho}$ é necessário o conhecimento do processo termodinâmico.

Não há gradientes de temperatura (transferência de calor) e os efeitos do atrito

são desprezíveis, exceto dentro da própria onda, então o processo pode ser caracterizado como adiabático e reversível (isoentrópico).

Para gás perfeito, o cálculo de $\frac{\partial p}{\partial \rho}$ pode ser feito utilizando a equação de gás perfeito:

$$pv = RT \quad v = \frac{1}{\rho}.$$

Então:

$$\frac{p}{\rho} = RT \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial \rho} = RT,$$

Que fornece:

$$a = \left(\frac{k}{\rho} p \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{kRT} \quad (2.14)$$

2.1.3 Propriedades Locais de Estagnação Isentrópica para Escoamento de um Gás perfeito [5][6][7][10]

Sabendo que para o escoamento compressível usa-se um processo de desaceleração sem atrito para que se definam as propriedades locais de estagnação, sendo estas definidas como aquelas que seriam obtidas em qualquer ponto de um campo de escoamento se o fluido naquele ponto fosse desacelerando das condições locais para velocidade zero, seguindo um processo adiabático e sem atrito (isoentrópico). As propriedades de estagnação isentrópica podem ser avaliadas em qualquer ponto num campo de escoamento, as variações destas dão informações a respeito do processo de escoamento entre pontos.

Para um escoamento compressível, pode-se deduzir as relações de estagnação isentrópica aplicando as equações de conservação de massa (ou da continuidade) e da quantidade de movimento a um volume de controle diferencial e, em seguida, integrar. Imaginando o volume de controle mostrado

na Fig. 2.2, pode-se obter o processo do estado 1 para o correspondente estado de estagnação [5].

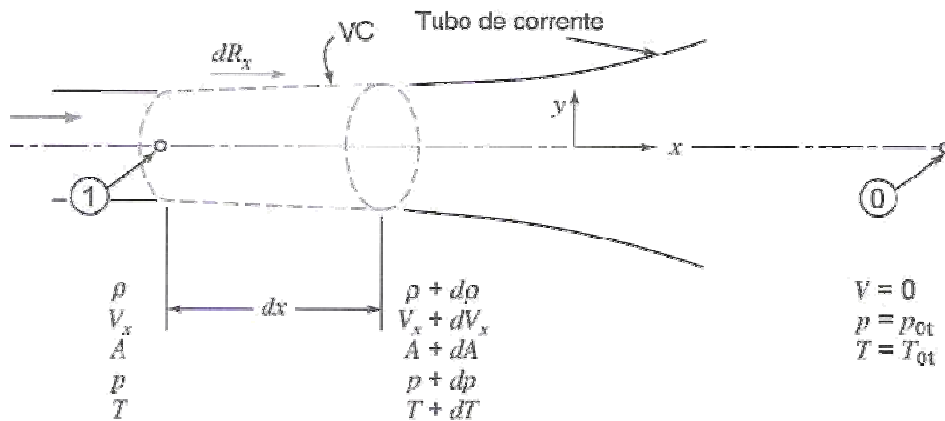


Figura 2.2 – Escoamento compressível em um tubo de corrente infinitesimal [5].

As hipóteses são:

- 1 - Escoamento permanente;
- 2 - Escoamento uniforme em cada seção, ;
- 3 - $F_{Bx} = 0$;
- 4 - Escoamento sem atrito.

2.1.3.1 Equação da continuidade (conservação da massa)

Equação básica:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho d\forall + \int_{sc} \rho V d\vec{A} = 0$$

Sendo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho d\forall = 0 \quad \rightarrow \text{da hipótese (1)}$$

Então:

$$(-\rho V_x A) + \{(\rho + d\rho)(V_x + dV_x)(A + dA)\} = 0$$

Ou:

$$\rho V_x A = (\rho + d\rho)(V_x + dV_x)(A + dA) \quad (2.15a)$$

2.1.3.2 Equação da Quantidade de Movimento

Equação básica:

$$Fs_x + F_{B_x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} V_x \rho dV + \int_{sc} V_x \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

As forças de superfície atuando sobre o volume de controle infinitesimal são

$$Fs_x = dR_x + pA - (p + dp)(A + dA)$$

A força dR_x é aplicada ao longo da fronteira do tubo de corrente, onde a pressão média é $(p + dp)/2$ e a componente de área na direção x é dA . Não há atrito. Dessa forma:

$$Fs_x = \left(p + \frac{dp}{2} \right) dA + pA - (p + dp)(A + dA)$$

Ou:

$$Fs_x = \cancel{pdA} + \cancel{\frac{dpdA}{2}} + \cancel{pA} - \cancel{pA} - dpA - \cancel{pdA} - \cancel{dpdA}$$

Substituindo este resultado na equação da quantidade de movimento resulta:

$$-dpA = V_x \{ -\rho V_x A \} + (V_x + dV_x) \{ (\rho + d\rho)(V_x + dV_x)(A + dA) \}$$

Que pode ser simplificada usando Equação (2.15a) para que se obtenha:

$$-dpA = (-V_x + V_x + dV_x)(\rho V_x A)$$

Finalmente:

$$dp = -\rho V_x dV_x = -\rho d\left(\frac{V_x^2}{2}\right)$$

Ou:

$$\frac{dp}{\rho} + d\left(\frac{V_x^2}{2}\right) = 0 \quad (2.15b)$$

Esta equação é uma relação entre propriedades durante o processo de desaceleração. Para integrar, deve-se especificar a relação existente entre a pressão, p , e a massa específica, ρ , ao longo do caminho de processo.

Posto que o processo de desaceleração seja isentrópico, p e ρ para um gás perfeito são relacionados pela expressão

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{constante} = C$$

Pode-se escrever

$$p = C\rho^k \quad \text{e} \quad \rho = p^{1/k} C^{-1/k}$$

Da Equação (2.15b)

$$-d\left(\frac{V^2}{2}\right) = \frac{dp}{\rho} = p^{-1/k} C^{1/k} dp$$

Integrando entre o estado inicial e o de estagnação

$$-\int_V^0 d\left(\frac{V^2}{2}\right) = C^{1/k} \int_p^{p_0} p^{-1/k} dp$$

para obter

$$\frac{V^2}{2} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p^{(k-1)/k} \right]_p^{p_0} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} \left[p_0^{(k-1)/k} - p^{(k-1)/k} \right]$$

$$\frac{V^2}{2} = C^{1/k} \frac{k}{k-1} p^{(k-1)/k} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

$$\text{Como } C^{1/k} = p^{1/k} / \rho$$

$$\frac{V^2}{2} = \frac{k}{k-1} \frac{p^{1/k}}{\rho} p^{(k-1)/k} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

$$\frac{V^2}{2} = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right]$$

Isolando a pressão de estagnação

$$\left(\frac{p_0}{p} \right)^{(k-1)/k} = 1 + \frac{k-1}{k} \frac{\rho}{p} \frac{V^2}{2}$$

e

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{k} \frac{\rho V^2}{2p} \right]^{k/(k-1)}$$

Da Equação (2.1) $p = \rho RT$

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2} \frac{V^2}{kRT} \right]^{k/(k-1)}$$

Sendo a velocidade sônica, $a = \sqrt{kRT}$, e assim

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2} \frac{V^2}{a^2} \right]^{k/(k-1)}$$

Como $Ma = \frac{V}{a}$,

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \right]^{k/(k-1)} \quad (2.16a)$$

Logo as outras propriedades podem ser expressas, já que, $\frac{p}{\rho^k} = \text{constante}$

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^k \quad \text{e} \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/k}$$

E tem ainda que

$$\frac{T_0}{T} = \frac{p_0}{p} \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{-1/k} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{(k-1)/k}$$

Assim se resumi as propriedades locais de estagnação isentrópica como

$$\frac{p_0}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \right]^{k/(k-1)} \quad (2.16a)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \quad (2.16b)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \right]^{1/(k-1)} \quad (2.16c)$$

2.1.4 Condições Críticas [5]

Um valor de referência útil para a velocidade é a *velocidade crítica* – a velocidade V obtida quando um escoamento é acelerado ou desacelerado isentropicamente até atingir $Ma = 1$.

Usando o subscrito (cr) para denotar condições em $Ma = 1$, ou seja, condições críticas, tem-se por definição

$$V_{cr} = a_{cr}$$

Nas condições críticas a Eqs. (2.16) para as propriedades isentrópicas se tornam

$$CPR = \frac{p_0}{p_{cr}} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{k/(k-1)} \quad (2.17a)$$

$$\frac{T_0}{T_{cr}} = \frac{k+1}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{T_{cr}}{T_0} = \frac{2}{k+1} \quad (2.17b)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_{cr}} = \left[\frac{k+1}{2} \right]^{1/(k-1)} \quad \text{ou} \quad \frac{\rho_{cr}}{\rho_0} = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{1/(k-1)} \quad (2.17c)$$

onde CPR é “critical pressure ratio” (razão de pressão crítica).

A velocidade crítica pode ser escrita em termos da temperatura crítica, T_{cr} , ou da temperatura de estagnação, T_0 .

Assim,

$$V_{cr} = \sqrt{kRT_{cr}} \quad (2.17d)$$

$$T_{cr} = \frac{2}{k+1} T_0$$

Logo,

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_0} \quad (2.18)$$

Capítulo 3

Metodologia e Desenvolvimento

3.1 Escoamento em Dutos

3.1.1 Escoamento compressível com atrito em dutos de um gás perfeito com área constante. [5][6][7][10]

Se for assumido que o fluido é um gás perfeito, o tratamento analítico é simplificado [9], e, se torna possível descrever seu comportamento, doutro modo, se considerar como sendo um gás real sua equação de estado se torna muito difícil de ser resolvida analiticamente e o problema se tornaria demasiadamente complexo.

