

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**  
**PROJETO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**JOHNNY QUINTINO DA SILVA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE  
FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS NA REGIÃO DE ENTRADA DE TUBOS**

VITÓRIA

2008

**JOHNNY QUINTINO DA SILVA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS NA REGIÃO DE ENTRADA DE TUBOS**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico com Ênfase na Indústria do Petróleo e Gás.  
Orientador: Prof. Dr. Edson José Soares

VITÓRIA

2008

**JOHNNY QUINTINO DA SILVA**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA PERDA DE CARGA EM ESCOAMENTOS DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS NA REGIÃO DE ENTRADA DE TUBOS**

Projeto apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de graduado em Engenharia Mecânica.

Aprovado em dezembro de 2008.

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

**Prof. Dr. Edson José Soares**  
**Universidade Federal do Espírito Santo**  
**Orientador**

---

**Prof. Dr. João Luiz Marcon Donatelli**  
**Universidade Federal do Espírito Santo**

---

**Prof. Dr. Rogério Ramos**  
**Universidade Federal do Espírito Santo**

## AGRADECIMENTOS

É com muita alegria que eu agradeço:

à Deus, pois sem Ele nada sou e tudo que conquistei foi Ele quem me concedeu;

à minha mãe, Maria das Graças Quintino, ao meu pai, Izaias da Silva e a minha irmã, Ingrid Quintino da Silva, que me apoiaram com palavras de carinho em todos os momentos e também por investirem em minha formação acadêmica;

aos amigos e colegas que sempre me incentivaram. Não poderia deixar de enfatizar a importância de um grande amigo, Sérgio Luiz Dalvi Kfuri, que esteve presente nos momentos de dificuldade e, juntos, solucionamos vários problemas para que este trabalho pudesse ser concluído com êxito;

à minha noiva, Heloína Oliveira Batista, pelo amor, dedicação, compreensão e principalmente pelas sábias palavras que sempre me renovavam e fortaleciam mediante as dificuldades durante todo este período;

ao professor e orientador Dr. Edson José Soares, pela assistência constante durante todo o desenvolvimento deste trabalho, pelo conhecimento compartilhado e pela paciência durante às muitas horas de estudo;

aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo que participaram de alguma forma do desenvolvimento deste trabalho. Em especial ao Prof. Dr. Rafael Luís Teixeira pelo apoio na programação com o software Matlab;

à ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis), à FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos) e ao Ministério da Ciência e Tecnologia, pelo grande incentivo ao estudo e pesquisa ao instituir o Programa de Recursos Humanos da ANP, PRH-29, na Universidade Federal do Espírito Santo. Também agradeço à Petrobrás, por financiar o Laboratório de Fenômenos de Transporte Computacional, LFTC, onde foram feitas as simulações, os estudos e as análises numéricas utilizadas neste trabalho.



“Bem-aventurado aquele servo que o Senhor, quando vier, achar servindo assim.”

S. Mateus 24:46.

## RESUMO

O presente trabalho estuda a perda de carga localizada na região de entrada de dutos circulares em escoamento laminar. A solução é obtida por meio de simulações numéricas utilizando como ferramenta três softwares comerciais. O gerador de malha, o processador e o pós-processador utilizados são, respectivamente, o Gambit, o Polyflow e o CFX Post 11.1. Para modelar o comportamento dos materiais, utiliza-se a equação constitutiva de Fluido Newtoniano Generalizado, com as equações de Bingham, power-law e newtoniana para a função viscosidade. É analisado o fator de atrito ao longo do comprimento adimensional do tubo. Também se calcula o fator de atrito médio, obtido pela integração da curva do fator de atrito ao longo da região de entrada. É investigada a influência do número de Reynolds e dos parâmetros reológicos dos fluidos, o índice de comportamento e a tensão limite de escoamento, a fim de comparar os resultados dos escoamentos de fluidos não newtonianos com os obtidos para o caso newtoniano.

Palavras-chave: Perda de carga. Fator de atrito. Fluido Newtoniano Generalizado.

Simulação numérica.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Croqui do domínio físico do problema.....	15
Figura 2.1: $\tau_{xy}$ em função de $\dot{\gamma}$ para as equações de Papanastasiou com $c = 1, 10, 100$ e $1000$ .....	26
Figura 2.2: Croqui do domínio físico mostrando as condições de contorno.....	27
Figura 3.1: Detalhamento dos elementos da malha inicial.....	34
Figura 3.2: Detalhamento dos elementos da malha definitiva.....	35
Figura 3.3: Perfis de velocidade na região desenvolvida para fluidos power-law com $n=0,5$ e $1,5$ e para o fluido newtoniano ( $n=1$ ).....	36
Figura 4.1: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos power-law com $0,5 \leq n \leq 1,5$ e $Re = 10$ .....	38
Figura 4.2: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos de Bingham com $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$ e $Re = 10$ .....	38
Figura 4.3: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos power-law com $0,5 \leq n \leq 1,5$ e $Re = 100$ .....	39
Figura 4.4: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos de Bingham com $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$ e $Re = 100$ .....	39

Figura 4.5: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos power-law com $0,5 \leq n \leq 1,5$ e $Re = 1000$ .....	40
Figura 4.6: $f Re$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ para fluidos de Bingham com $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$ e $Re = 1000$ .....	40
Figura 4.7: $f$ ao longo do comprimento adimensional $X/D$ . Power-law para $n = 0,5 ; 1,0 ; 1,5$ e $Re = 100$ .....	44
Figura 4.8: Comparação entre o fator de atrito ao longo do comprimento adimensional $X/D$ e a simplificação utilizada no cálculo da perda de carga.....	48



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Fator de atrito médio $\bar{f}$ para a região de entrada do tubo. ....	45
Tabela 4.2: Comprimento de tubo equivalente $L_e/D$ , em diâmetros, a perda de carga localizada na região de entrada do tubo. ....	47
Tabela 4.3: Comparação entre o $\bar{f}$ e o $f_{\text{simplif}}$ para a entrada do tubo. ....	49

# SUMÁRIO

<b>Capítulo 1</b> .....	9
<b>Introdução</b> .....	9
1.1 Motivação.....	9
1.2 Caracterização do Problema.....	11
1.3 Estado da Arte .....	16
<b>Capítulo 2</b> .....	21
<b>Formulação Física</b> .....	21
2.1 Equações Governantes.....	22
2.2 Modelo Constitutivo.....	24
2.3 Função Viscosidade.....	25
2.4 Condições de Contorno .....	27
2.5 Adimensionalização .....	28
<b>Capítulo 3</b> .....	31
<b>Formulação Numérica</b> .....	31
3.1 Teste de Malha .....	33
<b>Capítulo 4</b> .....	37
<b>Resultados</b> .....	37
4.1 Análise de $f Re$ para a região de entrada.....	37
4.2 Fator de atrito médio para a região de entrada do tubo .....	44
<b>Capítulo 5</b> .....	51
<b>Comentários Finais</b> .....	51
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	53

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Uma etapa importante da cadeia produtiva do petróleo é o transporte do óleo e do gás. Os campos petrolíferos geralmente não estão localizados próximos dos terminais e refinarias, assim, se faz necessário transportar a produção através de embarcações ou das tubulações (oleodutos e gasodutos).

O termo tubulação ou sistema de escoamento é usado para denominar um conjunto de tubos e seus acessórios. O investimento na implantação dos sistemas de escoamento é relativamente alto e, a fim de minimizar os custos com o transporte através das tubulações, busca-se uma maior capacidade de escoamento por meio de projetos hidráulicos mais eficientes.

Sempre que um fluido escoar por um tubo, há uma perda de energia denominada perda de pressão ou perda de carga. Esta perda de energia ocorre em virtude do atrito com as paredes do tubo e, neste caso, é uma função da rugosidade superficial. Esta perda também resulta da influência da viscosidade do líquido em escoamento, sob efeito do atrito entre as camadas do fluido.

Alguns tipos de petróleos possuem alta densidade e são muito viscosos em condições ambientes. Estes, geralmente se comportam como fluidos não newtonianos e são chamados de “óleos pesados”. Segundo a literatura especializada, são os óleos extraídos que possuem densidade superior a  $0,90 \text{ g/cm}^3$  e viscosidade de 100 cP a 10.000 cP (entre  $10^\circ\text{-}20^\circ$  API) na superfície.

As perdas de carga se classificam em perdas distribuídas e localizadas. A perda distribuída se deve ao efeito do atrito no escoamento completamente desenvolvido em tubos de seção constante. A perda localizada resulta da alteração na direção do escoamento, das obstruções na trajetória do fluido e das mudanças abruptas ou graduais na área de escoamento, devido aos vários acidentes que uma tubulação contém, desde o próprio trecho reto na entrada do tubo, até as válvulas, registros, reduções, luvas, curvas, uniões, entre outros.

O conhecimento dos fenômenos ocorridos no escoamento em tubos é muito importante em nível de engenharia. Sendo muito forte o escoamento plenamente desenvolvido, surge a necessidade de se estudar os fenômenos ocasionados pelas entradas, saídas e acessórios das tubulações.

Como motivação deste trabalho está o fato de que em um projeto hidráulico, como por exemplo, o de tubulações para o escoamento de óleo pesado, a perda de carga é um parâmetro muito importante e que deve ser determinada com precisão para se obter um sistema de bombeamento bem dimensionado e mais econômico, ou seja, uma redução do custo por volume bombeado.

O presente trabalho tem como foco analisar a perda de carga dos fluidos escoando em condição laminar na região de entrada de um tubo por meio de abordagem numérica.

## 1.2 Caracterização do Problema

Estudos e pesquisas procurando estabelecer leis que possam reger as perdas de carga em tubos estão sendo realizados a cerca de dois séculos.

De um modo geral, o estudo do escoamento de fluidos newtonianos em tubos encontra-se bastante desenvolvido. O fator de atrito e coeficiente de perda de carga para a entrada de tubos e para a maior parte dos acidentes é encontrado em várias tabelas disponibilizadas na literatura. Por outro lado, há poucos trabalhos dedicados ao estudo da perda de carga localizada em tubos para fluidos não newtonianos.

O escoamento em um tubo pode ser analisado macroscopicamente através da equação de Bernoulli modificada (Bird et al. [1]), dada pela Equação (1.1).

$$\frac{p_1}{\rho} + gZ_1 + \alpha_1 \frac{\bar{U}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gZ_2 + \alpha_2 \frac{\bar{U}_2^2}{2} + h_f \quad (1.1)$$

Onde  $p_1$  e  $p_2$ ,  $\bar{U}_1$  e  $\bar{U}_2$ ,  $Z_1$  e  $Z_2$ ,  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são as pressões, as velocidades médias, as cotas e os coeficientes de energia cinética nos pontos 1 e 2, respectivamente. Para o escoamento laminar utiliza-se  $\alpha = 2$  e para o caso turbulento quase sempre se utiliza  $\alpha = 1$ . O somatório de todas as perdas de carga ocasionadas entre os pontos 1 e 2 é representado por  $h_f$ . A aceleração da gravidade é representada por  $g$  e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

A queda de pressão ou perda de carga  $h$ , para o escoamento em um tubo reto na horizontal, é obtida por meio da simplificação da Equação (1.1) e apresentada na Equação (1.2), onde  $\Delta p$  é diferença entre as pressões a montante e a jusante.

$$h = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} \quad (1.2)$$

A perda de carga total  $h_f$  é um somatório da perda de carga distribuída  $h_d$  na região onde o escoamento encontra-se desenvolvido mais a perda de carga localizada  $h_s$  em válvulas, acessórios e, no presente trabalho, na região de entrada do tubo, conforme é apresentado na Equação (1.3).

$$h_f = h_d + h_s \quad (1.3)$$

A perda distribuída pode ser calculada pela equação de Darcy-Weisbach, dada pela Equação (1.4), sendo  $f$  o fator de atrito de Darcy,  $L$  o comprimento do tubo,  $D$  o diâmetro e  $\bar{U}$  a velocidade média do escoamento.

$$h_d = f \frac{L \bar{U}^2}{D} \quad (1.4)$$

O fator de atrito pode ser calculado em qualquer ponto do escoamento de acordo com a Equação (1.5), onde  $\frac{dp}{dx}$  é o gradiente de pressão.

$$f = \frac{-\frac{dp}{dx} D}{\frac{1}{2} \rho \bar{U}^2} \quad (1.5)$$

Para o escoamento desenvolvido em condição laminar é válida a expressão apresentada na Equação (1.6). O fator de atrito é expresso em função do número de Reynolds ( $Re$ ).

