

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MAYSA SANTOS PACHECO DE OLIVEIRA

**EFEITO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS E DO ATRITO NO FENÔMENO DE
SHAKEDOWN**

Estudo de caso: contato esfera plano sob carregamento cíclico

VITÓRIA
2017

MAYSA SANTOS PACHECO DE OLIVEIRA

**EFEITO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS E DO ATRITO NO FENÔMENO DE
SHAKEDOWN**

Estudo de caso: contato esfera plano sob carregamento cíclico

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Departamento de Engenharia Mecânica do
Centro Tecnológico da Universidade Federal
do Espírito Santo, como requisito parcial para
obtenção de grau de Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Cherlio Scandian.

VITÓRIA
2017

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus e a espiritualidade amiga por sempre estarem comigo, me amparando e guiando durante essa jornada e ao longo da minha vida.

Agradeço, também, meus pais por me apoiarem independente da escolha que eu fizesse e por sempre me incentivarem a correr atrás dos meus sonhos, mesmo que eles tenham que se sacrificar um pouco para que eu possa consegui-los. O meu sincero agradecimento a minha irmã, Thaís Pacheco, por passar horas revisando esse trabalho.

A Thaís Lauer e a Kianne Ramos que sempre tiveram do meu lado, ouvindo minhas angústias e me fazendo ser uma pessoa melhor e mais forte, o meu obrigada.

Agradeço a todos os meus professores que me ensinaram boa parte do que eu sei hoje e tornaram esse caminho mais fácil. Em especial o meu orientador Cherlio Scandian por sempre me incentivar a ir mais além e acreditar em mim, mais do que eu mesma, e por me encantar por essa área.

Ao técnico do laboratório TRICORRMAT, Carlos Rosa, por me ensinar, ter paciência comigo, além de me proporcionar bons momentos ao longo do tempo que trabalhamos juntos, muito obrigada.

Não poderia deixar de agradecer também o Rodrigo Gonçalves por me introduzir nesse mundo de Shakedown e por ter me dado todo o suporte que eu precisava.

RESUMO

O contato roda-trilho acarreta altos índices de desgaste nos trilhos, o que gera ampla despesa para as empresas ferroviárias. Uma possível solução para esse problema seria o prolongamento da vida útil dos trilhos. O estudo do shakedown possibilitaria estimar o limite de carregamento necessário para se ter uma boa frenagem e ao mesmo tempo minimizar o desgaste sofrido pelo material. O fenômeno shakedown é uma transição de comportamento sofrido pelo material, submetido a um carregamento cíclico, que mesmo após alguma deformação plástica volta a comportar-se elasticamente. A revisão bibliográfica deste trabalho apresenta uma forma de obter o limite shakedown de forma analítica, além de abordar sobre os diversos fatores que afetam esse limite, como o atrito, o encruamento, as tensões residuais e a geometria de contato. Realizou-se também simulações pelo software ABAQUS®, contato esfera – plano, onde se pôde observar que as tensões de escoamento exercem uma grande influência no fenômeno: maiores tensões tendem atingir o shakedown mais rapidamente. Já o atrito mostrou-se prejudicial ao shakedown até coeficientes iguais a 0,3, para valores superiores a isso, a deformação acumulada permaneceu quase que invariável. No último caso avaliado, grau de encruamento, observou-se certa divergência em relação a literatura no menor caso e uma maior coerência para os demais graus de encruamento, porém, sendo necessário um número maior de ciclos para se atingir o shakedown no grau mais elevado.