Como uma introdução elementar, este item trata apenas do efeito de atrito, desconsiderando a variação da área (hipótese 3).

As hipóteses básicas são:

- 1 - Escoamento adiabático unidimensional permanente
- 2 - Gás perfeito com calores específicos constantes
- 3 - Duto retilíneo de área constante
- 4 - Sem trabalho de eixo e variações de energia potencial desprezíveis
- 5 - Tensões de cisalhamento na parede correlacionadas por um fator de atrito de Darcy

As hipóteses 3 e 4 podem ser admitidas neste trabalho, pois considera-se que a tubulação está enterrada, e que o escoamento de um gás perfeito adiabático unidimensional, pois não há variações de velocidade em outras direções da tubulação senão a longitudinal [9].

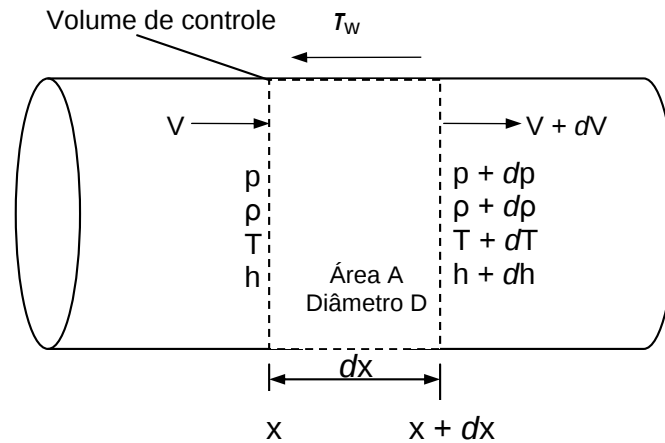


Figura 3.1 – Volume de controle elementar para escoamento com atrito em um duto de área constante

Usando um Volume de controle elementar de duto, de área A e comprimento dx , na Fig. 3.1. A área é constante, mas as propriedades do gás (p , ρ , T , h , V) podem variar com x . A aplicação das três leis de conservação a esse volume de controle fornece três equações diferenciais [10]:

A equação da continuidade é:

$$\rho V = \frac{\dot{m}}{A} = G = \text{const}$$

derivando,

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{dV^2}{V^2} = 0 \quad (3.1)$$

Quantidade de movimento em x :

$$pA - (p + dp)A - \tau_w dA_w = \dot{m}(V + dV - V)$$

$$-Adp - \tau_w dA_w = \dot{m} dV \quad (3.2)$$

onde A é a área da seção transversal, τ_w é a tensão de cisalhamento atuando no diferencial de área e dA_w é o diferencial de área onde τ_w atua.

Definição do Número de Mach:

Para gases perfeitos o número de Mach é definido como:

$$M_a^2 = \frac{V^2}{kRT} = \frac{\rho V^2}{kp} \quad (3.3)$$

na forma diferencial, fica:

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{dV^2}{V^2} - \frac{dT}{T} \quad (3.4)$$

Energia:

$$h + \frac{1}{2}V^2 = h_0 = c_p T_0 = c_p T + \frac{1}{2}V^2$$

derivando:

$$c_p dT + \frac{dV^2}{2} = 0$$

Dividindo por $c_p T$ e usando a definição do n° de Mach, Eq. (3.3), tem-se:

$$\frac{dT}{T} + \frac{k-1}{2} M_a^2 \frac{dV^2}{V^2} = 0$$

ou

$$\frac{dT}{T} + \frac{(k-1)M_a dM_a}{1 + ((k-1)/2)M_a^2} = 0 \quad (3.5)$$

Como estas três equações têm cinco incógnitas — p , ρ , T , V e τ_w —, será preciso usar mais duas relações adicionais. Uma delas é a lei dos gases perfeitos

$$p = \rho RT$$

derivando,

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \quad (3.6)$$

O coeficiente de atrito está freqüentemente ligado ao fluxo em dutos, é definido como a razão do cisalhamento na parede e o calor dinâmico na extremidade,

$$f = \frac{\tau_w}{\rho V^2 / 2}$$

$$\tau_w = \frac{f \rho V^2}{2} \quad (3.7)$$

O diâmetro hidráulico é definido como quatro vezes a razão de área da seção transversal do duto pelo seu perímetro, então

$$D = 4 \frac{A}{dA_w / dx} = 4 \frac{A}{dA_w} dx$$

$$dA_w = \frac{4A dx}{D} \quad (3.8)$$

Para encontrar a variação da pressão no duto utiliza-se o método seguinte:
Substituindo as Eq. (3.7) e (3.8) na equação de quantidade de movimento (3.2) e dividindo por $A.p$, obtém:

$$-\frac{dp}{p} - 4f \frac{\rho V^2}{2p} \frac{dx}{D} = \frac{\dot{m}}{Ap} dV$$

Como $\dot{m} = \rho VA$

$$-\frac{dp}{p} - 4f \frac{\rho V^2}{2p} \frac{dx}{D} = \frac{\rho V}{p} V \frac{dV}{V}$$

Usando a Equação (3.3),

$$\frac{dp}{p} + 4f \frac{kM_a^2}{2} \frac{dx}{D} + \frac{kM_a^2}{2} \frac{dV^2}{V^2} = 0 \quad (3.9)$$

Igualando as Equações (3.5) e (3.6),

$$\frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{k-1}{2} M_a^2 \frac{dV^2}{V^2}$$

Sendo

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \frac{dV^2}{V^2}$$

Tem-se

$$\frac{dp}{p} = -\left(\frac{1 + (k-1)M_a^2}{2} \right) \frac{dV^2}{V^2}$$

Logo

$$\frac{dV^2}{V^2} = \frac{-\frac{dp}{p}}{\left(\frac{1 + (k-1)M_a^2}{2} \right)} \quad (3.10)$$

Substituindo a Eq. (3.10) na Eq. (3.9),

$$\frac{dp}{p} + \frac{kM_a^2 [1 + (k-1)M_a^2]}{2(1 - M_a^2)} 4f \frac{dx}{D} = 0 \quad (3.11)$$

De similar modo, para achar a variação do número de Mach no duto, utiliza-se a Equação (3.4) e (3.5),

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{dV^2}{V^2} - \frac{(k-1)M_a^2}{2} \frac{dV^2}{V^2}$$

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \left(1 - \frac{(k-1)M_a^2}{2} \right) \frac{dV^2}{V^2}$$

Usando a relação $\frac{dV^2}{V^2}$ na equação acima,

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{\left(1 + \frac{(k-1)M_a^2}{2}\right) \left(\frac{-dp}{p}\right)}{\left(\frac{1 + (k-1)M_a^2}{2}\right)}$$

Usando a relação de $\frac{dp}{p}$ nesta equação:

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{\left(1 + \frac{(k-1)M_a^2}{2}\right) \left(\frac{kM_a^2[1 + (k-1)M_a^2]}{2(1-M_a^2)} 4f \frac{dx}{D}\right)}{\left(\frac{1 + (k-1)M_a^2}{2}\right)}$$

Rearranjando:

$$\frac{dM_a^2}{M_a^2} = \frac{\left(1 + \frac{(k-1)M_a^2}{2}\right) kM_a^2}{(1-M_a^2)} 4f \frac{dx}{D} \quad (3.12)$$

Usando a mesma notação para encontrar $\frac{dT}{T}$ ao longo do duto,

$$\frac{dT}{T} = -\frac{(k-1)M_a^2}{2} \frac{dV^2}{V^2}$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{(k-1)M_a^2}{2} \frac{\left(\frac{kM_a^2[1 + (k-1)M_a^2]}{2(1-M_a^2)} 4f \frac{dx}{D}\right)}{\left(\frac{1 + (k-1)M_a^2}{2}\right)}$$

Rearranjando:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{kM_a^4(k-1)}{2(1-M_a^2)} 4f \frac{dx}{D} \quad (3.13)$$

Assim já se tem as equações necessárias para modelar o fluxo adiabático de gás no duto. Usando a Equação da variação do número de Mach (3.12),

Sendo $\frac{dM_a^2}{M_a^2} = 2 \frac{dM_a}{M_a}$

$$4f \frac{kdx}{D} = 2 \left[\frac{(1 - M_a^2)}{\left(1 + \frac{(k-1)M_a^2}{2}\right)M_a^2} \right] \frac{dM_a}{M_a}$$

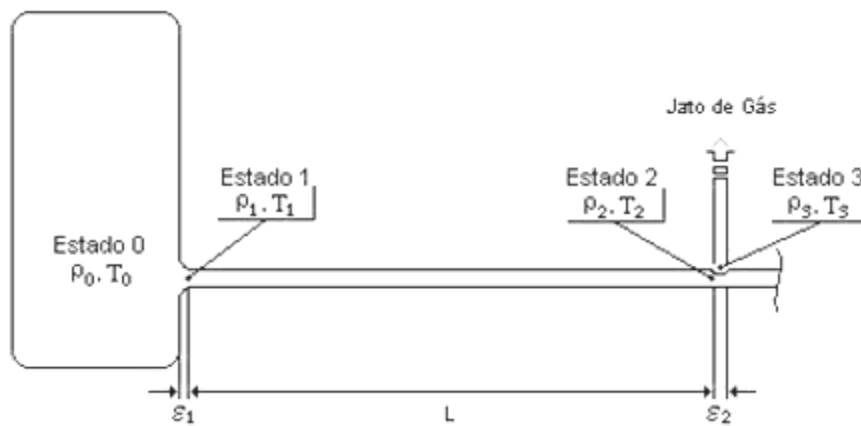


Figura 3.2 – Sistema em estudo

Integrando esta equação do estado 1 ao estado 2, como indicado na Figura 3.2, deste modo:

$$\frac{(k+1)}{2} \ln \left[\frac{M_{a_1}^2 (2 + M_{a_2}^2 (k-1))}{M_{a_2}^2 (2 + M_{a_1}^2 (k-1))} \right] - \left(\frac{1}{M_{a_1}^2} - \frac{1}{M_{a_2}^2} \right) + 4f \frac{kL_e}{D} = 0 \quad (3.14)$$