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1.6)$$

Esta relação é convencionalmente utilizada no cálculo do  $f$  para fluidos newtonianos. O número de Reynolds é uma relação entre as forças de inércia e as forças viscosas do escoamento. Soares et al. [2] apresentam uma forma generalizada para o número de Reynolds. A partir da correta definição da tensão de cisalhamento na

parede do tubo na região desenvolvida do escoamento, é possível utilizar a Equação (1.7) para qualquer fluido.

$$\text{Re} = \frac{8\rho\bar{U}^2}{\tau_w} \quad (1.7)$$

Onde  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede para a região desenvolvida do escoamento.

A perda de carga localizada na região de entrada do tubo representa uma queda acentuada na pressão do escoamento e é representada pela Equação (1.8), onde  $k$  é o coeficiente de perda de carga localizada.

$$h_s = k \frac{\bar{U}^2}{2} \quad (1.8)$$

É proposto no presente trabalho o fator de atrito médio,  $\bar{f}$ , para a região de entrada do tubo, conforme a Equação (1.9). O  $\bar{f}$  possui o mesmo significado físico de  $k$ , ou seja, é o coeficiente de perda localizada na entrada do escoamento. Ele é obtido por meio da integração da função do fator de atrito ao longo do comprimento adimensional do tubo na região de entrada, até o ponto em que o escoamento torna-se desenvolvido.

$$\bar{f} = \int_0^{L^*} f dx^* \quad (1.9)$$

A Equação (1.2) e a Equação (1.8) combinadas resultam na Equação (1.10), considerando  $k = \bar{f}$ .

$$k = \bar{f} = \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} \bar{U}^2} \quad (1.10)$$

A perda de carga localizada também é apresentada em termos do comprimento equivalente de uma tubulação de seção constante pela combinação das Equações (1.4) e (1.8). Como resultado é obtido a Equação (1.11).

$$h_s = f \frac{L_e}{D} \frac{\bar{U}^2}{2} \quad (1.11)$$

Onde  $L_e/D$  é o comprimento equivalente do acidente em diâmetros de tubo reto que proporciona igual perda de carga se submetido às mesmas condições de escoamento. Das Equações (1.8) e (1.11) tem-se a Equação (1.12).

$$\bar{f} = f \frac{L_e}{D} \quad (1.12)$$

O objetivo deste trabalho é estudar numericamente a perda de carga localizada em escoamentos de óleos pesados, em condição laminar, na região de entrada de um tubo, Figura (1.1), utilizando softwares comerciais como ferramentas para as simulações dos escoamentos.

As Equações (1.5), (1.9), (1.10) e (1.12) são utilizadas no presente trabalho para obter a queda de pressão na região de entrada do tubo.

O comprimento de tubo equivalente  $L_e/D$ , em diâmetros, que equivale à perda ocasionada pela região de entrada também é calculado. Este é um parâmetro que mede a influência da perda de carga localizada na entrada em relação à perda distribuída ao longo de todo o comprimento do tubo.



Os óleos pesados são modelados pelo modelo FNG (Fluido Newtoniano Generalizado), tal como descrito por Machado [3] e Bird et al. [1]. Para calcular a viscosidade utilizam-se as funções de Bingham, power-law e newtoniana. Todos os resultados obtidos são comparados com os valores para o caso newtoniano. Para a solução numérica do problema são resolvidas as equações de conservação de massa e da quantidade de movimento linear.

A solução numérica do problema é obtida com as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1 – Escoamento Isotérmico;
- 2 – Fluido Incompressível;
- 3 – Regime Permanente;
- 4 – Escoamento Laminar;
- 5 – Simetria Axial;
- 6 – Condição de não deslizamento na parede;
- 7 - Perfil uniforme de velocidade na entrada do tubo.

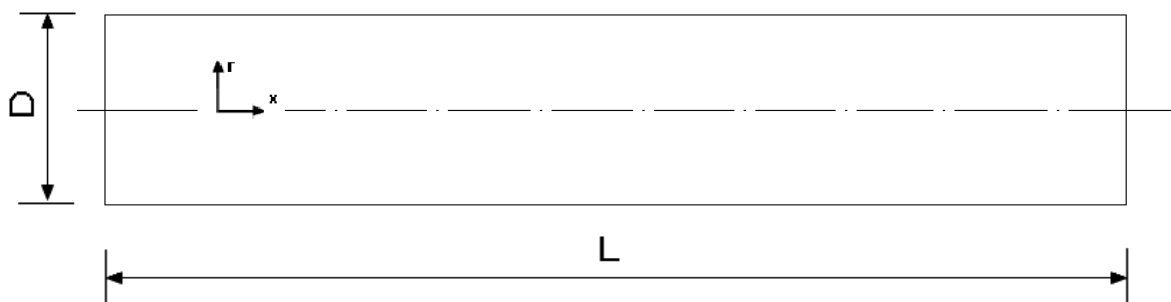


Figura 1.1: Croqui do domínio físico do problema.

## 1.3 Estado da Arte

Há muitos trabalhos que abordam o escoamento de fluidos na região de entrada de um tubo. Porém a maioria esbarrou na dificuldade referente ao modelamento do escoamento de entrada. Uma boa descrição dos métodos já utilizados pode ser encontrada em Shah e London [4].

Eles expõem quatro métodos até então utilizados na tentativa de se calcular o escoamento de entrada em desenvolvimento em tubos: 1. Soluções combinadas axialmente; 2. Soluções integrais; 3. Soluções por linearização da equação de momento; 4. Soluções pelos métodos de diferenças finitas. Todos os métodos de 1 a 4 empregam um equacionamento simplificado de camada limite, negligenciando a difusão axial do momento e o gradiente de pressão radial, tais aproximações levam a resultados errôneos, particularmente para baixos números de Reynolds.

Um exemplo do uso do perfil de velocidade de entrada uniforme pode ser encontrado no trabalho de Chen [5], onde o próprio autor confrontando seu trabalho com dados experimentais cita que os resultados encontrados são válidos para escoamentos com números de Reynolds maiores que 20.

O trabalho de Benson e Trogon [6] é outro exemplo do uso de perfis de velocidades na entrada do tubo. São utilizados dois perfis, o primeiro totalmente plano na entrada, o que causa uma descontinuidade na parede do tubo logo na entrada, o segundo adotado prevê uma variação linear da velocidade, máxima na linha de simetria do tubo, até zero nas paredes. O objetivo dos autores é comparar com outros trabalhos numéricos até então realizados e não com o escoamento experimental.

Um dos primeiros trabalhos que utiliza métodos numéricos é o de Hornbeck [7]. Ele aplica o método das diferenças finitas utilizando um perfil suave de entrada no tubo, de maneira a não causar descontinuidade com a parede do tubo. Uma revisão sobre a mudança nos perfis do escoamento na região de entrada pode ser encontrado em Schlichting [8]. Hornbeck [7] cita que o escoamento fica mais complexo à medida que se considera a existência do componente radial de velocidade em adição ao componente longitudinal na entrada do tubo.

Sadri e Floryan [9] estudam a entrada do escoamento em um canal plano por meio do método das diferenças finitas, utilizando as equações governantes expressas

em termos de vorticidade e função corrente. O escoamento é calculado para números de Reynolds entre 0 e 2200. O enfoque dos autores é o cálculo do coeficiente de perda de carga e do comprimento de entrada. São obtidas três expressões de perda de carga para diferentes regiões de número de Reynolds que, comparadas com resultados de outros estudos, tanto experimentais como numéricos, prevêm perdas maiores. Assim como para a perda de carga, o comprimento de entrada é apresentado em três equações para zonas de diferente número de Reynolds. Os resultados obtidos são menores que os de outros trabalhos comparados pelos autores.

Grande parte dos livros introdutórios ao assunto de perda de carga em tubos não apresentam um coeficiente de perda localizada válido para toda a faixa de número de Reynolds em condição laminar, em particular para o escoamento na entrada de tubo, que é o problema estudado no presente trabalho.

Vernnard e Street [10] é um dos poucos livros onde se cita algo. Os autores explicam que o coeficiente de perda tende a decrescer com o aumento do número de Reynolds, porém somente fornecem um coeficiente válido para escoamentos altamente turbulentos.

Em Perry, Green e Maloney [11], se encontra uma expressão válida da perda de carga para contração abrupta para taxas de contração menores que 0,2 e escoamento laminar. A perda é expressa em termos de um coeficiente equivalente de tubo retilíneo em função do número de Reynolds.

Alguns dos estudos experimentais encontrados, que calculam o coeficiente de perda de carga, para o mesmo caso presente ou para casos semelhantes, apresentam resultados diversos e conflitantes e não concordam com os resultados de estudos numéricos, conforme já registrado por Sisavath et al. [12].

Sisavath et al. [12] aborda de forma experimental o problema da expansão e contração axisimétrica para escoamentos com baixos números de Reynolds. É obtida uma expressão em função do número de Reynolds e do coeficiente de expansão que permite calcular o coeficiente de perda de carga localizada.

Astarita e Greco [13] realizam um estudo experimental, buscando obter o coeficiente de queda de pressão na entrada de um duto circular sobre condições de escoamento laminar, entre números de Reynolds 10 e 2000, obtendo os coeficientes de

perda de carga para duas regiões diferentes de número de Reynolds. Para  $Re$  inferior a 146 é obtida a curva  $k = 795/Re$ , já para valores de  $Re$  superiores o coeficiente adquirido é  $k = 5,48$ . Os autores destacam que os valores obtidos são muito maiores que os encontrados por eles em outros trabalhos.

Há poucos trabalhos na literatura que abordam o estudo numérico da perda de carga localizada em escoamento de fluidos não newtonianos em escoamento turbulento. A maioria dos trabalhos apresenta os valores do coeficiente de perda de carga, medidos experimentalmente.

Edwards et al. [14] estudam a perda de carga em diferentes acessórios como válvula borboleta, válvula globo, expansão e contração, para o escoamento de fluidos não newtonianos em tubulações de 2,54 e 5 cm. É observado que o coeficiente de perda de carga depende do tamanho dos acessórios.

Turian et al. [15] estudam a perda de carga para o escoamento de lamas não newtonianas de laterita e gipsita através válvulas, curvas, contrações, expansões e medidores do tipo Venturi, em condição de escoamento turbulento. Como resultado é observado que o coeficiente de perda de carga para o escoamento laminar depende do tamanho do acessório e é inversamente proporcional ao número de Reynolds. Para o escoamento turbulento é observado que os coeficientes de perda de carga aproximam-se assintoticamente dos escoamentos de água em altos números de Reynolds.

Wójs [16] realiza uma grande quantidade de experimentos com soluções poliméricas diluídas de alto peso molecular, escoando em tubos lisos e rugosos em condição laminar e turbulenta. Neste trabalho, avaliam-se as influências do diâmetro e da rugosidade da tubulação, do peso molecular e da concentração. A influência do diâmetro do tubo também é visível, sendo que os tubos com menores diâmetros apresentam fatores de atrito mais baixos. O efeito de redução do arraste também é percebido em tubos rugosos.

Romero et al. [17] estudam os coeficientes de perda de carga para o escoamento laminar de goma xantana através de válvulas parcialmente e totalmente abertas e curva de  $90^\circ$ . Os autores desenvolvem uma correlação empírica do coeficiente de perda localizada para cada acessório.

Polizelli et al. [18] estudam a perda de carga em escoamento laminar e turbulento de soluções aquosas de sucrose e goma xantana. As medições são feitas em válvulas borboletas parcialmente e totalmente abertas, em curvas e em uniões. O coeficiente de perda de carga é correlacionado como uma função do número de Reynolds.