ABSTRACT

Fuel is one of the most expensive spendings on the Railway industry. Other significant costs are related to rail wear due Wheel-rail contact. Thus, this industry may have economical benefits if the life of the rails is increased. The study of Shakedown enables the estimation of a load limit that is possible to have a good braking and, at the same time decrease in rail wear. Shakedown is the transition, under cyclic loading, to an elastic behavior after the material exceeds the yield point. This work describes the factors that affect the shakedown limit, like friction, strain hardening, residual stresses and contact geometry. The literature review also shows an analytic way to calculate the shakedown limit. Simulations were also carried out using the software ABAQUS®, and considering the sphere-plane contact. Based on these analyses, it was possible to notice that yielding stress have a big influence in this phenomenon, which the material with the greatest yield stress was the first to achieve shakedown. In the analysis of the effect of friction, it was possible to notice that this factor interfere with the phenomenon until the friction coefficients was 0.3. After that, the accumulated strain was almost invariable. In one last analysis, the effect of the level of hardening was studied. Results have indicated a divergence between the literature and the results in the smallest case and a better correlation in the rest of the levels. However, in the highest level a greater number of cycles is necessary to achieve shakedown.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Franjas de interferência entre duas lentes cilíndricas iguais. (a) Sem Carregamento. (b) Sob Efeito de Carregamento. Fonte: JOHNSON, 1985. Nota: Adaptada.....	11
Figura 2 – Tensões abaixo de uma linha de carga hertziana. (a) Linhas de máximo valor de tensão de cisalhamento no plano x-z. O elemento mais carregado aparece na profundidade de 0,78a. (b) Distribuição das tensões diretas σ_{xx} , σ_{zz} e da tensão de cisalhamento τ_{1} ao longo do plano x-z. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.	12
Figura 3 – Fenômeno de endurecimento cíclico: (a) deformação controlada; (b) tensão controlada. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.....	17
Figura 4 – Fenômenos de (a) Shakedown; (b) Ratchetting; (c) Plasticidade cíclica. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.	17
Figura 5 – A geometria de escoamento é a superfície do corpo em um campo de tensões tridimensional. O estado de tensões na geometria irá escoar. Aqueles dentro dela não causará escoamento. Fonte: HOSFORD, 2005.	20
Figura 6 – Teoria da tensão de cisalhamento máxima. Fonte: HIBBELER, 2003. Nota: Adaptada.....	21
Figura 7 – Teoria da energia de distorção máxima. Fonte: HIBBELER, 2003. Nota: Adaptada.....	22
Figura 8 – Encruamento isotrópico. Fonte: KELLY P., acesso em 23 jul. 2017. Nota: Adaptado.....	24
Figura 9 – Encruamento Isotrópico. Representação no campo de tensões e em tração – compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.....	24
Figura 10 – Encruamento cinemático linear. Fonte: KELLY P., acesso em 23 jul. 2017. Nota: Adaptado.	26
Figura 11 – Modelo de Encruamento Cinemático Linear. Representação no campo de tensões e em tensão – deformação. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.....	26
Figura 12 – Representação do Efeito Bauschinger. σ_t e σ_c são respectivamente tensões de escoamento em tração e compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.	27

Figura 13 – Modelo de Encruamento Cinemático Não – Linear. (a) três dimensões, (b) tração - compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.....	28
Figura 14 – Cilindro rígido sobre um sólido semi – infinito. σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xz} são tensões hertzianas devido a carpa P; ρ_{xx} , ρ_{yy} são as tensões residuais e Δu_{xx} é o incremento de deformação plástica da superfície aceitável na aplicação do teorema cinemático de Koiter. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.	33
Figura 15 – Tensões internas para o caso de um cilindro rígido deslizando sobre um sólido semi – infinito. Linhas sólidas: tensões internas em uma profundidade $z = 0,5a$, constituídas da tensão de cisalhamento σ_{xz} e das tensões diretas σ_{xx} e σ_{yy} . Linhas pontilhadas: tensões com adição das tensões residuais ρ_{xx} e ρ_{yy} após o estabelecimento do regime estacionário. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.	34
Figura 16 – Diagrama shakedown onde a máxima pressão hertziana (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) permitida é plotada contra o coeficiente de atrito local. Curva A corresponde ao contato linear, primeiro escoamento, Tresca; curva B ao contato linear, primeiro escoamento, Von Mises; curva C ao contato pontual, primeiro escoamento, Von Mises e curva D ao contato linear, depois do shakedown, Tresca. Fonte: JOHNSON, 1985 apud WILLIAMS, 2006. Nota: Adaptada.	38
Figura 17 – Comportamento de um estado estacionário de uma região com carregamento cíclico. Sendo a linha pontilhada uma fronteira inferior para o limite shakedown. Fonte: PONTER, et al., 1985. Nota: Adaptada.....	39
Figura 18 – Acumulo de deformação plástica nas camadas perto da superfície para o cobre. Linhas cheias $\mu = 0,40$ e linhas pontilhadas $p_0 k = 2,8$. Fonte: BOWER e JOHNSON, 1989. Nota: Adaptada.	40
Figura 19 – Diagrama shakedown de um contato linear onde a máxima pressão hertziana (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) permitida é plotada contra o coeficiente de atrito local. A região abaixo da curva pode ser considerada segura. A curva A ilustra o caso mais conservador em que o limite elástico nunca é ultrapassado. A curva B mostra o efeito do shakedown em um material elástico – perfeitamente plástico. A curva C é um adicional se o material encruar cinematicamente. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.	42