Onde o subscrito (₂) denota as propriedades no ponto 2 que é antes do gás entrar em contato com as condições atmosféricas. A temperatura no estado 2 pode ser encontrada a partir da integração da Equação (3.5) em termos do número de Mach:

$$\frac{dT}{T} + \frac{(k-1)M_a dM_a}{1 + ((k-1)/2)M_a^2} = 0$$

Assim,

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(2 + M_{a_1}^2 (k - 1))}{(2 + M_{a_2}^2 (k - 1))} \quad (3.15)$$

A relação pressão por número de Mach pode ser calculada a partir da integração da Equação (3.11) pela eliminação de L e de V :

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dM_a}{M_a} \left[\frac{(1 + M_a^2 (k - 1))}{(1 + M_a^2 (k - 1)/2)} \right]$$

Assim

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{a_1}}{M_{a_2}} \sqrt{\frac{(2 + M_{a_1}^2 (k - 1))}{(2 + M_{a_2}^2 (k - 1))}} \quad (3.16)$$

A relação massa específica por número de Mach pode ser calculada para isso deve-se encontrar uma equação a partir da equação $\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \frac{dV^2}{V^2}$

Logo

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \left[\frac{-\frac{dp}{p}}{\left(\frac{1 + (k - 1)M_a^2}{2} \right)} \right]$$

Assim

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \left[\frac{\frac{dM_a}{M_a} \left[\frac{(1 + M_a^2 (k - 1))}{(1 + M_a^2 (k - 1)/2)} \right]}{\left(\frac{1 + (k - 1)M_a^2}{2} \right)} \right]$$

Então

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left[\frac{1}{(1 + (k-1)M_a^2)} \left[\frac{(1 + M_a^2(k-1))}{(1 + M_a^2(k-1)/2)} \right] \frac{dM_a}{M_a} \right]$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left[\left(\frac{1}{(1 + M_a^2(k-1)/2)} \right) \frac{dM_a}{M_a} \right] \quad (3.17)$$

Integrando a Equação (3.17), obtém:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \sqrt{\frac{(2 + M_{a2}^2(k-1))}{(2 + M_{a1}^2(k-1))}} \quad (3.18)$$

3.1.2 Escoamento compressível com atrito em dutos com fator de compressibilidade

O escoamento de gás no duto pode ser considerado como um fluido compressível com mudanças significativas de densidade. Em geral este gás pode ser descrito por um processo isotérmico ou por um processo adiabático [3]. Contudo em muitos casos, especialmente em tubulações longas, que é o nosso caso, estes dois processos fornecem até certo ponto resultados similares [17].

Na mecânica dos fluidos o escoamento de gás é considerado como um processo reversível adiabático, cumprindo com as Equações de Estado e de Poisson. Contudo, a equação de estado para gás perfeito só pode ser usada para gás real a alta temperatura e a baixa pressão, quando a pressão é alta o uso desta equação resultará num erro muito grande [3][7].

Nos cálculos deste trabalho introduz-se o fator de compressibilidade Z na Equação de Estado para reduzir esta divergência do gás perfeito para gás real, idealizando o modelo desta forma. Então:

$$p = \frac{\rho Z R T}{M} \quad (3.19)$$

Assumindo-se que Z é constante ao longo da tubulação.

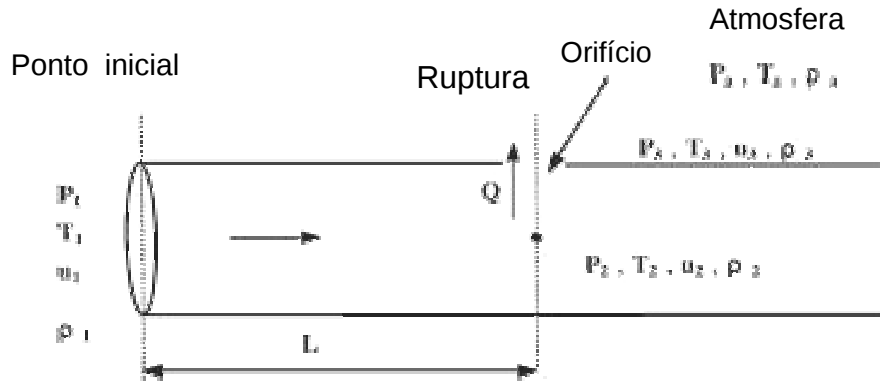


Figura 3.3 – Diagrama esquemático do vazamento de gás

Deste modo a Equação (3.14) já deduzida anteriormente de acordo com a Figura 3.3, que mostra um diagrama esquemático do escoamento a ser modelado indicando a localização do escape de gás a uma distancia L da válvula de ajuste do gasoduto, que faz a leitura das propriedades do escoamento no ponto 1. Consideram-se vários pontos: ponto 1, perto da válvula de ajuste; ponto 2, dentro do gasoduto e no mesmo nível que o orifício; ponto 3, no local do escape; e ponto na atmosfera; fica:

$$\frac{(k+1)}{2} \ln \left[\frac{M_{a1}^2 (2 + M_{a2}^2 (k-1))}{M_{a2}^2 (2 + M_{a1}^2 (k-1))} \right] - Z \left(\frac{1}{M_{a1}^2} - \frac{1}{M_{a2}^2} \right) + 4f \frac{kL_e}{D} = 0 \quad (3.20)$$

Sendo

$$Ma = \frac{u}{a} \quad \text{logo} \quad a = \sqrt{\frac{kZRT}{M}} \quad (3.21)$$

Da Equação (3.16),

$$G = M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_1}} = M_{a2} p_2 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_2}} = \sqrt{\frac{2M}{ZR} \frac{k}{k-1} \frac{T_2 - T_1}{(T_1/p_1)^2 - (T_2/p_2)^2}} \quad (3.22)$$

Fazendo $Y_i = (2 + M_{ai}^2(k-1))$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Y_1}{Y_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \sqrt{\frac{Y_1}{Y_2}}$$

Substituindo as equações de p_1, p_2, T_1, T_2 e as Eq. (3.21) e (3.22) na Equação (3.20), tem-se:

$$\frac{(k+1)}{k} \ln \left[\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right] + \frac{M}{RG^2} \left(\frac{p_2^2}{T_2} - \frac{p_1^2}{T_1} \right) + 4f \frac{L_e}{D} = 0 \quad (3.23)$$

Onde L_e é o comprimento equivalente do duto, e o fator de atrito é uma função da rugosidade do duto (ϵ) e do número de Reynolds (Re).

3.1.3 Cálculo da vazão mássica do gás através da falha no duto [1][3][4]

Para este mesmo escoamento da Fig. 3.3 a equação da continuidade é,

$$\dot{m} = \rho(x).V(x).A(x) = \text{const}$$

Na forma diferencial fica:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (3.24)$$

Antes de aplicá-la à, deve-se relembrar as formas diferenciais da relação da velocidade do som e da quantidade de movimento:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Quantidade de movimento: } \frac{dp}{\rho} + VdV = 0 \\ \text{Velocidade do som: } dp = a^2 d\rho \end{array} \right\} \quad (3.25)$$

Elimina-se agora dp e dp entra as Equações (3.24) e (3.25) para obter a seguinte relação entre as variações de velocidade e de área no duto da Figura 3.2:

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA}{A} \frac{1}{M_a^2 - 1} = \frac{dp}{\rho V^2} \quad (3.26)$$

Fazendo uma inspeção desta equação, revela um aspecto interessante do escoamento compressível: as variações de propriedades têm sinal oposto para escoamento subsônico e supersônico por causa do termo $M_a^2 - 1$. Existem quatro combinações de variação de área e no número de Mach, resumidas a seguir:

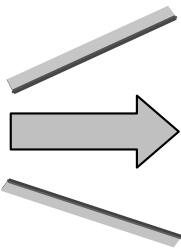
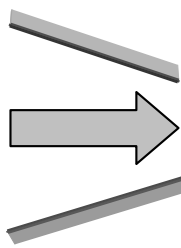
Geometria do duto	Subsônico $Ma < 1$	Supersônico $Ma > 1$
$dA > 0$ 	$dV < 0$ $dp > 0$ Difusor subsônico	$dV > 0$ $dp < 0$ Bocal supersônico
$dA < 0$ 	$dV > 0$ $dp < 0$ Bocal subsônico	$dV < 0$ $dp > 0$ Difusor supersônico

Tabela 3.1 – Efeito no número de Mach sobre as variações de propriedade do escoamento em duto com variação de área.