Etmad [19] estuda experimentalmente a perda de carga para o escoamento turbulento de soluções de carboximetilcelulose de sódio (CMC) em diferentes acessórios como válvulas, curvas, contrações e expansões. A solução de CMC comporta-se como um fluido pseudoplástico do tipo power-law e os índices de consistência e de comportamento são dependentes das concentrações da solução de CMC.

Huigol e You [20] estudam os escoamentos em regime permanente para os fluidos de Bingham, Casson e Herschel-Bulkley em dutos de diferentes seções transversais, como a circular e a quadrada. Os resultados revelam o efeito da não linearidade da viscosidade nos escoamentos examinados. Desse trabalho conclui-se que, para o escoamento no duto circular, os resultados numéricos concordam melhor com os resultados teóricos.

Kelessidis et al. [21] estudam o escoamento de fluido Herschel-Bulkley em dutos de geometria circular e anular circular. Os autores realizam estudos de fluidos de perfuração que exibem comportamento não newtoniano, os quais podem ser descritos pelos três parâmetros da função de Herschel-Bulkley, o índice de consistência, o índice de comportamento e a tensão limite de escoamento. Segundo os autores, os dois parâmetros da função do fluido plástico de Bingham e do fluido power-law são usados com maior frequência em razão da sua simplicidade e concordância com os reogramas. As funções mais complexas são avaliadas mais precisamente em estudos do comportamento de fluidos de perfuração do que as funções mais simples, como Bingham e power-law. Porém, funções mais complexas não são largamente aplicadas devido à dificuldade de se obter soluções analíticas para equações diferenciais da conservação da quantidade de movimento. Desse modo, o trabalho de Kelessidis et al. [21] propôs uma metodologia diferente e para determinar os dados reológicos dos três parâmetros de fluidos de perfuração do tipo Herschel-Bulkley. Também discutem que as

escolhas de parâmetros reológicos podem afetar a determinação da queda de pressão e dos perfis de velocidade dos fluidos de perfuração ao longo do circuito de perfuração.

Soares et al. [22] apresentam a análise da transferência de calor na região de entrada de tubos em escoamentos de fluidos viscoplásticos. O escoamento é laminar e a viscosidade é modelada segundo a equação de Herschel-Bulkley. As equações da conservação são resolvidas numericamente via método de volumes finitos. O efeito da dependência da temperatura nas propriedades reológicas é também investigado e o número de Nusselt, por exemplo, é obtido como função da coordenada axial do campo de tensões e do índice de comportamento. Os autores apresentam também os perfis de velocidade em quatro diferentes posições axiais ao longo da região de entrada. Os autores não analisam o fator de atrito na região de entrada de tubos.

A presente revisão bibliográfica mostra que os estudos sobre os fluidos não newtonianos são recentes e ainda pouco explorados. Os valores do coeficiente de perda de carga são muito importantes aos projetos de tubulações e sistemas de bombeamento e há poucos trabalhos numéricos publicados sobre o assunto, o que motivou o presente trabalho. Assim, pretende-se com este projeto contribuir para um melhor conhecimento da perda de carga localizada na região de entrada de tubos, complementando a literatura existente sobre o assunto.

## Capítulo 2

### Formulação Física

Neste Capítulo é feita a formulação física do problema e apresentadas as equações governantes que regem o escoamento na região de entrada do tubo. Em seguida, apresenta-se o modelo constitutivo dos fluidos não newtonianos utilizados e também as funções de viscosidade, em função da taxa de deformação, segundo cada tipo de fluido. Logo após, são apresentadas as condições de contorno, a partir das hipóteses simplificadoras abordadas no Capítulo 1 e, por fim, é feita a adimensionalização das equações governantes.

## 2.1 Equações Governantes

A equação da continuidade é empregada na modelagem do problema, Equações (2.1) e (2.2), e também a equação da conservação da quantidade de movimento, Equação (2.3). Estas equações são apresentadas na forma vetorial.

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

Para a hipótese de fluido incompressível tem-se que  $\frac{d\rho}{dt} = 0$ . Logo a equação da continuidade simplificada é apresentada pela Equação (2.2).

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2)$$

A equação da quantidade de movimento também é apresentada em sua forma vetorial:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \right) = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g} \quad (2.3)$$

Simplificando a Equação (2.3) é obtida a Equação (2.4).

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g} \quad (2.4)$$

Nas Equações de (2.1) à (2.4),  $\mathbf{T}$  é o tensor das tensões,  $\mathbf{g}$  é o vetor aceleração da gravidade,  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

O escoamento na região de entrada de um tubo é bidimensional e as equações são expressas em coordenadas cilíndricas em função de  $x$  e  $r$ .



A Equação da Continuidade em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2.5)$$

A equação da conservação da quantidade de movimento em coordenadas cilíndricas:

Na direção  $x$ :

$$\rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \right) + \rho g_x \quad (2.6)$$

Na direção  $r$ :

$$\rho \left( v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xr})}{\partial x} \right) + \rho g_r \quad (2.7)$$

Nas Equações de (2.5) à (2.7),  $u$  e  $v$  são os componentes axial e radial do vetor velocidade  $\mathbf{u}$ .  $\tau_{rr}, \tau_{xr}, \tau_{rx}$  e  $\tau_{xx}$  são componentes do tensor  $\mathbf{T}$ ,  $g_x$  e  $g_r$  são as componentes do vetor aceleração da gravidade local  $\mathbf{g}$ .

As Equações (2.6) e (2.7) podem ser escritas em função da pressão modificada, representada por  $\frac{-\partial \wp}{\partial x}$  e  $\frac{-\partial \wp}{\partial r}$  nas Equações (2.8) e (2.9).

Na direção  $x$ :

$$\rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial \wp}{\partial x} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \right) \quad (2.8)$$

Na direção  $r$ :

$$\rho \left( v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial \wp}{\partial r} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xr})}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

## 2.2 Modelo Constitutivo

O presente trabalho utiliza o modelo constitutivo FNG e, a seguir, apresenta-se este modelo de fluido e as equações que o descrevem.

Este modelo, para um fluido incompressível, apresenta o Tensor das Tensões decomposto como descrito na Equação (2.10):

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.10)$$

Sendo  $p$  a pressão mecânica e  $\boldsymbol{\tau}$  o tensor extra-tensão ou tensor das tensões viscosas que é definido como mostra a Equação (2.11):

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.11)$$

Na Equação (2.11),  $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$  é o tensor taxa de deformação,  $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T$ , e sua intensidade é calculada como:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}^2)} \quad (2.12)$$

A função viscosidade,  $\eta(\dot{\gamma})$ , depende exclusivamente da intensidade da taxa de deformação.

O modelo FNG não prevê o efeito viscoelástico, porém, é muito utilizado para descrever o efeito viscoplástico e pseudoplástico dos fluidos analisados no presente trabalho.

## 2.3 Função Viscosidade

Várias funções são desenvolvidas a fim de descrever o comportamento da viscosidade com a taxa de deformação.

A função de viscosidade power-law, descrita por Machado [3], é uma das mais simples e muito utilizada por permitir soluções analíticas com certa facilidade. É dada pela Equação (2.13), onde  $k$  é o índice de consistência e  $n$  é o índice de comportamento ou expoente power-law. Para  $n$  menor que a unidade é caracterizado um fluido pseudoplástico ou afinante (*shear thinning*), isto é, apresentam um decréscimo de viscosidade quando a taxa de cisalhamento é aumentada. Quando  $n$  é maior que a unidade caracteriza um fluido dilatante (*shear thickening*), que apresenta um acréscimo de viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento. Muitos fluidos exibem a pseudoplasticidade, como é o caso de algumas emulsões e soluções de polímeros. Já os fluidos dilatantes são menos freqüentes. Este comportamento é observado em algumas dispersões de polímeros ou resinas e algumas pastas de cimento.

$$\eta = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.13)$$

A função de Herschel-Bulkley, Equação (2.14), é bastante utilizada para descrever o comportamento de materiais viscoplásticos, isto é, aqueles que apresentam uma tensão limite de escoamento não nula.

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k \dot{\gamma}^{n-1} & \tau \geq \tau_0 \\ \infty & \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Onde  $\tau_0$  é a tensão limite de escoamento. Um caso particular da equação de Herschel-Bulkley é a função que caracteriza o fluido plástico de Bingham, sendo  $k = \mu_p$  e  $n = 1$ , representada pela Equação (2.15). O parâmetro  $\mu_p$  é a viscosidade independente da taxa de deformação, sendo esta uma função da temperatura e pressão.

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p & \tau \geq \tau_0 \\ \infty & \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2.15)$$

A função viscosidade para um fluido newtoniano, Equação (2.16), também é uma simplificação da equação de Herschel-Bulkley, sendo  $n = 1$ ,  $\tau_0 = 0$  e  $k = \mu_p$ .

$$\eta = \mu_p \quad (2.16)$$

A Equação (2.15) para o fluido plástico de Bingham possui uma descontinuidade para o valor de sua derivada, o que torna a sua utilização mais complicada por meio de métodos numéricos. Uma alternativa é utilizar a função de Papanastasiou [23], Equação (2.17), que descreve o comportamento da viscosidade com a taxa de deformação, resolvendo o problema da descontinuidade.

$$\eta = \mu_p + \frac{\tau_0 \left(1 - e^{-c\dot{\gamma}}\right)}{\dot{\gamma}} \quad (2.17)$$

Onde  $c$  é uma constante de ajuste da curva. A seguir, são apresentadas na Figura (2.1) as curvas da equação de Papanastasiou em função da constante de ajuste da curva.

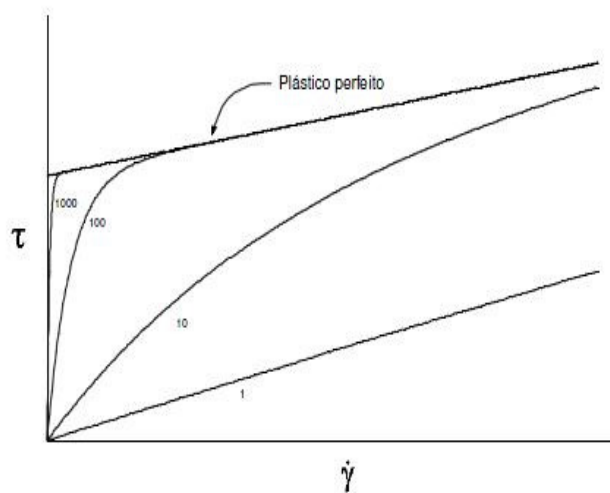


Figura 2.1:  $\tau_{xy}$  em função de  $\dot{\gamma}$  para as equações de Papanastasiou com  $c = 1, 10, 100$  e  $1000$ . Fonte: Sousa [24].

Para o presente trabalho, a viscosidade é modelada de acordo com as funções de Papanastasiou (Equação 2.17), que recupera os resultados da solução numérica para o fluido de Bingham, de power-Law (Equação 2.13) e a newtoniana (Equação 2.16).

## 2.4 Condições de Contorno

O perfil de velocidade é prescrito como constante na região de entrada do escoamento, contorno (1). O croqui do domínio físico mostrando as condições de contorno é apresentado pela Figura (2.2).

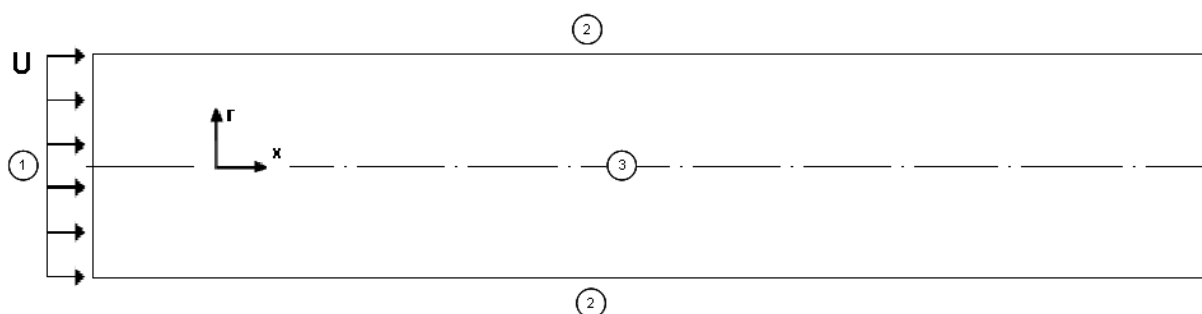


Figura 2.2: Croqui do domínio físico mostrando as condições de contorno. Os números de 1 a 3 são as sessões onde são impostas as condições de contorno.