Figura 20 – Mudança da área de contato durante o rolamento de um disco rígido coroadado em contato com um disco cilíndrico. Fonte: HEARLE, 1984 apud KAPOOR e JOHNSON, 1992. Nota: adaptada	43
Figura 21 – Mudança da pressão de contato no shakedown (a) Inicial – aproximadamente Hertziana. (b) Em shakedown – aproximadamente Kunert. (c) Distribuição de pressão idealizada por Kunert. Fonte: KAPOOR e JOHNSON, 1992. Nota: Adaptada.	44
Figura 22 – Carregamento de shakedown em rolamento puro. Fonte: KAPOOR e JOHNSON, 1992. Nota: Adaptada.	45
Figura 23 – Mudanças na área de contato em carregamento cíclico durante o shakedown ($P = 10,4$). Fonte: KAPOOR e JOHNSON, 1992.	46
Figura 24 – Geometria axissimétrica utilizada nas análises: Esfera rígida sobre semi-espaço deformável. Fonte: GONÇALVES, 2016. Nota: Adaptada	47
Figura 25 – Aplicação da carga no ciclo de carregamento. Fonte: Autor.	49
Figura 26 – Malha do semi - espaço deformável. Fonte: Gonçalves, 2016.	50
Figura 27 – Campo de tensões residuais para $\sigma_e = 1250MPa$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.	52
Figura 28 – Gráfico tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente dos 16 ciclos de carregamento para o caso de $\sigma_e = 1250MPa$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.	53
Figura 29 – Curvas tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente. Para as tensões de escoamento $\sigma_e = 1250MPa$, $\sigma_e = 750MPa$ e $\sigma_e = 500MPa$, sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.	54
Figura 30 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.	55
Figura 31 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 300MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.	55
Figura 32 – Curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750MPa$ sob as condições ENC 1 e ECNL. (a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0,3$ e (c) $\mu = 0,5$. Fonte: Autor.	57