Considerando agora a vazão por unidade de área, $\dot{m}/A$, fazendo o furo de escape um bocal convergente, conforme Fig. 3.3, e 3.4. Utilizando a equação da continuidade [7] [11],

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho V \quad , \text{ como } \rho = \frac{PM}{ZRT}$$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{pMV}{ZRT} \sqrt{\frac{kT_2}{kT_2}} = \frac{pMV}{Z\sqrt{kRT}} \sqrt{\frac{k}{R}} \sqrt{\frac{T_2}{T}} \sqrt{\frac{1}{T_2}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{pMV}{ZRT} \sqrt{\frac{kT_2}{kT_2}} = \frac{pMV}{Z\sqrt{kRT}} \sqrt{\frac{k}{R}} \sqrt{\frac{T_2}{T}} \sqrt{\frac{1}{T_2}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{pV}{\sqrt{\frac{kZRT}{M}}} \sqrt{\frac{kM}{RZ}} \sqrt{\frac{T_2}{T}} \sqrt{\frac{1}{T_2}}$$

$$\text{como } a = \sqrt{\frac{kZRT}{M}}, \quad M_a = \frac{V}{a} \quad \text{e} \quad \frac{T_2}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M_a^2$$

$$\frac{\dot{m}}{A} = \frac{p}{\sqrt{T_2}} \sqrt{\frac{kM}{RZ}} M_a \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_a^2} \quad (3.27)$$

Combinando esta equação com as Eqs. (2.15a) e (2.16c), do capítulo 2, a vazão por unidade de área pode ser expressa da pressão de estagnação (que se refere ao ponto 2 na Fig. 3.3), temperatura de estagnação, número de Mach e propriedades dos gases.

$$\frac{\dot{m}}{A} = p_2 \sqrt{\frac{Mk}{RZT_2}} \frac{M_a}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_a^2\right)^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (3.28)$$

Na garganta, $Ma = 1$, portanto, a vazão por unidade de área na garganta (ponto 3) pode ser encontrada da Eq. (3.28) para $Ma = 1$ e rearranjando. Assim,

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = P_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2}} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)} \quad (3.29a)$$

Usando a Eq. (2.16a) para o diagrama da Figura 3.3 tem-se,

$$CPR = \frac{p_a}{p_{2cr}} = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{k/(k-1)} \quad (3.29b)$$

Utilizando a Eq. (3.29b) na Eq. (3.29a) e acrescentando um coeficiente de descarga empírico tem-se:

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = C_0 P_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{(k+1)/k}} \quad (3.30)$$

Esta equação descreve a vazão do gás através do bocal, e este valor depende do estado do gás, se é sônico ou subsônico. Quando $p_2 > p_{2cr}$ o fluxo de gás será sônico e a vazão no furo será descrito pela Eq. (3.29a), e quando $p_2 < p_{2cr}$, o fluxo será subsônico e a vazão será descrita pela Eq. (3.30).

Se a pressão atmosférica for igual a pressão no ponto 2, tem-se a vazão a partir da Eq. (3.22):

$$\frac{\dot{m}}{A} = G = \sqrt{\frac{2M}{ZR} \frac{k}{k-1} \frac{T_2 - T_1}{(T_1/p_1)^2 - (T_2/p_2)^2}} \quad (3.31)$$

3.1.4 Escoamento com atrito em dutos com seção constante de um gás real [9]

A figura 3.4 mostra uma seção do duto a ser estudado dados os valores das propriedades no estado 1 utilizando um segmento ΔL para equacionar o balanço de energia

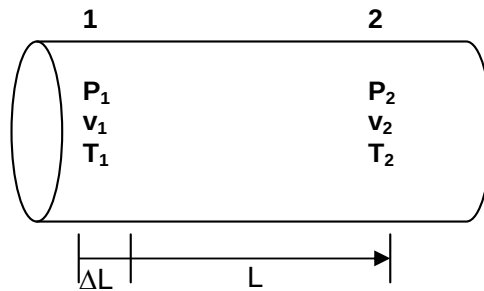


Figura 3.4 – Seção Transversal de um duto

Utilizando a Figura 3.4 para equacionar o escoamento

Balanco Total da Energia Mecânica

$$-\frac{dp}{\rho} - 4f \frac{\rho V^2}{2\rho} \frac{dx}{D} = \frac{\rho V}{\rho} V \frac{dV}{V}$$

Dividindo a equação por ρ , tem-se:

$$\frac{dp}{\rho} + 4f \frac{V^2}{2} \frac{dx}{D} + V dV = 0$$

Dado que a velocidade V muda com a distância ao longo da tubulação, a avaliação da integral $4f \frac{V^2}{2} \frac{dx}{D}$ exige um conhecimento da relação entre V e x .

Portanto, é conveniente eliminar o termo V^2 antes de realizar a integração. Isto é feito dividindo a equação anterior por V^2 .

$$\frac{dp}{\rho V^2} + 4f \frac{1}{2} \frac{dx}{D} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (3.32)$$

Pela Equação da Continuidade $\rho V = G = \text{constante}$. Assim $V = \frac{G}{\rho}$ e

$$dV = d \frac{G}{\rho} = G \left(d \frac{1}{\rho} \right)$$

$$dV = -\frac{G}{\rho^2} d\rho$$

Substituindo esta relação na Equação (3.32), logo após multiplicando por G^2 e em seguida integrando ao longo da tubulação, obtém:

$$\int_{P_1}^{P_2} \rho dp - G^2 \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{2 f L G^2}{D} = 0 \quad (3.33)$$

Esta equação é válida para todos os gases e todas as condições térmicas de contorno.

Adotando um ρ_m (médio) e integrando, num ΔL

$$\rho_m (p_2 - p_1) - G^2 \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} + \frac{2 f G^2}{D} dL = 0$$

$$\frac{1}{v_m} (p_2 - p_1) - G^2 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{2 f G^2}{D} dL = 0 \quad (3.34)$$

$$v_m = v_1 \quad \text{ou} \quad v_m \approx \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (3.35)$$

Considerando a equação da energia

$$h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$\text{Como } V = \frac{G}{\rho} = Gv$$

Eliminando V

$$h_2 - h_1 + \frac{1}{2} G^2 (v_2^2 - v_1^2) = 0 \quad (3.36)$$

Como,

$$h_2 - h_1 = (u_2 - u_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1)$$

$$h_2 - h_1 = c_v (T_2 - T_1) + (p_2 v_2 - p_1 v_1) = c_p (T_2 - T_1) \quad (3.37)$$

Assim, a Equação (3.36) fica,

$$c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} G^2 (v_2^2 - v_1^2) = 0$$

Para a Equação (3.19) no ponto 2, assim:

$$p_2 = \frac{ZRT_2}{v_2 M} \quad (3.38)$$

Substituindo a Equação (3.38) na Equação (3.34)

$$\frac{1}{v_m} \left(\frac{ZRT_2}{v_2 M} - p_1 \right) - G^2 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{2fG^2}{D} dL = 0 \quad (3.39)$$

Capítulo 4

Resultados e Discussões

4.1 Modelos Matemáticos de Vazamento de Gás

4.1.1 Equações necessárias para os Modelos

As equações do capítulo anterior fornecem informações suficientes para dedução dos Modelos de Orifício e do Modelo do Duto para isso deve-se reescrever as equações para melhor entender os Modelos, que serão descritos a seguir.

Primeiramente a equação de estado para gás perfeito, que será a equação (3.19) que diferencia a equação de Estado para gás perfeito:

$$p = \frac{\rho ZRT}{M}$$

A razão de pressão crítica, Eq. (3.29b), que dará o limite para utilização dos modelos:

$$CPR = \frac{p_a}{p_{2cr}} = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{k/(k-1)}$$

Modelo quantitativo de um fluxo adiabático do gás no duto, necessário para encontrar as propriedades no ponto 2 descrito na Figura 3.3:

$$\frac{(k+1)}{k} \ln \left[\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right] + \frac{M}{RG^2} \left(\frac{p_2^2}{T_2} - \frac{p_1^2}{T_1} \right) + 4f \frac{L_e}{D} = 0 \quad (3.23)$$

Vazão do gás, que será a vazão no furo,

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = C_0 p_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{(k+1)}{k}}} \quad (3.30)$$

Simplificando através da Equação (3.29b),

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = P_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{(k+1)}{(k-1)}}} \quad (3.29)$$

4.1.2 Modelo Orifício [1][5]

Este modelo analisará o vazamento de gás através de uma falha muito pequena. Quando o diâmetro deste orifício/falha é relativamente pequeno, o duto será considerado como um tanque, como mostra a Figura 4.1.

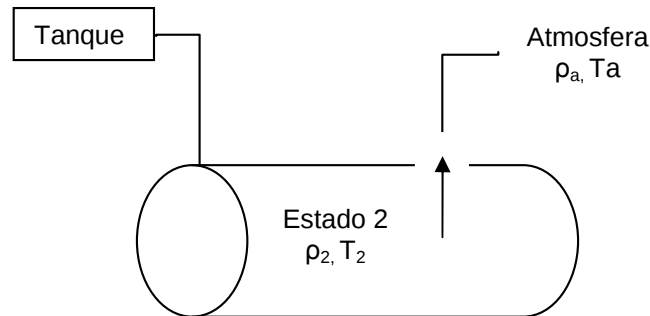


Figura 4.1 – Tanque esquemático

Supondo as seguintes condições:

- Pressão interna do duto não será afetada pelo vazamento de gás;
- Expansão isentrópica do gás.

Portanto a taxa de vazamento de gás é constante e igual à máxima taxa de vazão inicial.