Ao longo da parede do tubo, contorno (2), não há deslizamento do fluido. É prescrita velocidade igual a zero na parede do tubo.

Ao longo do eixo axial do tubo, contorno (3), não existe tensão de cisalhamento e velocidade radial. É imposta a condição de simetria como condição de contorno.

## 2.5 Adimensionalização

Nesta Seção são definidas, numa primeira etapa, as dimensões características e, logo após, são feitas as adimensionalizações das equações utilizadas para resolução do problema. Escolhe-se o diâmetro  $D$  do tubo para ser o comprimento característico. Logo, o comprimento do tubo é definido como  $x^* = x/D$  e o raio característico é  $r^* = r/D$ . A velocidade adimensional  $U^*$  e  $V^*$  nas direções  $x$  e  $r$ , respectivamente, são definidas como  $U^* = u/U$  e  $V^* = v/U$ .

A taxa de deformação característica  $\dot{\gamma}_c$  é definida como sendo a taxa de deformação na parede do tubo  $\dot{\gamma}_w$ , como em Soares et al. [22], e é apresentada na Equação (2.18). A taxa de deformação é adimensionalizada como sendo  $\dot{\gamma}^* = \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_w$

$$\dot{\gamma}_c = \dot{\gamma}_w = 2 \frac{\bar{u}}{D} \left[ \frac{1}{2}(1-\tau_0^*) - \frac{1}{3}(\tau_0^*)(1-\tau_0^*)^2 - \frac{1}{4}(1-\tau_0^*)^3 \right]^{-1} \quad (2.18)$$

Onde  $\tau_0^* = \tau_0 / \tau_w$  é o adimensional da tensão limite de escoamento  $\tau_0$ , sendo  $\tau_w$  a tensão de cisalhamento na parede do tubo na região desenvolvida do escoamento definida como  $\tau_w = D \frac{dp}{dx}$ .

Para adimensionalizar a pressão modificada e o tensor das tensões viscosas é escolhido  $\tau_w$  como parâmetro característico e define-se  $\wp^* = \wp / \tau_w$  e  $\tau^* = \tau / \tau_w$ .

A viscosidade adimensional é definida como  $\eta^* = \eta / \eta_c$ , onde  $\eta_c = \eta(\dot{\gamma}_w) = \tau_w / \dot{\gamma}_w$ .

São apresentadas, nesta segunda etapa, as equações governantes nas suas formas adimensionais.

É apresentada a Equação (2.19), que é a forma adimensional do modelo constitutivo.

$$\tau^* = \eta^*(\dot{\gamma}^*) \dot{\gamma}^* \quad (2.19)$$

A Equação (2.20) representa a função viscosidade de Papanastasiou adimensionalizada.

$$\eta^* = \eta_0^* + \frac{\tau_0^*}{\dot{\gamma}^*} \left( 1 - e^{-c^* \dot{\gamma}^*} \right) \quad (2.20)$$

Onde  $\eta_0^* = \eta_0 / \eta_c$  e  $c^*$  é a constante de ajuste da curva. Normalmente utiliza-se  $c^* = 1000$  para que esta função recupere os valores de tensão da função de Bingham, como mostra a Figura (2.1)

A equação da continuidade (Equação 2.5) e a equação da conservação da quantidade de movimento nas direções  $x$  e  $r$  (Equação 2.8 e 2.9) são apresentadas em suas formas adimensionais nas Equações (2.21), (2.22) e (2.23), respectivamente.

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (2.21)$$

Na equação da conservação da quantidade de movimento aplicam-se as variáveis adimensionais. Por fim, multiplicam-se ambos os lados da equação por  $\frac{8D}{\tau_w}$ .

Na direção  $r$  :

$$8 \frac{\rho \bar{U}^2}{\tau_w} \left( v^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) = 8 \left( -\frac{\partial \wp^*}{\partial r^*} + \frac{\partial (r^* \tau_{rr}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial (\tau_{xr}^*)}{\partial x^*} \right) \quad (2.22)$$

Na direção  $x$  :

$$\frac{8 \rho \bar{U}^2}{\tau_w} \left( v^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) = 8 \left( -\frac{\partial \wp^*}{\partial x^*} + \frac{\partial (r^* \tau_{rx}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial (\tau_{xx}^*)}{\partial x^*} \right) \quad (2.23)$$

É observado nas Equações (2.22) e (2.23), um parâmetro adimensional que governa o escoamento. É a relação entre as forças de inércia e as forças viscosas. Tal relação é conhecida como número de Reynolds, que foi mostrado na Seção 1.2 e é novamente apresentada.

$$\text{Re} = \frac{8 \rho \bar{U}^2}{\tau_w} \quad (1.7)$$

Logo, as equações da conservação da quantidade de movimento podem ser escritas conforme as Equações (2.25) e (2.26).

Na direção  $r$  :

$$\frac{\text{Re}}{8} \left( v^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) = \left( -\frac{\partial \wp^*}{\partial r^*} + \frac{\partial (r^* \tau_{rr}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial (\tau_{xr}^*)}{\partial x^*} \right) \quad (2.24)$$

Na direção  $x$  :

$$\frac{\text{Re}}{8} \left( v^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) = \left( -\frac{\partial \wp^*}{\partial x^*} + \frac{\partial (r^* \tau_{rx}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial (\tau_{xx}^*)}{\partial x^*} \right) \quad (2.25)$$



## Capítulo 3

# Formulação Numérica

O software comercial Polyflow [25], versão 3.11.0, é utilizado no processamento das simulações dos escoamentos. Os arquivos de saída do programa são pós-processados pelo software CFX post 11.1 [26].

É utilizado para solução do problema o método de elementos finitos com aproximação de Galerkin. Neste método, as variáveis são representadas em termos das funções de base previamente conhecidas, como mostra a Equação (3.1).

$$u = \sum U_j \phi_j, \quad v = \sum V_j \phi_j, \quad p = \sum P_j \phi_j \quad (3.1)$$

Funções base biquadráticas ( $\phi_j$ ) são usadas para representar o campo de velocidades e coordenadas nodais e funções descontínuas lineares ( $\chi_j$ ) para discretizar os campos de pressão. Assim, aparecem os coeficientes de expansão, Equação (3.2), como variáveis do problema e as equações de resíduo correspondentes ao método de Galerkin, como mostram as Equações (3.3), (3.4) e (3.5).

$$C = \begin{bmatrix} U_j & V_j & P_j \end{bmatrix}^T \quad (3.2)$$

$$R_{mx}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xx} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{xr} \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} - f_x^i \quad (3.3)$$

$$R_{mr}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[ \frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xr} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{rr} + \frac{\partial \phi_i}{r} T_{\theta\theta} \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} - f_r^i \quad (3.4)$$

$$R_c^i = \int_{\bar{\Omega}} \chi_i \left[ \left( u \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} \quad (3.5)$$

Onde  $f_x^i = \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_x \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} d$  e  $f_r^i = \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_r \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma}$  são os componentes de

força nos contornos nas direções axial e radial, respectivamente, e  $|\mathbf{J}|$  é o determinante do Jacobiano de transformação de coordenadas.

Uma vez que todas as variáveis são representadas em termos das funções de base, o sistema de equações diferenciais parciais se reduz a um sistema de equações algébricas, onde os coeficientes de expansão são as variáveis calculadas. Este problema constitui um sistema de equações não lineares com uma matriz esparsa.

As equações diferenciais parciais, que descrevem os problemas de escoamento de fluidos, são não lineares. A não linearidade das equações aumenta em função da complexidade do fluido, sendo menor para os fluidos newtonianos e maiores para os não newtonianos. Métodos iterativos são utilizados para resolver o sistema de equações algébricas proveniente das aproximações numéricas não lineares. O presente trabalho utiliza o método de Picard e o método de Newton-Raphson como métodos iterativos. Os métodos utilizam um valor estimado como solução inicial. Para garantir a convergência da solução é necessária uma boa estimativa inicial. Além disso, cada método utiliza um algoritmo diferente para obter um novo valor aproximado, até que se tenha a convergência da solução. O método de Newton-Raphson é utilizado, no presente trabalho, com um resíduo de  $10^{-8}$ , sendo necessário um número menor ou igual a 10 iterações para o alcance da convergência. Já o método de Picard é empregado também com um resíduo de  $10^{-8}$ , sendo necessário, no máximo, 30 iterações. O método de Picard é utilizado para solução dos escoamentos de fluidos pseudoplásticos, cujo  $n$  é menor do que 0,70, e dos fluidos viscoplásticos, cujo  $\tau_0^*$  é maior ou igual a 0,3.

### 3.1 Teste de Malha

Para garantir a eficiência da malha utilizada é feito o teste de malha proposto por Soares et al. [2]. O parâmetro  $f Re = 64$  (Equação 1.6) e o  $Re$  generalizado (Equação 1.7), apresentados na Seção 1.2, fornecem uma expressão, conforme mostra a Equação (3.6), válida para a região desenvolvida do escoamento, independente da geometria e das propriedades reológicas do fluido.

$$f Re = \frac{-16 \frac{dp}{dx} D}{\tau_w} \quad (3.6)$$

A solução numérica do presente trabalho é obtida utilizando-se duas malhas. Para os escoamentos com  $Re \leq 100$ , utiliza-se uma malha de 25 diâmetros. Já para os escoamentos com  $100 \leq Re \leq 1000$ , a malha construída possui 100 diâmetros. A malha menor é usada a fim de minimizar o tempo de máquina, visto que o escoamento certamente encontra-se desenvolvido antes dos 25 diâmetros de comprimento, de acordo com a literatura. A malha maior é necessária ao desenvolvimento dos escoamentos submetidos a valores de  $100 \leq Re \leq 1000$ . Os escoamentos utilizados nos testes para  $Re = 100$  e  $Re = 1000$  são feitos com fluidos não newtonianos do tipo power-law.

A seguir, apresentam-se apenas os testes de malha para a malha menor, pois os resultados obtidos para a malha maior são idênticos, visto que são preservadas as proporções numéricas entre elas.

A primeira malha possui 5.000 elementos e 5.511 nós. Como resultado do teste para o valor de  $f Re$  na região desenvolvida é obtido  $f Re = 65,38$ . A Figura (3.1) mostra uma parte da malha construída no Gambit 2.3.16 [27], que é o software comercial utilizado para construção da geometria e para geração da malha. Não é possível a visualização de todos os elementos da malha, pois o comprimento total da figura é 25 vezes maior do que a largura da mesma.

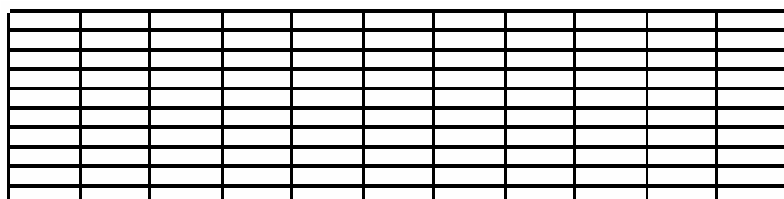


Figura 3.1: Detalhamento dos elementos da malha inicial.

A segunda malha apresenta 20.000 elementos e 20.301 nós. Para esta malha obteve-se  $f Re = 64,16$ . O resultado é satisfatório para a região desenvolvida, porém, ainda apresenta flutuações para a pressão e velocidade próximas a entrada do tubo.

A malha definitiva é composta de 36.000 elementos e 36.461 nós. Além disso, há um refinamento da malha no início da geometria. Como resultado do teste de malha obteve-se  $f Re = 64,13$ . A Figura (3.3) apresenta uma parte da malha definitiva.