Figura 33 – Curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$ e ECNL. (a) ENC 0, (b) ENC 1 e (c) ENC 2. Fonte: Autor.	59
Figura 34 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 2 e ECNL. Fonte: Autor.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Validade dos Diferente Modelos de Encruamento. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.	30
Tabela 2 – Diferentes tensões de escoamento simuladas. Fonte: Autor.	48
Tabela 3 – Diferentes graus de encruamento simulados e suas respectivas tensões e deformações. Fonte: GONÇALVES, 2016. Nota: Adaptada.	48
Tabela 4 – Simulações realizadas para a análise da influência da tensão de escoamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.	51
Tabela 5 – Simulações realizadas para a análise da influência do coeficiente de atrito no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.....	51
Tabela 6 – Simulações realizadas para a análise da influência do grau de encruamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.....	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
2	OBJETIVO.....	10
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
	3.1 TEORIA DE HERTZ	11
	3.2 TRIBOLOGIA	13
	3.2.1 Atrito.....	14
	3.3 TENSÃO RESIDUAL	15
	3.4 EFEITO DO CARREGAMENTO CÍCLICO.....	16
	3.5 CRITÉRIO DE ESCOAMENTO PARA MATERIAIS DÚCTEIS	19
	3.5.1 Critério de Tresca	20
	3.5.2 Critério de Von Mises.....	21
	3.6 ENCRUAMENTO	23
	3.6.1 Encruamento Isotrópico	23
	3.6.2 Encruamento Cinemático Linear	25
	3.6.3 Efeito Bauschinger.....	26
	3.6.4 Encruamento Cinemático Não – Linear	28
	3.6.5 Encruamento Combinado	29
	3.7 O FENÔMENO SHAKEDOWN	30
	3.7.1 A Influência da tensão residual	32
	3.7.2 A Influência do Atrito	37
	3.7.3 A Influência do encruamento	40
	3.7.4 A Influência da Geometria de Contato	42
4	MÉTODO E DESCRIÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	47
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	52
	5.1 INFLUÊNCIA DA TENSÃO DE ESCOAMENTO	53
	5.2 INFLUÊNCIA DO ATRITO	56
	5.3 INFLUÊNCIA DO GRAU DE ENCRUAMENTO.....	58
6	CONCLUSÕES	61

1 INTRODUÇÃO

Segundo Williams (2005), quando duas superfícies são forçadas uma contra a outra, sempre haverá alguma distorção. Essas deformações podem ser pequenas e puramente elásticas ou podem envolver alguma plasticidade, consequentemente, mudando suas formas. Em um carregamento cíclico, como por exemplo o sofrido por uma superfície que rola sobre uma outra, espera-se que a vida em fadiga do componente dependa do progresso da deformação plástica. Porém, é possível existir um carregamento, que gere deformação plástica em sua primeira aplicação e que leve a uma tensão residual protetora na sua remoção, que permitirá que o mesmo carregamento, quando reaplicado, seja inteiramente elástico. Esse fenômeno é chamado de shakedown e, quando seus efeitos são incorporados no projeto e operação de componentes de máquinas, pode levar a um aumento significativo em carregamentos específicos ou uma melhora na utilização de materiais, além de prolongar a vida útil dos equipamentos.

Teoremas delimitadores, derivados da teoria da plasticidade, podem ser utilizados para gerar cargas apropriadas ou limites shakedown. Estes limites permitem a elaboração de diagramas mostrando quando o material irá sofrer deformação plástica, determinando, assim, o limite entre condições de operações seguras ou não. Quando o ponto de operação do contato está além do limite shakedown, irá ocorrer um acúmulo de deformação plástica em cada ciclo, levando uma falha eventual de algum componente ou perda de material por desgaste (WILLIAMS, 2005).

Um exemplo importante de acúmulo de deformação plástica ocorre em superfícies de rolamento de trilhos ferroviários. Estes estão submetidos a cargas elevadas, transmitidas pelas passagens das rodas sobre os trilhos, que fazem o excesso de deformação aumentar com cada passagem, sendo a fadiga de contato o seu modo de falha mais comum (BOWER, 1989; PONTER, et.al, 1985). Um dos principais pontos do estudo do shakedown, de interesse para as empresas ferroviárias, é a descoberta de uma carga 'ótima' que os trilhos possam suportar com o mínimo de deformação sem perder a capacidade de frenagem. Ressalta-se que, devido ao alto carregamento sofrido pelos trilhos, dificilmente se chegaria a uma condição de contato elástico. Entretanto, através do estudo do shakedown, é possível reduzir a intensidade das

deformações plásticas e obter um maior intervalo de tempo entre as paradas de manutenção, além de diminuir a retirada de material durante a recuperação dos trilhos.