Quando a razão entre a pressão atmosférica e a pressão no ponto 2 (p_a/p_2) for menor do que CPR, o escape de gás é sônico para o furo, e a máxima vazão inicial é apresentada pela Equação (2.29a),

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = p_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$$

Caso contrário, quando a razão entre a pressão e a pressão no ponto 2 (p_a/p_2) for maior do que CPR o fluxo será subsônico e a máxima vazão inicial é calculada pela Equação (3.30),

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = C_0 p_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{(k+1)/k}}$$

4.1.3 Modelo do Duto [1][5]

Agora será modelado o vazamento de gás quando houver um rompimento completo na seção do duto, ou seja, o diâmetro do orifício de vazamento será igual ao diâmetro do duto. Observando a Figura 4.1, nas condições antes descritas, o estado do ponto 2 é similar ao estado do ponto 3, e a expansão isentrópica não existirá, (portanto $p_2 = p_3 = p_a$). O fluxo adiabático é descrito pela Equação da Conservação de Energia Mecânica e pela Equação da Conservação de Energia.

Assumindo que o Fator de Atrito é o mesmo ao longo do duto, tem-se a Equação (3.20), antes já deduzida,

$$\frac{(k+1)}{2} \ln \left[\frac{M_{a_1}^2 (2 + M_{a_2}^2 (k-1))}{M_{a_2}^2 (2 + M_{a_1}^2 (k-1))} \right] - Z \left(\frac{1}{M_{a_1}^2} - \frac{1}{M_{a_2}^2} \right) + 4 f \frac{kL_e}{D} = 0$$

Assim o fluxo de massa é igual

$$G = \sqrt{\frac{2M}{ZR} \frac{k}{k-1} \frac{T_2 - T_1}{\left(\frac{T_1}{p_1} \right)^2 - \left(\frac{T_2}{p_2} \right)^2}}$$

Logo a razão de escape fica

$$G.A = \dot{m}$$

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2M}{ZR} \frac{k}{k-1} \frac{T_2 - T_1}{\left(\frac{T_1}{p_1}\right)^2 - \left(\frac{T_2}{p_2}\right)^2}} \quad (3.31)$$

4.1.4 Modelo Proposto [1][5]

Nem o Modelo de Orifício nem o Modelo de Duto são convenientes para usar quando o diâmetro de furo é maior do que um pequeno furo, mas menor do que o diâmetro do duto. Esta condição existe freqüentemente na realidade. Se o fluxo de gás é subsônico no duto, o escape de gás pode ser sônico ou subsônico, um ou outro dependendo da razão entre o diâmetro do furo e o diâmetro do duto.

Faze-se em seguida um estudo das várias situações no duto e no furo.

4.1.4.1 Fluxo subsônico no duto e fluxo sônico no furo [1][2][3][4]

Quando as seguintes condições são encontradas

$$\text{Fazendo } Y_i = \left(2 + M_{ai}^2 (k - 1)\right)$$

$$\begin{cases} p_2 > p_1 M_{ai} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}} \\ \frac{p_a}{p_2} < CPR \end{cases} \quad (4.1)$$

o gás flui subsonicamente no duto e sonicamente no orifício. Portanto, a razão

$$\text{de escape pode ser calculada pela Eq. (3.29) } \frac{\dot{m}}{A_{or}} = p_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2} k \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/(k-1)}}.$$

De acordo com a equação da continuidade, para o gás fluir, o fluxo de massa do gás que atravessa uma seção transversal do gasoduto, é igual. Então

$$G = \frac{\dot{m}}{A}$$

onde A é a área da seção transversal do duto, assim

$$G = \frac{A_{or}}{A} p_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}} = M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_1}} = M_{a2} p_2 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_2}} \quad (4.2)$$

A equação de estado do fluxo de gás é como Eq. (3.20),

$$\frac{(k+1)}{2} \ln \left[\frac{M_{a1}^2 (2 + M_{a2}^2 (k-1))}{M_{a2}^2 (2 + M_{a1}^2 (k-1))} \right] - Z \left(\frac{1}{M_{a1}^2} - \frac{1}{M_{a2}^2} \right) + 4f \frac{kL_e}{D} = 0. \text{ A relação entre}$$

parâmetros do ponto 1 e o ponto 2 na Figura 4.1 estão na Eq. (3.21) e nas

$$\text{Equações } \frac{T_2}{T_1} = \frac{Y_1}{Y_2}, \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \sqrt{\frac{Y_2}{Y_1}}, \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{M_{a1}}{M_{a2}} \sqrt{\frac{Y_1}{Y_2}}. \text{ E os parâmetros do}$$

ponto 3 são

$$\left. \begin{aligned} p_3 &= \left(\frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)} p_2 \\ T_3 &= \left(\frac{2}{k+1} \right) T_2 \\ \rho_3 &= \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{(k-1)}} \rho_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.3a)$$

E a relação da pressão atmosfera com os parâmetros do gás ficam:

$$T_a = \left(\frac{p_a}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} T_3 \quad (4.3b)$$

$$\rho_a = \left(\frac{p_a}{p_3} \right)^{\frac{1}{k}} \rho_3 \quad (4.3c)$$

4.1.4.2 Fluxo subsônico em ambos, no duto e no furo

[1][2][3][4]

Quando as seguintes condições são encontradas

$$\left\{ \begin{array}{l} p_2 > p_1 M_{a1} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}} \\ \frac{p_a}{p_2} \geq CPR \end{array} \right. \quad 4.4$$

o gás flui subsonicamente no duto e no furo. A razão de escape é expressa

pela Eq. (3.20), $\frac{\dot{m}}{A_{or}} = C_0 p_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{(k+1)}{k}}}$. Assim o fluxo de

massa através da seção transversal do duto é

$$G = \frac{\dot{m}}{AC_0}$$

$$G = \frac{A_{or}}{A} p_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{(k+1)}{k}}} = M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_1}} = M_{a2} p_2 \sqrt{\frac{kM}{ZRT_2}}$$

A Eq. (3.20) é usada para expressar a Equação de Estado para fluxo de gás. Como o escape de gás através do orifício é subsônico, o ponto 3 possui estado semelhante ao ponto atmosférico ($P_3 = P_a$), então

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{p_a}{p_2} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)}$$

$$\left(\frac{2}{k+1} \right) = \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

$$\left. \begin{array}{l} T_3 = \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} T_2 \\ \rho_3 = \left(\left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)^{\frac{1}{(k-1)}} \times \rho_2 = \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} \rho_2 \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

4.1.4.3 Fluxo sônico em ambos, no duto e no furo [4]

Quando $p_2 < p_1 M_{a1} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}}$, o fluxo de gás se torna sônico no Ponto 2. Neste

caso o fluxo através do furo só pode ser sônico.

Agora o ponto inicial é a expressão pela qual dá a razão do fluxo de massa no furo.

$$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{1}{ZRT_1} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$$

As condições no ponto 2 são;

$$\left. \begin{aligned} p_2 &= M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}} \cdot p_1 \\ T_2 &= \frac{2Y_1}{k+1} \cdot T_1 \\ \rho_2 &= M_{a1} \sqrt{\frac{k+1}{2Y_1}} \rho_1 \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Resumindo as equações do Modelo Proposto na Tabela 4.1.

Modelo Proposto		Condições	Equação
Fluxo subsônico no duto	Fluxo subsônico do Furo	$\begin{cases} p_2 > p_1 M_{a1} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}} \\ \frac{p_a}{p_2} < CPR \end{cases}$ Onde $Y_i = (2 + M_{ai}^2 (k-1))$	$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = p_2 \sqrt{\frac{M}{ZRT_2} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$
	Fluxo sônico no Furo	$\begin{cases} p_2 > p_1 M_{a1} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}} \\ \frac{p_a}{p_2} \geq CPR \end{cases}$	$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = C_0 p_2 \sqrt{\frac{2M}{ZRT_2} \frac{k}{k-1} \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_a}{p_2} \right)^{(k+1)/k}}$
Fluxo Sônico no Duto	Fluxo Sônico no Furo	$p_2 < p_1 M_{a1} \sqrt{\frac{2Y_1}{k+1}}$	$\frac{\dot{m}}{A_{or}} = M_{a1} p_1 \sqrt{\frac{1}{ZRT_1} k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)}}$

Tabela 4.1 – Resumo das equações do Modelo Proposto

4.1.5 Métodos de Soluções para o escoamento no duto [8]

Há três métodos de diferentes para a solução do escoamento no duto do ponto 1 ao ponto 2 utilizando a equação de fluxo adiabático (3.23): o método multistep (o método do plano segmentado), o método da integração numérica e o método de integração analítica.

4.1.5.1 Método Multistep ou Plano Segmentado

A forma diferencial da Eq. (4.7) pode ser usada diretamente para o cálculo numérico ao longo da tubulação sem fazendo qualquer outra suposição. Isto é realizado através da divisão do duto em pequenos incrementos avaliando as propriedades do gás de acordo com a pressão e temperatura em cada segmento.

$$\frac{dp}{\rho} + g dz + \frac{u du}{\alpha} + 2 \frac{f u^2}{D} dL = 0 \quad (4.7)$$

$$-\Delta p = \rho g \Delta z + \frac{\rho u}{\alpha} \Delta u + \frac{2 f \rho u^2}{D} \Delta L \quad (4.8)$$

O procedimento para calcular a queda de pressão mais de um tubo utilizando o método multistep pode ser descrito da seguinte forma:

Etapa 1 – Começando com a pressão conhecida, P_1 , localizada em $L_1 = 0$, num comprimento de segmento, ΔL .

Etapa 2 – Estimar um incremento pressão, Δp , para um segmento no duto, ΔL .

Etapa 3 – Calcular a pressão média e a temperatura média no segmento.