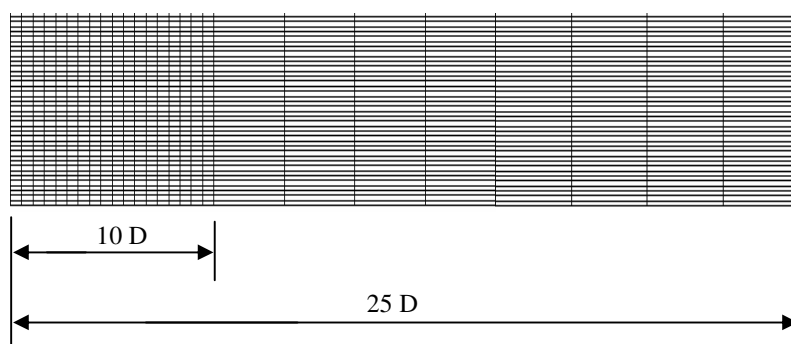


Figura 3.2: Detalhamento dos elementos da malha definitiva.

Para avaliar os resultados obtidos com esta malha comparam-se os perfis analíticos e numéricos da velocidade na região desenvolvida para o escoamento de fluidos power-law e newtoniano. As curvas analíticas e numéricas estão visualmente muito próximas. Sendo assim, este resultado fortalece o presente teste de malha. A Figura (3.4) apresenta os perfis de velocidade para  $Re = 1000$ .

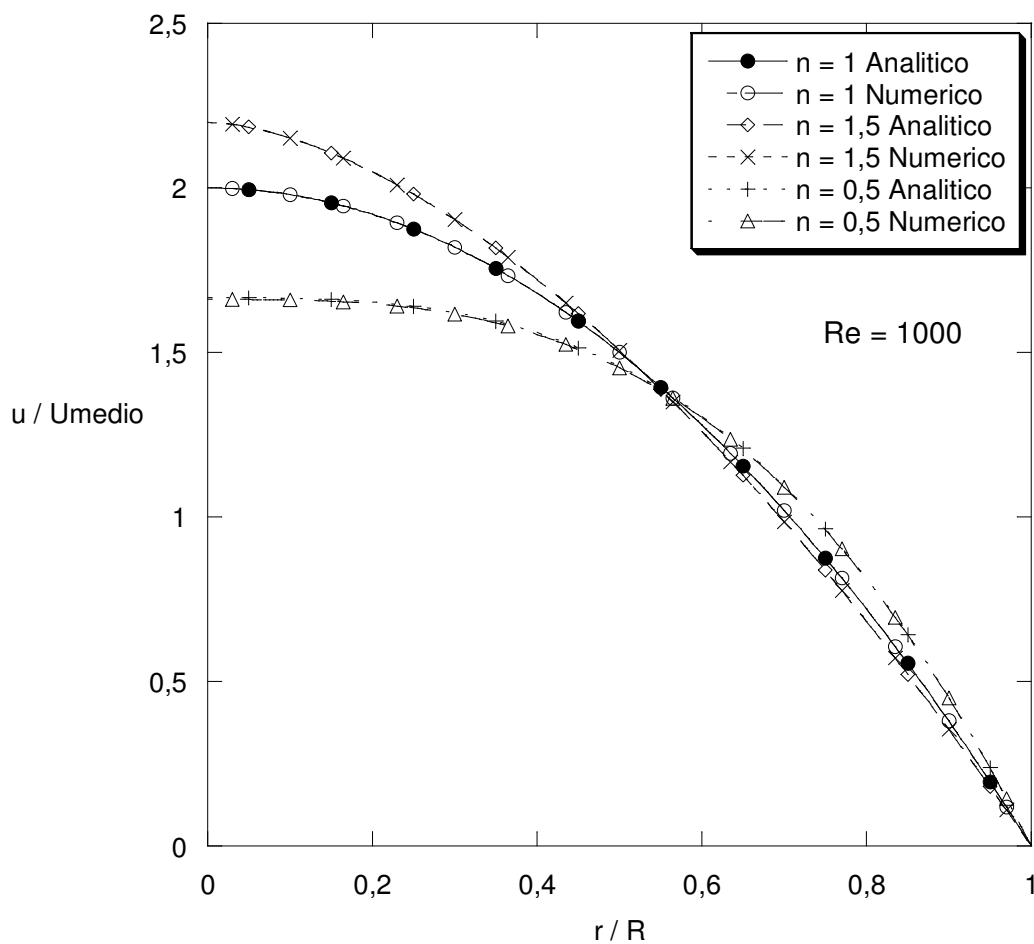


Figura 3.3: Perfis de velocidade na região desenvolvida para fluidos power-law com  $n=0,5$  e  $1,5$  e para o fluido newtoniano ( $n=1$ ).

# Capítulo 4

## Resultados

Neste Capítulo, são apresentados e discutidos os resultados obtidos por meio das simulações realizadas para o escoamento de fluidos FNG, modelados pelas funções viscosidade de Bingham, power-law e newtoniana, na região de entrada de um tubo.

### 4.1 Análise de $f Re$ para a região de entrada

Inicia-se a discussão apresentando-se os resultados obtidos para o fator de atrito multiplicado por Reynolds,  $f Re$ , ao longo do comprimento adimensional do tubo  $X/D$ , variando-se os parâmetros reológicos dos fluidos, o índice de comportamento  $n$  e a tensão limite de escoamento adimensional  $\tau_0^*$ , conforme mostram os gráficos representados nas Figuras (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6).

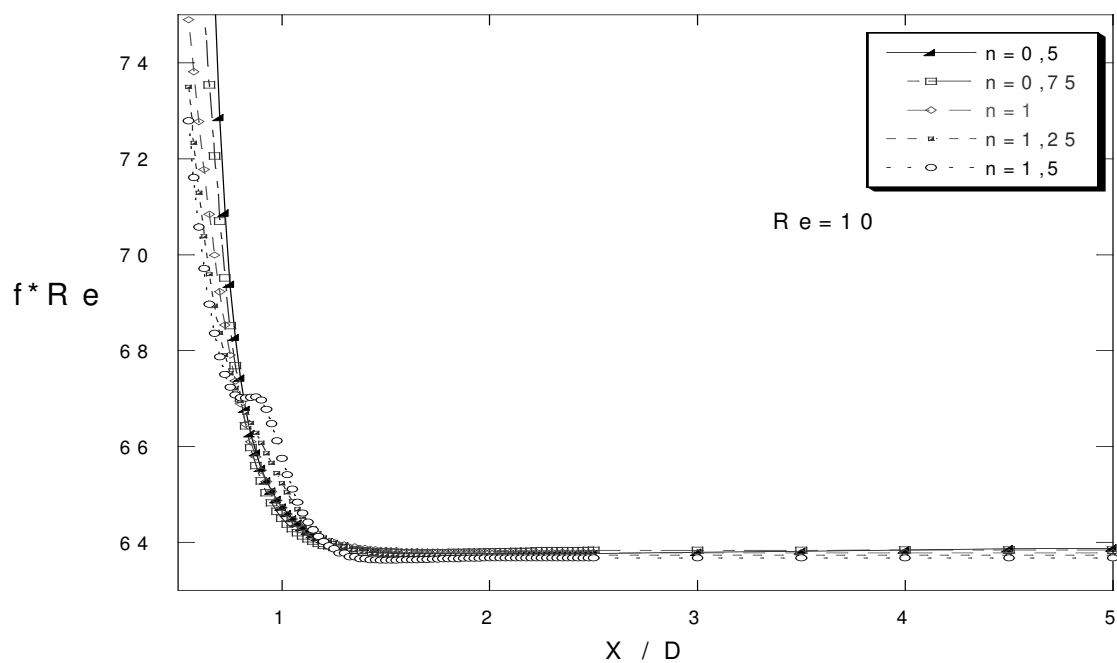


Figura 4.1:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos power-law com  $0,5 \leq n \leq 1,5$  e  $Re = 10$ .

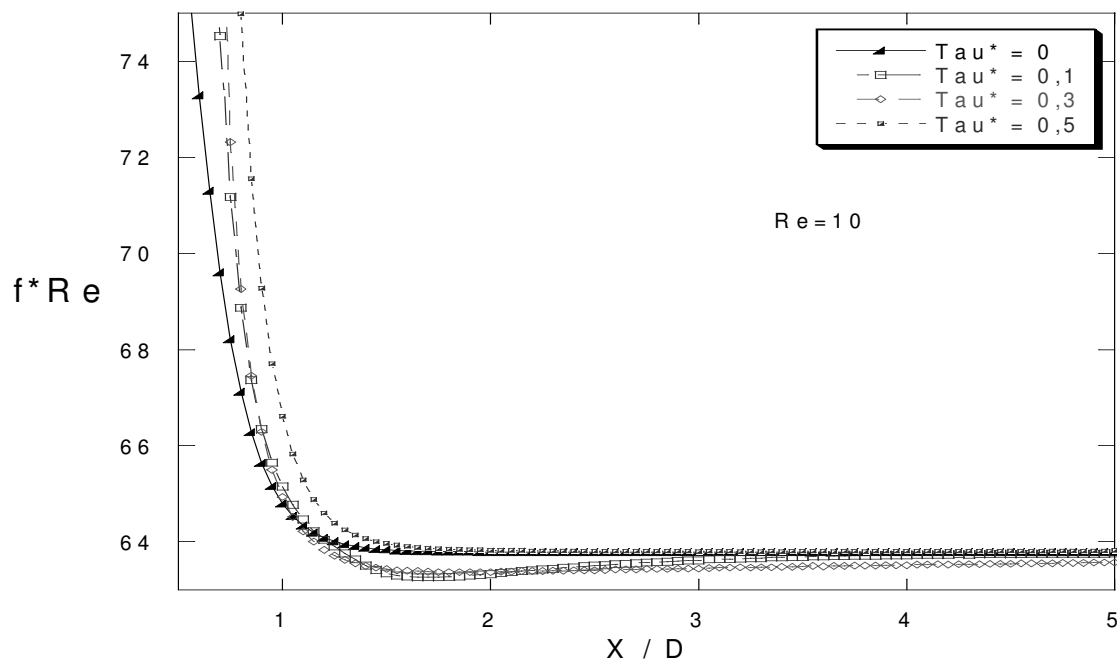


Figura 4.2:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos de Bingham com  $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$  e  $Re = 10$ .



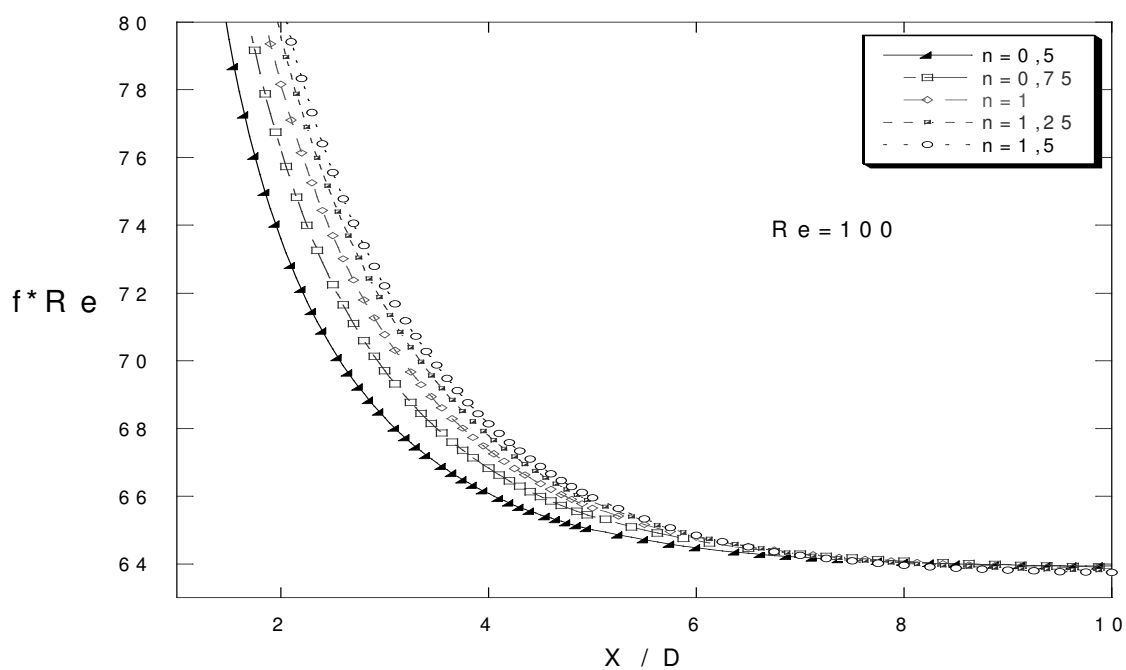


Figura 4.3:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos power-law com  $0,5 \leq n \leq 1,5$  e  $Re = 100$ .