Para entender melhor o shakedown, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica que enumera alguns fatores que o influenciam. Além disso, realizou-se um estudo numérico, através do software ABAQUS®, de um contato esfera – plano submetido a um carregamento cíclico, com o intuito de analisar como as diferentes propriedades mecânicas e o atrito contribuem para o fenômeno shakedown.

2 OBJETIVO

Realizar levantamento de banco de dados sobre o fenômeno shakedown, definindo-o e observando quais fatores o influenciam. Adicionalmente, analisar a influência de alguns desses fatores, mais especificadamente o coeficiente de atrito, o grau de encruamento e a tensão de escoamento, através de simulações utilizando o Software ABAQUS®.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 TEORIA DE HERTZ

A primeira análise satisfatória de tensões no contato de dois sólidos elásticos foi realizada por Heinrich R. Hertz. Ele estudava as franjas de interferência óptica de Newton no espaço entre duas lentes de vidro e preocupava-se com a influência da deformação elástica nas superfícies devido à pressão de contato entre elas (JOHNSON, 1985).

Ainda segundo Johnson (1985), Hertz considerou a hipótese de que a área de contato é, em geral, elíptica, comprovada pela sua observação das franjas de interferência, como mostra na Figura 1.

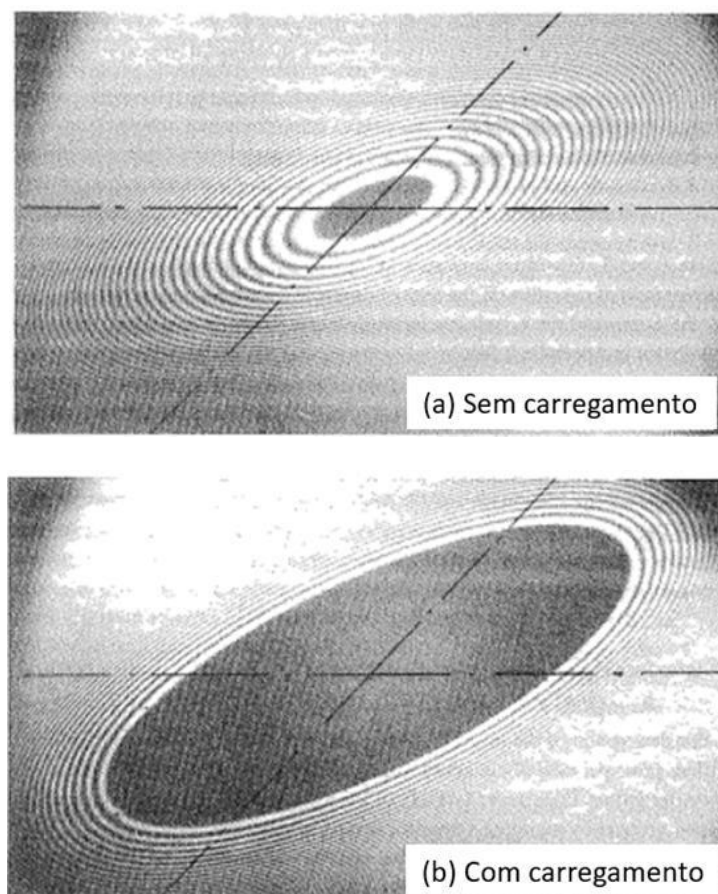


Figura 1 – Franjas de interferência entre duas lentes cilíndricas iguais. (a) Sem Carregamento. (b) Sob Efeito de Carregamento. Fonte: JOHNSON, 1985. Nota: Adaptada.

Então, Hertz introduziu a simplificação que cada corpo pode ser considerado como um semi – plano elástico carregado sobre uma pequena região elíptica de sua superfície plana. Para que essa simplificação seja justificável, duas condições devem ser satisfeitas: a dimensão significativa da área de contato deve ser pequena quando comparada com (a) a dimensão de cada corpo e (b) com o raio de curvatura relativo das superfícies (JOHNSON, 1985).