Etapa 4 – Determinar a densidade, viscosidade e outras propriedades do gás na pressão e temperatura média do segmento.

Etapa 5 – Calcular o gradiente de pressão no segmento nas condições médias.

Etapa 6 – Calcular o incremento da pressão no segmento selecionado.

Etapa 7 – Comparar o valor estimado e os valores calculados aos valores do incremento da pressão obtido nas etapas 2 e 6. Se eles não forem suficientemente próximos, deve-se escolher um novo incremento de pressão e

voltar a etapa 3. Repita as etapas 3 a 7 até que o erro entre o valor estimado e valores calculados estejam dentro da margem de tolerância.

Etapa 8 – Coloque $L = L_1 + \Sigma \Delta L$ e $p = p_1 + \Sigma \Delta p$

Etapa 9 – Se $\Sigma \Delta L$ for menor do que o comprimento total do duto então volte a etapa 2.

Método multistep exige que os cálculos sejam realizados durante muitos pequenos segmentos do tubo e que sejam empregadas iterações para obter a mudança na pressão e temperatura em cada segmento. O comprimento do segmento pode ser escolhido tal que a sua soma seja exatamente igual ao comprimento total do tubo e assim a interpolação não é necessária no último passo. Cada comprimento do segmento pode ser ajustado para garantir que a queda de pressão ao longo do segmento esteja abaixo de um determinado limite máximo. A integração é fácil de programar e pode ser feito tão precisa quanto desejado através da redução do comprimento do segmento e dos limites de tolerância para o processo iterativo. O procedimento pode ser aplicado a partir de montante para jusante ou no sentido inverso do duto.

4.1.5.2 Método de Integração Numérica

A Eq. (4.7) pode ser expressa de forma integral desde que a energia cinética da expressão possa ser desprezada.

$$\int \gamma_g dz + \int \frac{\left(\frac{p}{ZT}\right) dp}{\left\{C_1 \left(\frac{p}{ZT}\right)^2 + C_2 \frac{f q^2}{D^5}\right\}} \quad (4.9)$$

Esta é a fórmula utilizada por Cullender e Smith (1956) [8]. Ela não pode ser integrada analiticamente, devido à interdependência entre as variáveis ρ , Z , p , μ e T . Existem vários métodos disponíveis de integração numérica para calcular a pressão em poços e mudanças em oleodutos utilizando esta forma da equação de fluxo (por exemplo, Aziz, 1967) [8]. Também é possível simplificar efetuando integração com diversas hipóteses. Rzasz e Katz (1945) integraram a Eq. 3.8, assumindo que o desvio de gás é um fator constante avaliado na pressão e temperatura média. Sukker e Cornell (1955), e

Poettmann (1951) integrou a equação baseando no pressuposto de que o fator desvio do gás varia apenas com a pressão. Mais abordagens muito usadas são aquelas de Cullender e Smith (1956), e Crawford e Fancher (1959), onde o fator desvio do gás é tido como uma função de ambas as pressão e temperatura [8].

Note-se que todos os métodos mencionados acima são bastante precisos para cálculos de fluxo de gás natural em dutos [8].

4.1.5.3 Singlestep ou Método Analítico de Integração

É possível integrar a Eq. (4.7) analiticamente se a hipótese de que a temperatura, o fator de compressibilidade, o fator de atrito, bem como a viscosidade do gás pode assumir-se constante em alguns dos valores médios, mas iterativamente atualizado. Este método é chamado o método singlestep. Um número de métodos singlestep tem sido publicado na literatura com base em diferentes suposições. Uma das hipóteses, que é empregado pela maioria desses métodos, é que a mudança de energia cinética pode ser desprezada. Esta suposição pode levar a erros significativos para alguns fluxos de gás especiais em dutos, embora ela seja válida para muitas aplicações de engenharia [8].

4.1.6 Validação do modelo:

Para validar o modelo proposto, foi utilizado o modelo multistep, foi desenvolvido um algoritmo numérico utilizando a linguagem de programação fortran90. Para os exemplos mostrados foram utilizados 100 passos para encontrar a variação da pressão, temperatura, velocidade do fluido e massa específica ao longo do duto e especificamente no ponto 2 da Figura 3.3, utilizando a Equação (3.39):

$$\frac{1}{v_m} \left(\frac{ZRT_2}{v_2 M} - p_1 \right) - G^2 \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{2 f G^2}{D} dL = 0 .$$

E para estimar a vazão de gás no furo segundo as equações descritas na Tabela 4.1 para Fluxo no duto subsônico. No desenvolvimento deste trabalho, se considera as propriedades do metano, pois se sabe que este gás é o principal componente do gás natural, compreendendo quantidades que podem superar 90 ou 95%. Outros gases como nitrogênio, etano, CO₂ ou restos de butano ou propano, são encontrados em menores proporções [13].

Exemplo 1

Com os dados iniciais mostrados na Tabela 4.2, obteve-se os gráficos das Fig. 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5.

Parâmetro		Valor
Constante do gás	R	0,51835 [kJ/kg K]
Pressão inicial	p_1	236,1 [kPa]
Temperatura inicial	T_1	15,6 °C
Diâmetro do duto	D	0,305 [m]
Fator de atrito	f	$1,5e^{-3}$
Comprimento do duto	L	400 km
Vazão	$\dot{m}_1$	317,52 kg/s
Fator de Compressibilidade	Z	0.9

Tabela 4.2 – Dados iniciais do exemplo 1

A Fig. 4.2 mostra que a vazão no modelo do orifício só será válida se o diâmetro do furo for muito pequeno, pois quando se aumenta o diâmetro o modelo superestima a vazão crescendo muito rapidamente sua curva. Já na Figura 4.3, identifica-se que com o rompimento total do duto, ou seja, com o diâmetro do orifício igual ao diâmetro do duto, a vazão é constante conforme especificado no modelo.