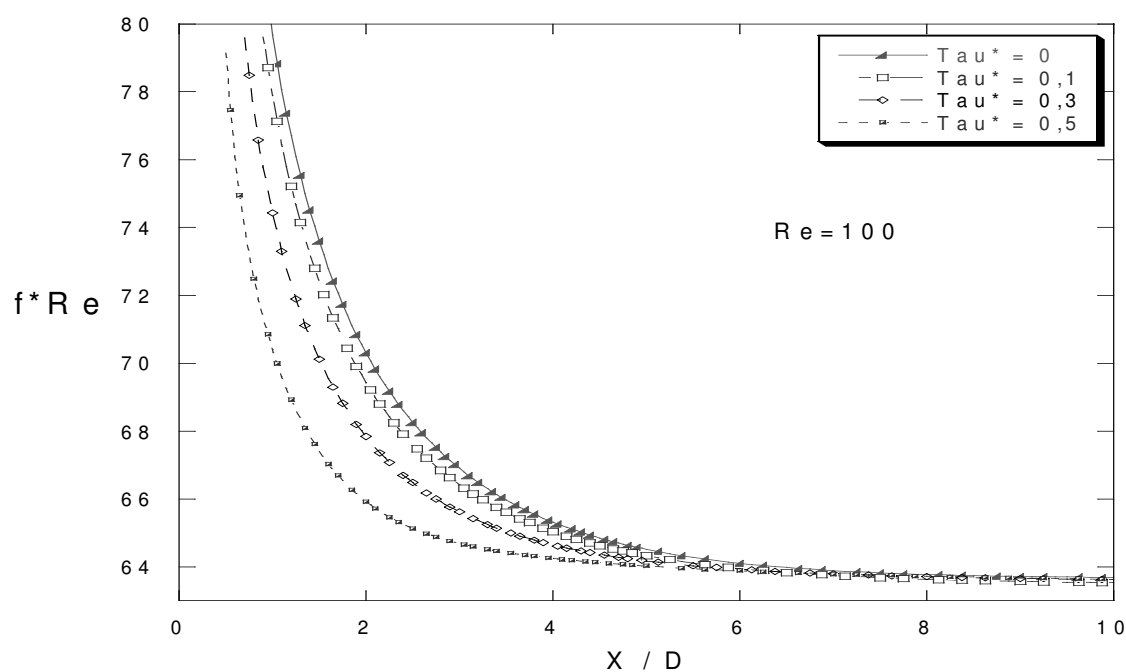


Figura 4.4:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos de Bingham com  $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$  e  $Re = 100$ .

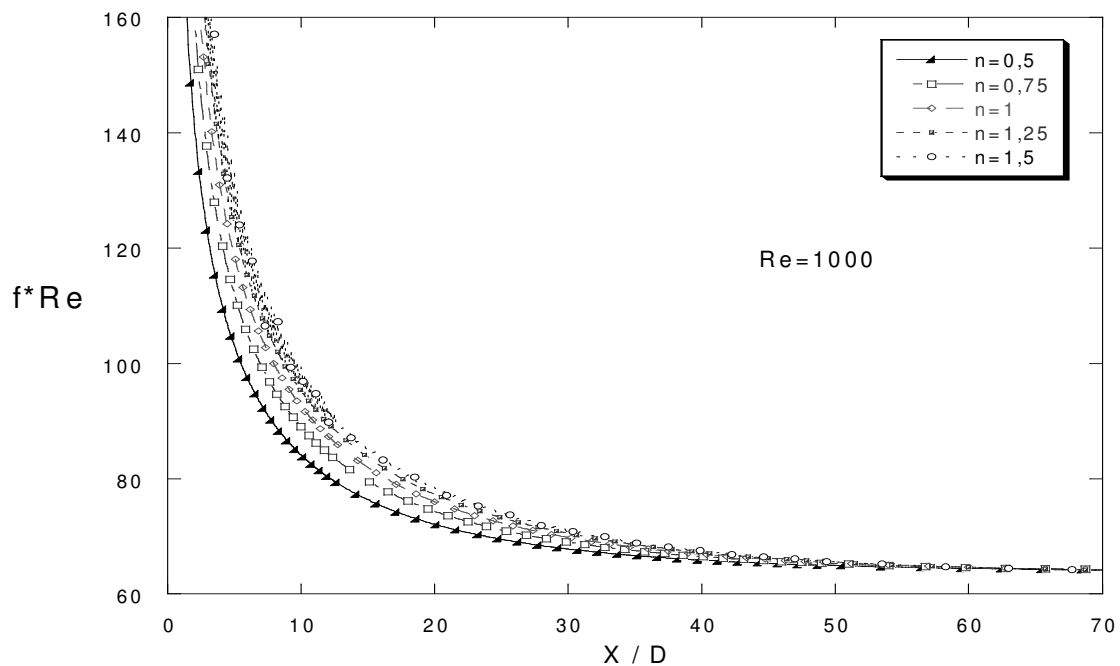


Figura 4.5:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos power-law com  $0,5 \leq n \leq 1,5$  e  $Re = 1000$ .

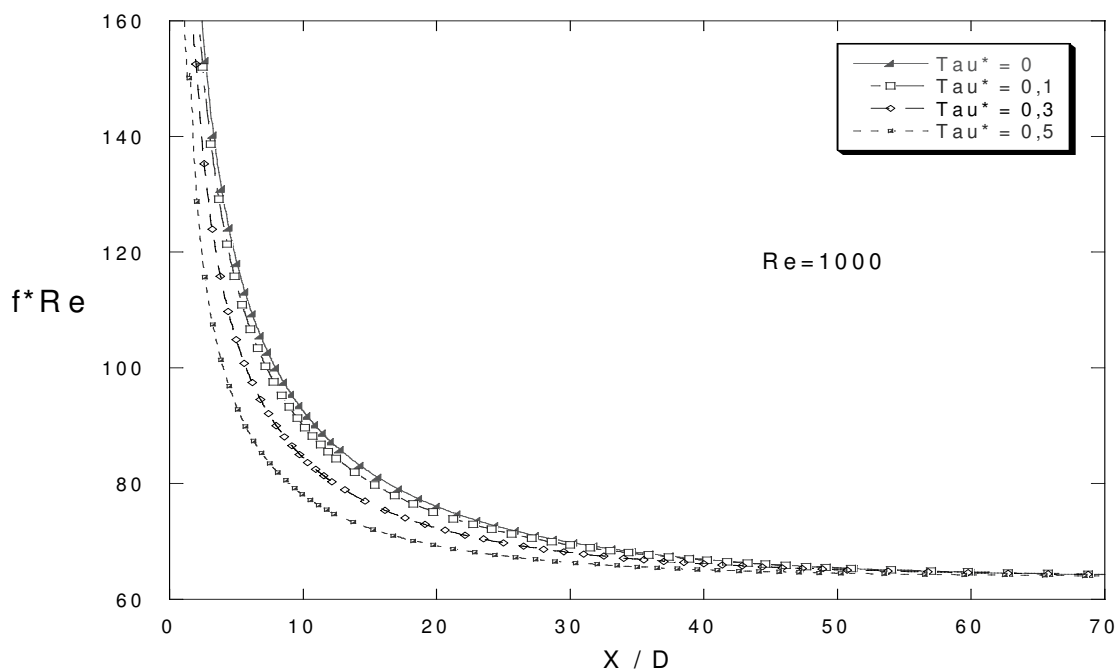


Figura 4.6:  $f^* Re$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$  para fluidos de Bingham com  $0 \leq \tau_0^* \leq 0,5$  e  $Re = 1000$ .

Em todos os casos apresentados nas Figuras de (4.1) a (4.6) é observado o desenvolvimento do escoamento para  $f Re \approx 64$ , sendo este resultado compatível com a literatura.

As Figuras (4.1) e (4.2) apresentam as curvas do fator de atrito na região de entrada do tubo para o escoamento de fluidos não newtonianos com  $Re = 10$ . Para baixos valores de Reynolds há uma imprecisão nos resultados devido ao problema do modelamento da região de entrada. Este problema também é destacado nos trabalhos de [4], [5] e [6]. Quanto menor o  $Re$ , mais rápido o escoamento se desenvolve, sendo que o desenvolvimento se dá quase que instantaneamente para valores de  $Re$  próximos de zero. Para estes casos, as condições de contorno exercem grande influência nos resultados. No presente trabalho, as condições de contorno de velocidade uniforme na entrada e velocidade nula na parede, descritas na Seção 2.4, promovem uma região de descontinuidade na parede logo no início da malha. Como o comprimento necessário ao desenvolvimento é pequeno, cerca de 2 a 3 diâmetros, conforme as Figuras (4.1) e (4.2), esta descontinuidade influencia mais os escoamentos com baixos Reynolds, quando comparando aos escoamentos com  $Re$  maiores.

Assim, a mudança de comportamento, observada para o caso power-law com  $n = 1,5$ , e alguns cruzamentos de curvas, nas Figuras (4.1) e (4.2), podem estar relacionados ao problema da região de descontinuidade na parede no início da malha.

A Figura (4.3) mostra que para  $Re = 100$ , o escoamento se desenvolve, em média, em um comprimento equivalente a 8 diâmetros para todos os valores de  $n$ . É observado que os fluidos pseudoplásticos,  $n < 1$ , apresentam um fator de atrito menor

do que os fluidos dilatantes,  $n > 1$ . O caso newtoniano,  $n = 1$ , encontra-se numa faixa intermediária para valores do fator de atrito na região de entrada.

Para o caso do fluido plástico de Bingham, Figura (4.4), observa-se uma pequena redução do comprimento necessário ao desenvolvimento do escoamento, sendo este comprimento equivalente a 7 diâmetros, aproximadamente. Conclui-se ainda que, quanto mais viscoplástico o fluido, ou seja, quanto maior o valor de  $\tau_0^*$ , menor o fator de atrito em relação ao caso newtoniano,  $\tau_0^* = 0$ . O caso newtoniano apresenta um fator de atrito maior em relação aos plásticos de Bingham na região de entrada do escoamento.

Comparando-se as Figuras (4.3) e (4.4), nota-se uma tendência de desenvolvimento mais rápido para os casos pseudoplásticos e viscoplásticos. Em conseqüência, o fator de atrito é menor para estes fluidos. O fator de atrito depende das propriedades dos fluidos nas regiões próximas a parede do tubo, que é onde se tem o atrito. Para ambos os casos, pseudoplásticos e viscoplásticos, a taxa de deformação na parede  $\dot{\gamma}_w$  é maior em virtude do perfil velocidade ser mais achatado, como mostra a Figura (3.3) para  $n = 0,5$ . Porém, a viscosidade em função da taxa de deformação  $\eta(\dot{\gamma}_w)$  diminui, característica dos fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos. Como a tensão de cisalhamento na parede  $\tau_w$  depende do produto entre  $\dot{\gamma}_w$  e  $\eta(\dot{\gamma}_w)$ , de acordo com o modelo FNG ( $\tau_w = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}_w$ ), sugere-se que, quantitativamente, a viscosidade diminui mais do que a taxa de deformação aumenta. Assim,  $\tau_w$  diminui e

o fator de atrito é menor para estes casos e mais rápido ele tende a se tornar constante. O valor constante do fator de atrito, alcançado após o desenvolvimento do escoamento, é utilizado no cálculo da perda de carga distribuída no tubo.