Finalmente, assumiram-se que não há atrito entre as superfícies para que somente a pressão normal seja transmitida entre elas (JOHNSON, 1985).

Resumindo as considerações feitas pela teoria de Hertz tem-se (JOHNSON, 1985):

- 1) As superfícies são contínuas e não conformes;
- 2) As tensões são pequenas;
- 3) Cada sólido pode ser considerado como um semi - plano elástico;
- 4) Não há atrito entre as superfícies.

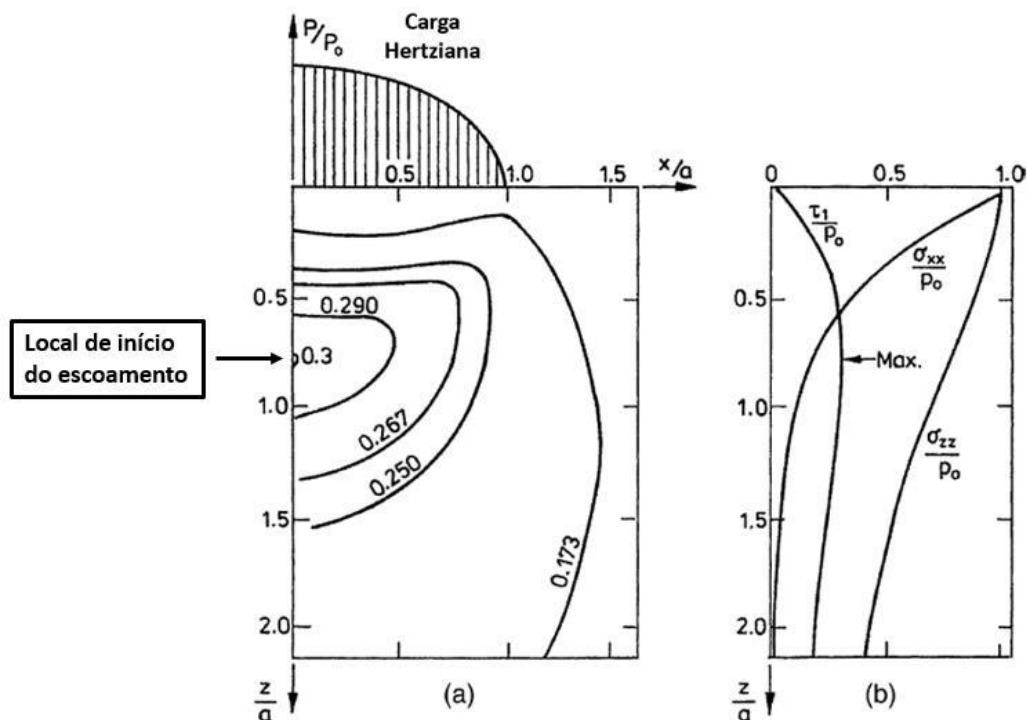


Figura 2 – Tensões abaixo de uma linha de carga hertziana. (a) Linhas de máximo valor de tensão de cisalhamento no plano x - z . O elemento mais carregado aparece na profundidade de $0,78a$. (b) Distribuição das tensões diretas σ_{xx} , σ_{zz} e da tensão de cisalhamento τ_1 ao longo do plano x - z . Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.

Vale ressaltar que nem todos os contatos são, ou podem ser tratados, como hertzianos. A idealização e restrições na análise de Hertz não podem ser esquecidas. Segundo Williams (2005), um contato ainda pode ser considerado hertziano se, inicialmente, os materiais estiverem livres de tensão e o coeficiente de atrito for menor que 0,3 no elemento mais carregado do sistema. Nestas condições, a máxima tensão de cisalhamento não se localiza na superfície, mas sim um pouco a baixo da mesma, como mostrado na Figura 2.