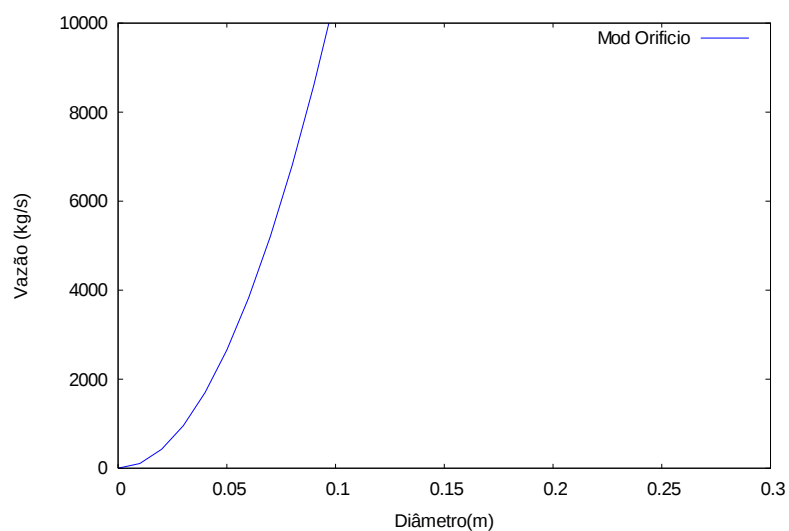


Figura 4.2 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Orifício

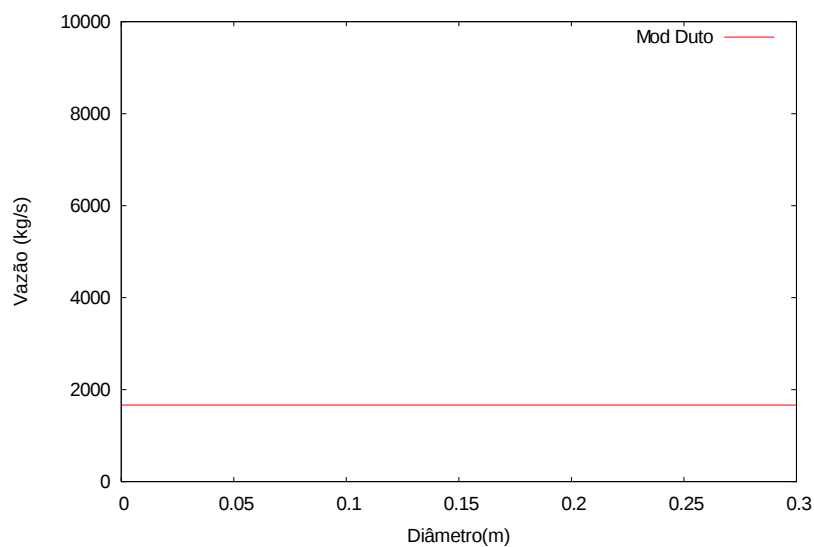


Figura 4.3 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Duto

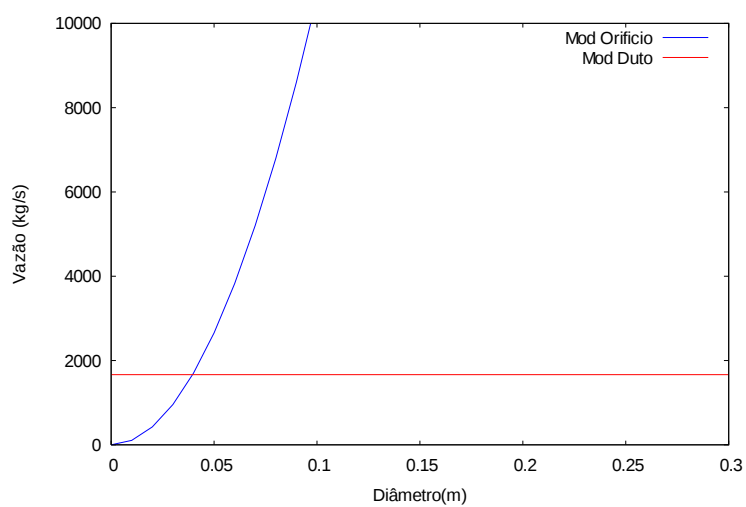


Figura 4.4 – Gráfico das vazões do Modelo do orifício e do Modelo do Duto

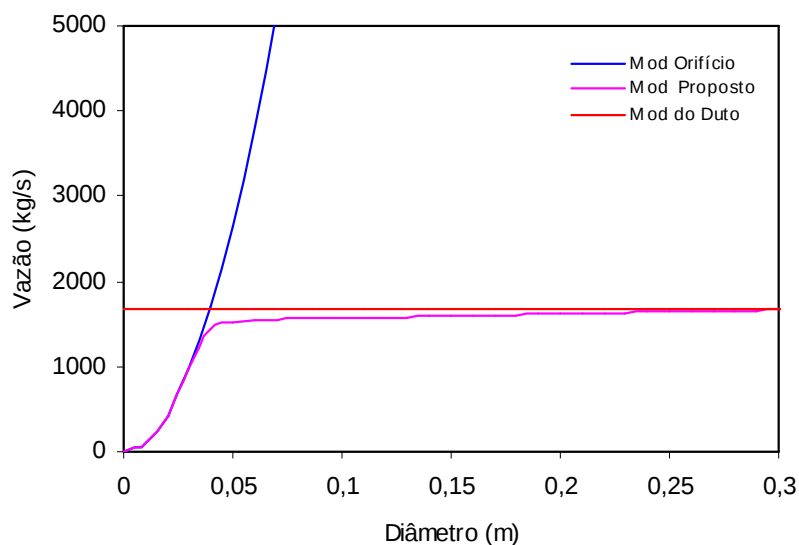


Figura 4.5 – Gráfico para Comparação dos Modelos

Exemplo 2

Com os dados iniciais mostrados na Tabela 4.3 obtem-se os gráficos das Fig. 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9.

Parâmetro		Valor
Constante do gás	R	0,51835 [kJ/kg K]
Pressão inicial	P1	204 [kPa]
Temperatura inicial	T1	16 °C
Diâmetro do duto	D	0,457[m]
Fator de atrito	f	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Comprimento do duto	L	400 km
Vazão	$\dot{m}_1$	317,52 kg/s
Fator de Compressibilidade	Z	0.9

Tabela 4.3 – Dados iniciais do exemplo 2

Como no exemplo anterior, na Fig. 4.6 tem-se que a vazão no modelo do orifício só será válida se o diâmetro do furo for muito pequeno, novamente. Já na Figura 4.7 vê que com o rompimento total do duto, ou seja, com o diâmetro do orifício igual ao diâmetro do duto a vazão é constante conforme especificado no modelo, a interseção na Fig. 4.8 mostra que para valores de diâmetro

maiores do que este, neste caso, o modelo do orifício não se aplica, pois ele superestima os valores da vazão no furo.

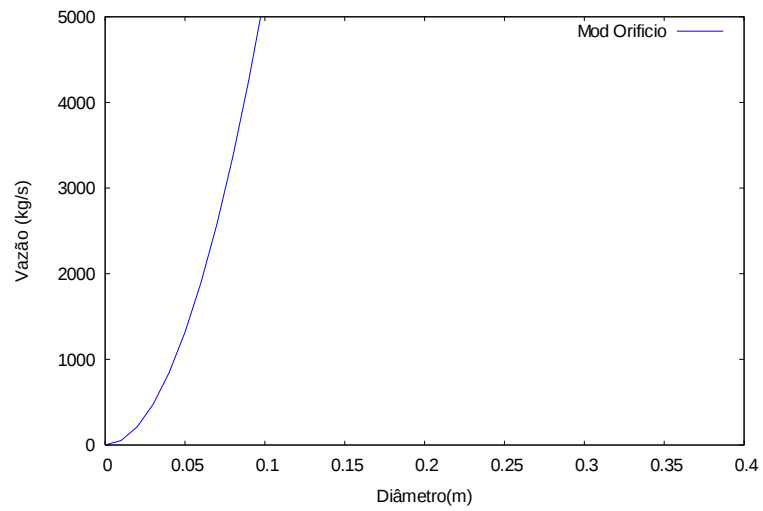


Figura 4.6 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Orifício

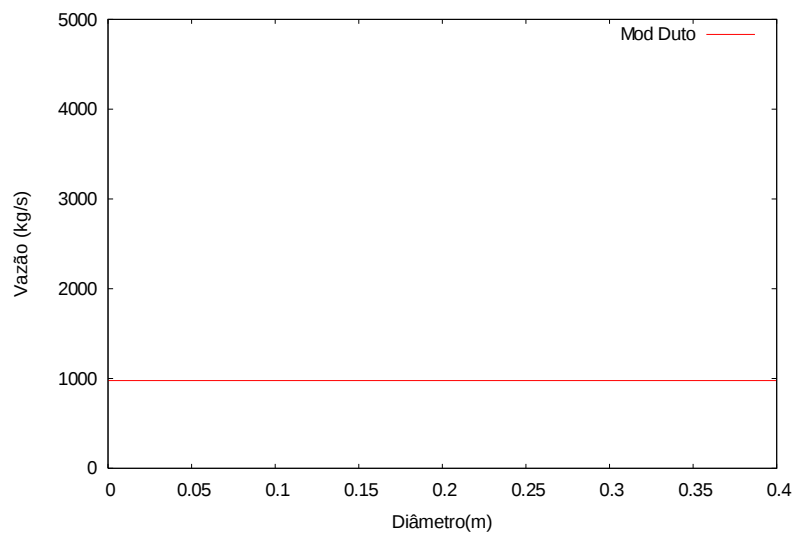


Figura 4.7 – Gráfico da Vazão pelo Diâmetro do Furo no Modelo do Duto

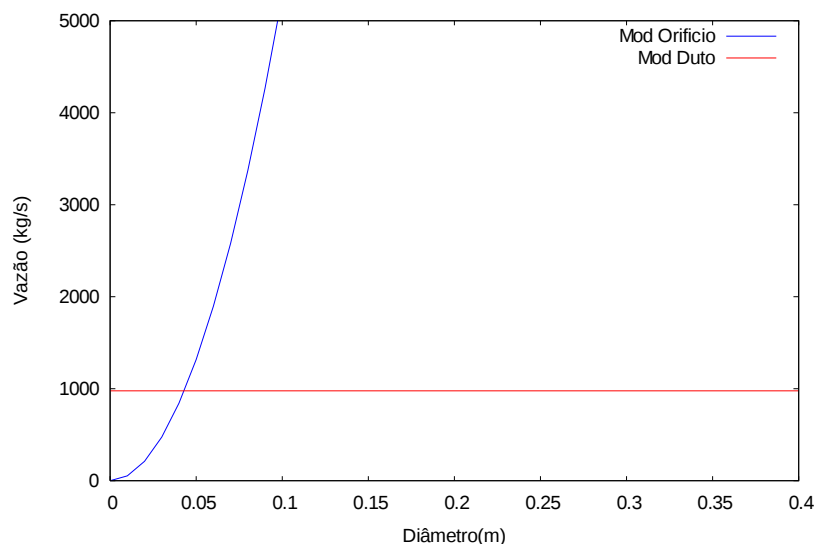


Figura 4.8 – Gráfico das vazões do Modelo do Orifício e do Modelo do Duto

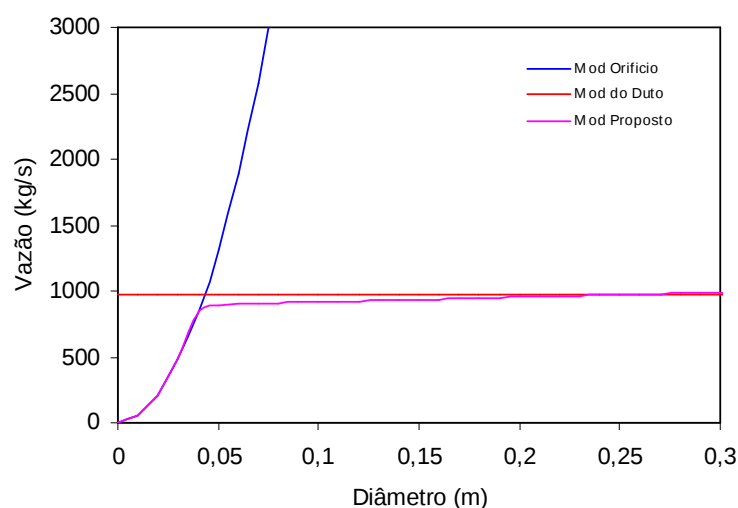


Figura 4.9 – Gráfico para Comparação dos Modelos

O modelo proposto se mostra muito satisfatório, pois para valores muito pequenos do diâmetro do furo atende como o modelo do orifício e para valores maiores tende a se tornar igual ao modelo do duto como visto nas Fig. 4.5, para o exemplo 1, e Fig. 4.9 para o exemplo 2.

Nos resultados mostrados nas Fig. 4.5 e 4.9 vê-se que, quando o furo é relativamente pequeno, a vazão calculada pelo modelo do orifício é semelhante ao do modelo aqui proposto. Quando o diâmetro do furo aumenta, o Modelo do Orifício superestima a vazão de gás no duto. Já quando o diâmetro do furo se

aproxima ao diâmetro do gasoduto, o modelo proposto tende ao mesmo resultado que o do Modelo do Duto.