Este resultado explica a grande utilização dos materiais com propriedades viscoplásticas como fluidos de perfuração que, entre outras funções, são utilizados na remoção do cascalho produzido pela broca durante a perfuração. Uma particularidade deste fluido é o patamar mais elevado de viscosidade na região central do escoamento, facilitando o transporte do cascalho do fundo do poço até a superfície. Outra característica, discutida anteriormente, é o menor fator de atrito, contribuindo para a redução da energia necessária ao bombeamento do fluido de perfuração.

As Figuras (4.5) e (4.6), apresentam gráficos para os mesmos fluidos analisados nas Figuras (4.3) e (4.4), porém para  $Re = 1000$ . Neste caso, em consequência da maior influência das forças de inércia, o comprimento necessário ao desenvolvimento foi, em média, de 60 diâmetros para os fluidos power-law e de 55 diâmetros para os fluidos de Bingham. Para o escoamento com  $Re = 1000$ , nota-se com maior clareza que os fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos tendem ao desenvolvimento mais rápido em relação aos outros fluidos analisados. A discussão anterior para o escoamento com  $Re = 100$  também é coerente para este caso.

## 4.2 Fator de atrito médio para a região de entrada do tubo

Nesta Seção, são apresentados os resultados obtidos no cálculo do fator de atrito médio na região de entrada do tubo, proposto neste trabalho, conforme descrito na Seção 1.2 pela Equação (1.9).

Para obter o fator de atrito médio  $\bar{f}$ , integra-se, utilizando como ferramenta o software Matlab [28], a função do fator de atrito ao longo do comprimento adimensional, até o ponto em que o escoamento se desenvolve. A Figura (4.7) mostra curvas do  $f$  ao longo do comprimento adimensional para o caso power-law com  $Re = 100$ .

$$\bar{f} = \int_0^{L^*} f dx^* \quad (1.9)$$

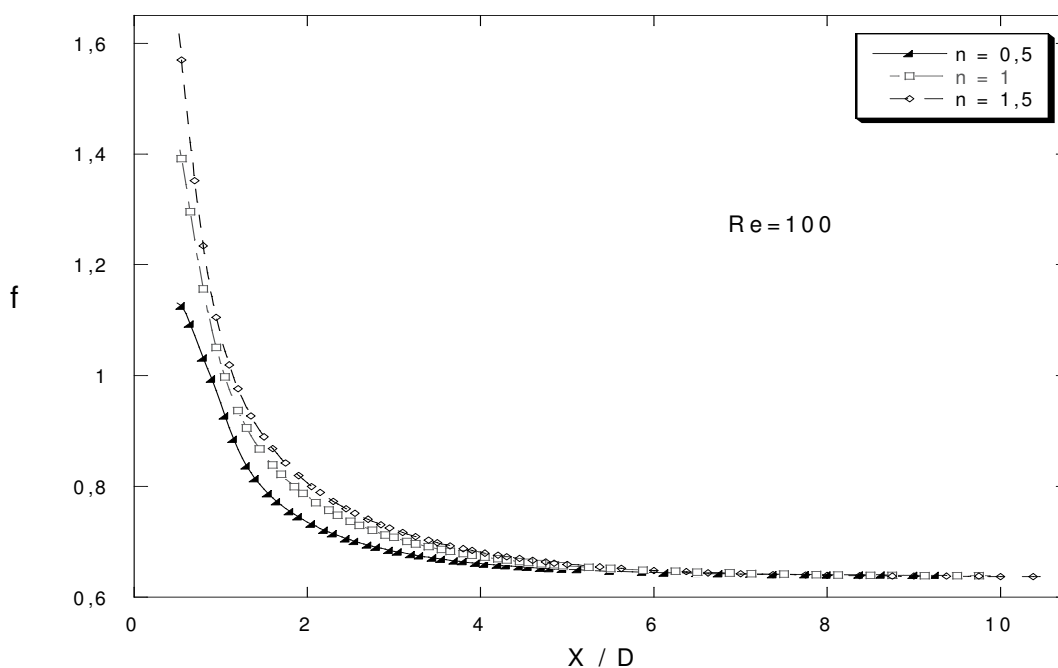


Figura 4.7:  $f$  ao longo do comprimento adimensional  $X/D$ . Power-law para  $n = 0,5$ ;  $1,0$ ;  $1,5$  e  $Re = 100$ .

A Equação (1.9) é a integral adimensional que representa esquematicamente a operação para se obter o  $\overline{f}$ . O limite de integração é adimensionalizado em termos do diâmetro  $D$  dividido pelo comprimento do tubo  $X$ ,  $L^* = X/D$ , logo, não é necessário dividir a integral pelo comprimento.

É observado, na Figura (4.7), que o ponto inicial adotado no limite de integração está localizado a 0,5 diâmetro da entrada do tubo. Este procedimento se fez necessário em razão da descontinuidade no perfil de velocidade na entrada, ocasionada pelas condições de contorno utilizadas, conforme discutido na Seção 4.1.

A Tabela (4.1) apresenta os valores de  $\overline{f}$  para o escoamento de fluidos power-law ( $0,5 \leq n \leq 1,5$ ), newtoniano ( $n = 1$ ) e de Bingham ( $0,1 \leq \tau_0^* \leq 0,5$ ) para valores de  $Re = 10, 100$  e  $1000$ . A diferença percentual em relação ao valor newtoniano é apresentada abaixo do valor de  $\overline{f}$  na tabela (4.1).

Tabela 4.1: Fator de atrito médio  $\overline{f}$  para a região de entrada do tubo.

Fator de Atrito Médio								
Power Law				Newtoniano		Bingham		
0,5	0,75	1,25	1,5	1	0,1	0,3	0,5	
Re = 10								
<b>8,4914</b>	<b>8,6389</b>	<b>9,2038</b>	<b>9,5149</b>	<b>8,9045</b>	<b>8,6958</b>	<b>8,69</b>	<b>8,2862</b>	
-4,64%	-2,98%	3,36%	6,85%	-	-2,34%	-2,41%	-6,94%	
Re = 100								
<b>6,1781</b>	<b>6,3791</b>	<b>6,9338</b>	<b>7,2251</b>	<b>6,7073</b>	<b>6,1786</b>	<b>5,8031</b>	<b>5,5545</b>	
-7,89%	-4,89%	3,38%	7,72%	-	-7,88%	-13,48%	-17,19%	
Re = 1000								
<b>4,4113</b>	<b>4,8222</b>	<b>5,1062</b>	<b>5,1812</b>	<b>5,011</b>	<b>4,8384</b>	<b>4,0432</b>	<b>3,8231</b>	
-11,97%	-3,77%	1,90%	3,40%	-	-3,44%	-19,31%	-23,71%	

Com os valores de  $\bar{f}$  da Tabela (4.1), a Equação (1.10) pode ser utilizada para o cálculo da queda de pressão  $\Delta p$  na região de entrada do tubo.

Reescrevendo a Equação (1.10), substituindo  $\bar{U}$  pela vazão  $Q$ , é obtida a expressão de  $\Delta p$ , conforme mostra a Equação (4.1).

$$\Delta p = \frac{8}{\pi^2} \times \bar{f} \times \rho \times \left( \frac{Q}{D^2} \right)^2 \quad (4.1)$$

Conhecendo-se o número de Reynolds  $Re$ , os parâmetros reológicos dos fluidos  $n$  e  $\tau_0$ , a massa específica  $\rho$  e a vazão  $Q$  do escoamento, calcula-se a queda de pressão  $\Delta p$  para a região de entrada do tubo.

Os dados obtidos para  $\bar{f}$  estão coerentes com as curvas analisadas na Seção anterior e observa-se que os fluidos pseudoplásticos e viscoplásticos apresentam menores valores de  $\bar{f}$ , em relação aos dilatantes e ao caso newtoniano.

Uma forma muito usual de medir a proporção entre a perda localizada e a distribuída é analisar o comprimento de tubo equivalente  $L_e/D$ . A Equação (1.12) mostra a expressão usada para se calcular  $L_e/D$ . A Equação (1.6) apresenta a fórmula de  $f$  para a região desenvolvida, em condição laminar. Este fator de atrito é utilizado no cálculo da perda de carga distribuída. Uma expressão equivalente à Equação (4.1) é apresentada na Equação (4.2).

$$\Delta p = \frac{8}{\pi^2} \times f \frac{L_e}{D} \times \rho \times \left( \frac{Q}{D^2} \right)^2 \quad (4.2)$$

A Tabela (4.2) mostra o comprimento equivalente para os casos apresentados no presente trabalho. O fator de atrito  $f$ , para a região desenvolvida e em condição laminar, depende somente do número de Reynolds  $Re$  do escoamento, ou seja,



qualquer fluido submetido a um determinado  $Re$ , por exemplo,  $Re = 100$ , possui o mesmo fator de atrito.

Tabela 4.2: Comprimento de tubo equivalente  $L_e/D$ , em diâmetros, a perda de carga localizada na região de entrada do tubo.

<b>Comprimento Equivalente (diâmetros)</b>								
	Power Law (n)			Newtoniano	Bingham			
	0,5	0,75	1,25	1,5	0,1	0,3	0,5	
<b>Re = 10</b>								
	<b>1,333</b>	<b>1,354</b>	<b>1,444</b>	<b>1,494</b>	<b>1,396</b>	<b>1,364</b>	<b>1,365</b>	<b>1,298</b>
<b>Re = 100</b>								
	<b>9,661</b>	<b>9,978</b>	<b>10,868</b>	<b>11,337</b>	<b>10,502</b>	<b>9,678</b>	<b>9,083</b>	<b>8,681</b>
<b>Re = 1000</b>								
	<b>68,404</b>	<b>74,772</b>	<b>79,166</b>	<b>80,351</b>	<b>77,691</b>	<b>74,849</b>	<b>62,575</b>	<b>59,336</b>

Analisando a Tabela (4.2), observa-se que  $L_e/D$  aumenta 7,22 vezes, em média, quando é aumentado o  $Re$  de 100 para 1000. Conclui-se que a relevância da perda na entrada depende da aplicação em questão. Em projetos de tubulações de petróleo de grandes comprimentos, esta perda na entrada pode ser pequena para valores baixos de Reynolds. Porém, outras aplicações na indústria de petróleo que utilizam comprimentos de tubos menores, esta perda localizada na entrada pode ser considerável.

Uma prática muito adotada em engenharia é desprezar a perda localizada na entrada do tubo e calculá-la como se a mesma fosse uma perda de carga distribuída ao longo da região de entrada. A Figura (4.8) mostra graficamente que esta simplificação implica na redução da área utilizada no cálculo do fator de atrito.