3.2 TRIBOLOGIA

O movimento de uma superfície sólida sobre uma outra é fundamentalmente importante para a funcionalidade de muitos mecanismos, tanto artificiais como naturais. Tribologia é a ciência e tecnologia da interação de superfícies em movimento relativo e envolve o estudo do atrito, do desgaste e da lubrificação (HUTCHINGS, 1992).

Em muitos casos, o baixo atrito é desejado, como no caso de dobradiças de porta e nas juntas do corpo humano. Porém, baixo atrito não é benéfico em todos os casos, nos freios de automóveis, por exemplo, o atrito é essencial. Alto atrito é similarmente requerido, entre o sapato e o piso, para se poder caminhar.

Assim como o atrito, o desgaste pode ser desastroso como benéfico. No primeiro caso, pode causar perda de precisão, perda de material, aumento de vibração e, em casos extremos, falha. E no último caso, altas taxas de desgaste são desejadas tanto no lixamento como no polimento de amostras, assim como uma taxa controlada em alguns processos de usinagem. Um método de reduzir o atrito e com frequência o desgaste é o uso de lubrificantes que podem ser artificiais ou mesmo componentes da atmosfera como o oxigênio e o vapor d'água (HUTCHINGS, 1992).

O entendimento da natureza dessas interações e a solução de problemas tecnológicos, associados aos fenômenos interfaciais, constituem a essência da tribologia. Esse campo de estudo incorpora outras diversas disciplinas como por exemplo a engenharia mecânica, a ciência dos materiais, a física, a química, entre outras (BUSHAN, 2001).

3.2.1 Atrito

O Atrito é um fenômeno tão antigo quanto a raça humana. No período Paleolítico, o fogo era gerado atritando madeira com madeira ou roçando duas pedras. Ainda na Renascença, Leonardo da Vinci realizou uma importante contribuição para o entendimento do atrito. Da Vinci mediu a força de atrito de corpos deslizantes em planos horizontais e inclinados. Ele concluiu que a força de atrito é dependente do carregamento normal do corpo em deslizamento, mas independente da área de contato aparente. Somente dois séculos depois, Guillaume Amontons confirmou o trabalho de Da Vinci (ZUM GAHR, 1987).

Com base nos estudos de Da Vinci e Amontons, podem-se formular as duas primeiras leis do atrito (HUTCHINGS, 1992):

- 1) A força de atrito é proporcional ao carregamento normal;
- 2) A força de atrito é independente da área de contato aparente;

Adiciona-se a essas leis, a terceira lei que é atribuída aos estudos de Coulomb:

- 3) A força de atrito é independente da velocidade de deslizamento.

O modelo que segue essas leis é chamado de Atrito Coulombiano.

Com base nessas leis, a magnitude ou o 'nível' de atrito é frequentemente expresso pelo coeficiente de atrito (μ) que é a força (F) para deslizar dividido pela força ou carga (W) pressionando os dois corpos juntos, $\mu = \frac{F}{W}$. Quando um objeto é posicionado sobre um plano liso e horizontal, essa força W é o peso desse objeto: isso é frequentemente referido como a força normal, ou força aplicada. Todavia, expressar atrito em termos de um 'coeficiente' é uma prática enganosa, que sugere que o coeficiente é uma propriedade intrínseca dos materiais e que a força de atrito é sempre proporcional a força aplicada (BUSHAN, 2001).

Porém, o atrito não é uma propriedade intrínseca do material, mas sim uma característica do tribosistema. Ele é a resistência ao movimento e surge da interação de dois sólidos na área real de contato, além de ser uma causa severa de dissipação de energia (ZUM GAHR, 1987), o que não é considerado no modelo Coulombiano.

Quanto maior a quantidade de trabalho devido ao atrito produzido pelo contato de deslizamento, maior será a energia dissipada. Tribosistemas bem lubrificados permanecem mais frios e sustentam menos desgaste e danos na superfície, por que existe menos energia de atrito para ser dissipada (BLAU, 2009).