Devido à ausência de dados fornecidos pela autora, a comparação da validação deste trabalho com o que Helena Montiel [4] fez, não pode ser realizada. Mas visualizando os resultados obtidos pela mesma, na Fig. 4.10, há uma tendência dos modelos similar aos resultados que foram obtidos neste trabalho.

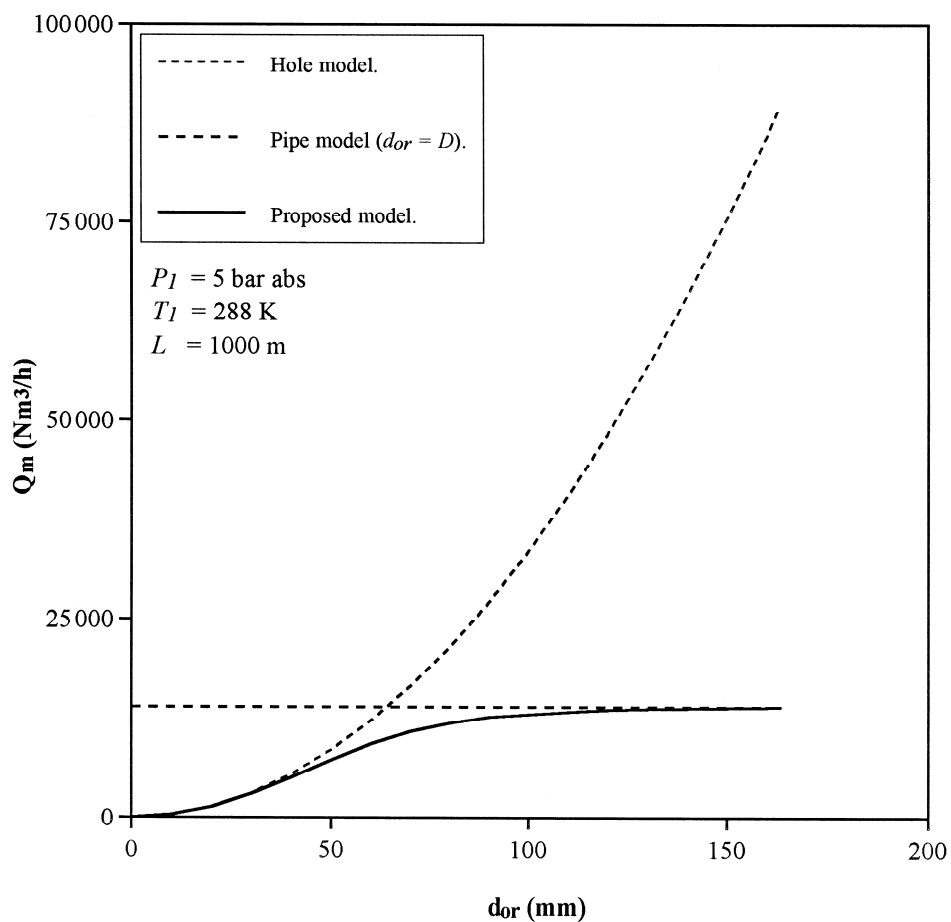


Figura 4.10 – Variação da vazão pelo diâmetro do orifício segundo Helena Montiel [4]

O gráfico de Dong Yuhua [1], como mostra a Fig. 4.11, também tem uma tendência dos modelos similar a tendência mostrada neste trabalho.

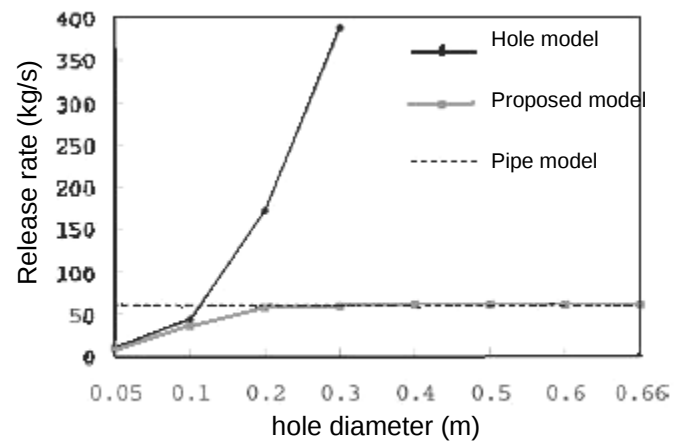


Figura 4.11 – Gráfico da vazão pelo diâmetro do orifício por Dong Yuhua [1]

Capítulo 5

Conclusão e Considerações Finais

Várias conclusões a respeito deste trabalho podem ser tiradas:

- Quando o furo no duto for muito pequeno a taxa de liberação do gás é calculada através do Modelo do Orifício, sendo este modelo mais indicado nestes casos, pois o fluxo de gás pode ser sônico ou subsônico. Além disso, o fluxo de gás no duto não é influenciado pela abertura do gasoduto, ou seja, o vazamento de gás não afetará a pressão interna do duto.
- Vê-se que se o diâmetro do furo se aproximar do diâmetro do duto o modelo do duto pode ser utilizado. A vazão neste caso é constante, já que a área de escape é igual à área da seção transversal do duto.
- Para tamanhos do furo entre estas duas situações acima o modelo proposto neste trabalho é aplicável.
- O novo modelo foi desenvolvido a partir da aplicação das equações fundamentais da Mecânica dos Fluidos. As equações resultantes resumidas na Tabela 3.1, podem, portanto, ser aplicadas a muitas situações diferentes, relativa ao vazamento de um gás através de um tubo danificado em um sistema de distribuição de gás do modelo não se destina a ser aplicada a grandes oleodutos.
- Como consequência, ele tem vantagens significativas sobre os modelos anteriormente publicados e disponíveis:
 - o Em primeiro lugar, que abrange uma série de acidentes que não poderiam ser tratadas com que o clássico 'duto' ou 'furo', ou seja, que varia entre um pequeno furo e a completa ruptura da tubulação.
 - o Em segundo lugar, permite a análise de um estado instável que aparece quando um dispositivo de segurança ou um regulador de fluxo estão fechados, tanto para escoamento sônico como para subsônico.

- o Além disso, o modelo leva em conta a limitação da razão de fluxo impostas pela existência de um regulador de fluxo, neste caso, o modelo também permite o cálculo da redução da pressão no tubo.
- Este modelo é, portanto, um grande passo na tentativa de desenvolver cálculos mais precisos e poderosos instrumentos para prever os efeitos e as consequências possíveis acidentes provocados pela perda de contenção de materiais perigosos.

Referências Bibliográficas

- [1] **Mathematical modeling of gas release through holes in pipelines**, Dong Yuhua Gao Huilin, Zhou Jing'en, Feng Yaorong: Chemical Engineering Journal 92 (2003) 237-241.

- [2] **A simple for the release rate of hazardous gas from a hole on high-pressure pipeline**, Young-Do JO e Tal: Journal of hazardous Materials A97 (2003) 31-46.

- [3] **Evaluation of gas release rate through hole in pipelines**, Dong Yuhua Gao Huilin, Zhou Jing'en, Feng Yaorong: Journal of Loss Prevention in the Process Industries 15 (2002) 423-428.

- [4] **Mathematical modeling or accidental gas releases**, Helena Montiel, Juan A. Vílchez, Joaquim Casal, Josep Arnaldos: Journal of hazardous Materials 59 (1998) 211-233.

- [5] **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, Robert W. Fox, Alan T. McDonald, Philip J Pritchard; tradução de Ricardo Nicolau Massar koury, Rio de Janeiro: LTC, 2006.

- [6] **The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow**, Ascher H. Shapiro; Volume I: The Ronald Press Company, New York, 1953.

- [7] **Fundamentos da Termodinâmica**, Van Wylen, Sonntag, Borgnakke; tradução da 6ª edição americana: Editora Edgar Blucher Ltda, 2003.

- [8] **Steady-state gas flow in pipes**, Liang-biao Ouyang, Khalid Aziz: Journal of Petroleum Science and Engineering 14 (1996) 137- 158.

[9] **Termodinâmica Química para Ingenieros**, Richard E. Balzhiser, Michal R. Samuels e John D. Eliassen: Editorial Pretice/Hall Internacional.

[10] **Mecânica dos Fluidos**, Frank M. White: Mc Gaw Hill, 4ª Edição.

[11] **Escoamento Compressível**, Notas de Aula Da Professora Ângela Ourivio Nieckele, 2006, Site da PUC-RIO (www.mec.puc-rio.br)

[12] **D.A. Carter**, J. Loss Prev. Process Ind. 4 1991.68–72.

[13] **Detecção de Vazamento por Computador “On-line” em Tubulações Transportando Misturas Gás-Líquido**, Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Química, Candice Ferreira Braga , Campinas, SP, Abril 2001

[14] **Ways to calculate gas flow and static head**, .Aziz, K., 1962-1963. Petroleum Engineer, Series from Nov. 1962 through Sept.1963. Vols. 34-35.

[15] **Calculation of bottom-hole pressure in gas wells**. Aziz. K., 1967. J. Pet. Technol.. 19(7): 897-899.

[16] **Multiphase Flow Technology for the Development of Oil and Gas Reservoirs**. Aziz, K., 1994. Course note. Stanford University. Calif.

[17] **T.W. Cochran**, Chem. Eng. 103 (1996) 115–122.