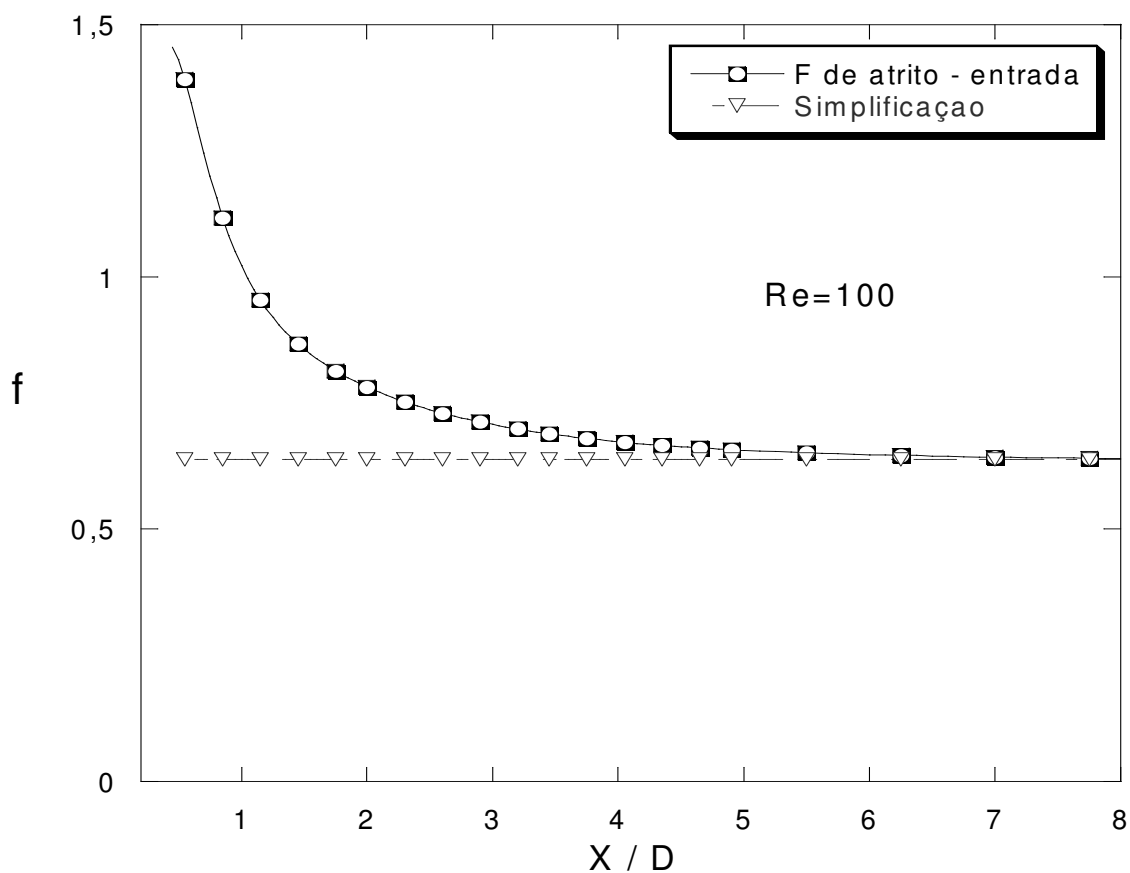


Figura 4.8: Comparação entre o fator de atrito longo do comprimento adimensional  $X/D$  e a simplificação utilizada no cálculo da perda de carga.

O fator de atrito médio é igual à área sobre a curva de  $f$ . Observa-se que o erro está relacionado à área entre as curvas e, por não ser agregada esta área quando se utiliza a simplificação, há um subdimensionamento do valor da perda de carga calculada na região de entrada.

A Tabela (4.3) mostra os erros percentuais desta prática em relação ao de atrito médio calculado.

Tabela 4.3: Comparação entre o  $\bar{f}$  e o  $f_{\text{simplif}}$  para a entrada do tubo.

	Power Law (n)				Newtoniano	Bingham		
	0,5	0,75	1,25	1,5		0,1	0,3	0,5
Re = 10								
F <sub>médio</sub>	8,4914	8,6389	9,2038	9,5149	8,9045	8,6958	8,6900	8,2862
F <sub>simplif</sub>	8,2812	8,2918	8,6033	8,9140	8,6121	8,2887	8,3394	7,9813
Erro (F <sub>simplif</sub> )	-2,48%	-4,02%	-6,52%	-6,32%	-3,28%	-4,68%	-4,03%	-3,68%
Re = 100								
F <sub>médio</sub>	6,1781	6,3791	6,9338	7,2251	6,7073	6,1786	5,8031	5,5545
F <sub>simplif</sub>	5,6753	5,7540	6,1408	6,3728	5,9877	5,5065	5,2712	5,1985
Erro (F <sub>simplif</sub> )	-8,14%	-9,80%	-11,44%	-11,80%	-10,73%	-10,88%	-9,17%	-6,41%
Re = 1000								
F <sub>médio</sub>	4,4113	4,8222	5,1062	5,1812	5,0110	4,8384	4,0432	3,8231
F <sub>simplif</sub>	3,7404	3,9663	3,9990	3,9818	4,0150	3,9270	3,4891	3,3182
Erro (F <sub>simplif</sub> )	-15,21%	-17,75%	-21,68%	-23,15%	-19,88%	-18,84%	-13,70%	-13,21%

Analisando a Tabela (4.3), observa-se que o aumento do número de Reynolds resulta em diferenças percentuais maiores entre  $\bar{f}$  e  $f_{\text{simplif}}$ . A utilização desta simplificação para escoamentos com baixos valores de  $Re$ , para o caso de  $Re = 10$ , por exemplo, representa um erro percentual entre 2 a 7%. Para valores de  $Re$  maiores,  $Re = 1000$ , por exemplo, este erro aumenta para uma faixa entre 13 e 24%. Assim, para valores de  $Re$  mais altos esta simplificação pode ocasionar erros consideráveis no dimensionamento de equipamentos.

Os fluidos analisados que apresentam menor diferença percentual para os valores de  $\bar{f}$  e  $f_{\text{simplif}}$ , para um dado Reynolds, são os pseudoplásticos com  $n = 0,5$  e os viscoplásticos com  $\tau_0^* = 0,5$ . A partir da observação das Figuras (4.5) e (4.6), nota-se claramente que estes fluidos tendem ao desenvolvimento mais rápido, o que faz a

diferença percentual entre  $\bar{f}$  e  $f_{\text{simplif}}$  ser menor. Um fator que contribui para o desenvolvimento mais rápido em relação aos dilatantes e também ao fluido newtoniano é o perfil de velocidade que, para os pseudoplásticos e viscoplásticos, é mais achatado devido à maior taxa de deformação na parede  $\dot{\gamma}_w$ .

## Capítulo 5

### Comentários Finais

O presente trabalho estuda a perda de carga localizada na região de entrada de tubos em escoamento laminar.

A solução é obtida por meio de simulações numéricas. Para modelar o comportamento dos materiais, utiliza-se a equação constitutiva de Fluido Newtoniano Generalizado, com as equações de Bingham, power-law e newtoniana para a função viscosidade. É analisado o fator de atrito  $f$  ao longo do comprimento adimensional do tubo  $L_e/D$ .

As análises realizadas para os escoamentos com baixos valores de Reynolds apresentam imprecisões devido ao problema do modelamento da região de entrada, conforme destacado também nos trabalhos de [4], [5] e [6].

Nos fluidos modelados pela função de viscosidade de power-law, é observado que os fluidos pseudoplásticos,  $n < 1$ , apresentam um fator de atrito menor do que os fluidos dilatantes,  $n > 1$ . O caso newtoniano,  $n = 1$ , encontra-se numa faixa intermediária para valores do fator de atrito na região de entrada.

Para os fluidos de Bingham conclui-se que quanto mais viscoplástico o fluido, ou seja, quanto maior o valor de  $\tau_0^*$ , menor o fator de atrito em relação ao caso newtoniano,  $\tau_0^* = 0$ . O caso newtoniano apresenta um fator de atrito maior em relação aos plásticos de Bingham na região de entrada do escoamento.

O presente trabalho pretende contribuir para um melhor conhecimento da perda de carga localizada, complementando a literatura existente sobre o assunto.

## Referências Bibliográficas

- 1 R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, John Wiley, New York, 1960.
- 2 E. J. Soares, M. Naccache, P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli*, Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica, R. J., 2003.
- 3 J. C. V. Machado, *Reologia e escoamento de Fluidos*, Ed.: Interciência, 2002.
- 4 R. K. Shah, A. L. London, *Laminar Flow Forced convection in Ducts*. New York: Academic Press, 1978, 477p.
- 5 R. Y. Chen, *Flow in the Entrance Region at Low Reynolds Numbers*. *Journal of Fluids Engineering*, v.95, pp.153-158, March 1973.
- 6 L. H. Benson, S. A. Trogdon, *An eigenfunction solution of entry flow in a semi-infinite pipe at low Reynolds numbers*. *Applied Scientific Research*, v.42, pp.347-359, 1985.
- 7 R. W. Hornbeck, *Laminar flow in the entrance region of a pipe*. *Applied Scientific Research*, v.13, Section A, pp.224-232, 1964.
- 8 H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1979.
- 9 R. M. Sadri, J. M. Floryan, *Entry flow in a chanel*. *Computers & Fluids*, v.31, pp.133-137, 2002a.
- 10 J. K. Vennard, R. L. Street, *Elementos de Mecânica dos Fluidos*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 5<sup>a</sup> ed., 1978.

- 11 R. H. Perry, D. W. Green, J. O. Maloney, *Perry's Chemical Engineers' Handbook*. New York: McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> ed., 1997.
- 12 S. Sisavath, X. Jing, C. C. Pain, R. W. Zinnerman, *Creeping Flow Through an Axisymmetric Sudden Contraction or Expansion*. Journal of Fluids Engineering, v.124, pp.273-278, March 2002.
- 13 G. Astarita, *Excess Pressure Drop in Laminar Flow Through Sudden Contraction*. Ind. Eng. Chem. Fundam. v.7, n.1, pp.27-31, February 1968.
- 14 M. F. Edwards, M. S. R. Jadallah, R. Smith, *Head losses in pipe fittings at low Reynolds numbers*. Chem. Eng. Res. Dev. 63, 43-50, 1985.
- 15 R. M. Turian, *Flow of concentrated non-Newtonian slurries: 2. Friction losses in bends, fittings, valves and venturi meters*, Department of Chemical Engineering, University of Illinois, Chicago, 1998.
- 16 K. Wójs, *Laminar and turbulent flow of dilute polymer solutions in smooth and rough pipes*. J. Non-Newtonian Fluid Mech., v. 48, p. 337355, 1993.
- 17 J. Telis Romero, A. C. Gratão, C. H. Garcia Cruz, V. R. N. Telis, *Determinação de coeficientes de perda de carga através de válvulas e acessórios no escoamento laminar de fluidos não newtonianos*. Ciência & Engenharia 9, 78-82, 2000.
- 18 M. A. Polizelli, *Friction losses in valves and fittings for power law fluids*. Brazilian Journal of Chemical Engineering, v. 20, n. 4, p. 455-463. 2003.
- 19 S. Gh. Etmad, *Turbulent flow friction loss coefficients of fittings for purely viscous non-Newtonian fluids*, Chemical Engineering Department, Isfahan University of Technology, Iran, 2004.



- 20 R. R. Huilgol, Z. You, *Application of the Augmented Lagrangian Method to Steady Pipe Flows of Bingham, Casson and Herschel–Bulkley Fluids*, J. Non Newtonian Fluid Mech., 128, 126-143, 2005.
- 21 V. C. Kelessidis, R. Maglione, Tsamantaki, Y. Aspirotakis, *Optimal Determination of Rheological Parameters for Herschel–Bulkley Drilling Fluids and Impact on Pressure Drop, Velocity Profiles and Penetration Rates During Drilling*, Journal of Petroleum Science and Engineering, 53, 203-224, 2006.
- 22 M. Soares, M. Naccache, P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic materials flowing laminarly in the entrance region of tubes*. Department of Mechanical Engineering, Pontifícia Universidade Católica, R. J., 1997.
- 23 T.C. Papanastasiou, *Flows of materials with yield*, J. Rheol 31 (1987), 385.404.
- 24 D. A. de Souza, *Análise numérica do deslocamento de líquidos viscoplásticos em tubos capilares por injeção de gás*, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2004.
- 25 Software processador: Ansys Polyflow 3.11.0. Disponível em <[www.ansys.com/products/polyflow](http://www.ansys.com/products/polyflow)>. Acesso em dezembro de 2008.
- 26 Software pós-processador: Ansys CFX post 11.1. Disponível em <[www.ansys.com/Products/cfx-post.asp](http://www.ansys.com/Products/cfx-post.asp)>. Acesso em dezembro de 2008.
- 27 Software pré-processador: Gambit 2.3.16. Disponível em <[www.fluent.com/software/gambit/index.htm](http://www.fluent.com/software/gambit/index.htm)>. Acesso em dezembro de 2008.
- 28 Software cálculo numérico: Matlab 5.0. Disponível em <[www.mathworks.com/products/matlab/](http://www.mathworks.com/products/matlab/)>. Acesso em dezembro de 2008.