Além disso, segundo Hutchings (1992), a definição de atrito envolve dois tipos importantes de movimento relativo: deslizamento e rolamento. A distinção desses dois tipos de movimento é útil, mas não são mutualmente exclusivos e mesmo quando, aparentemente exista rolamento puro, sempre envolverá um pouco de deslizamento.

3.3 TENSÃO RESIDUAL

As tensões residuais podem ser definidas como sendo tensões que permanecem no material ou no corpo após a fabricação ou após o processamento do material na ausência de quaisquer forças externas ou gradientes térmicos. Também podem ser produzidas através de um carregamento que leva a uma deformação plástica não homogênea na peça ou na amostra. Deduzem-se, então, que as tensões residuais não estão ligadas diretamente à aplicação de uma carga (DASSISTI, et al., 2011).

De maneira mais detalhada, pode-se dizer que tensões residuais são geradas durante a maioria dos processos de fabricação envolvendo deformação do material, tratamento térmico, usinagem ou operações de processamento que transformam a forma ou mudam as propriedades deste. Essas tensões têm origem em diversas fontes e estão presentes em matérias primas não processadas, podendo ser introduzidas durante a fabricação ou por decorrência de carregamentos em serviço. Com isso, pode-se afirmar que as principais fontes de tensões residuais são: diferença de taxa de resfriamento, deformação plástica não uniforme e transformação de fase com mudança de volume etc (DASSISTI, et al., 2011).

Segundo Dieter (1961) e Hosford (2005), tensões residuais podem ocorrer em escala microscópica ou macroscópica, podendo variar dentro de um grão por causa do acúmulo de discordâncias perto de precipitados ou outros obstáculos. Também, podendo variar de um grão para o outro, ou até mesmo do centro de uma peça em relação à sua superfície.

A presença de tensões residuais de tração em uma peça ou em um elemento estrutural, geralmente, é prejudicial já que essas tensões contribuem para a falha por fadiga, além da formação de trincas de corrosão sob tensão. Por outro lado, tensões residuais compressivas são usualmente benéficas visto que previnem o surgimento e propagação de trincas de fadiga como, também, o aumento da resistência ao desgaste e a corrosão. As tensões de tração em uma região têm que ser balanceadas com as tensões compressivas em outra. Isso quer dizer que o sistema de tensões residuais existente em um corpo deve estar em equilíbrio estático. Assim, a força e o momento totais que atuam em quaisquer planos desse corpo devem ser zero (DASSISTI, et al., 2011; DIETER, 1961; HOSFORD, 2005).

Por fim, Dieter (1961) e Hosford (2005) concluem que as tensões residuais causam nos materiais o mesmo efeito que as tensões externas, além de serem apenas elásticas, sendo o seu valor máximo o limite de escoamento do material.

3.4 EFEITO DO CARREGAMENTO CÍCLICO

Em carregamento cíclico de tensão-compressão, a maioria dos metais e ligas experimentam uma variação nas suas propriedades de dureza durante os ciclos. Eles podem amolecer ou endurecer dependendo do material, da temperatura e do seu estado inicial (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). No entanto, este trabalho irá focar no endurecimento dos materiais, já que é um dos principais fatores que influenciam o fenômeno de shakedown.

O endurecimento corresponde a um aumento da variação de tensão ($\Delta\sigma$), quando a deformação é controlada, ou a uma diminuição da variação de deformação ($\Delta\varepsilon$), quando a tensão for controlada (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Essas duas situações estão exemplificadas na Figura 3.

Se o carregamento não é puramente alternado, efeitos adicionais podem ocorrer. Em ensaios não simétricos com a tensão controlada, tanto o fenômeno de shakedown pode desenrolar-se quanto, com maior frequência, o efeito ratchetting pode ser induzido. No caso do ratchetting, existe um aumento progressivo da deformação em cada ciclo, mesmo em um regime estável. Correspondentemente, em um ensaio de deformação controlada, tem-se o fenômeno de plasticidade cíclica. Todos esses

casos são melhores explicados a seguir, além de estarem exemplificados na Figura 4.

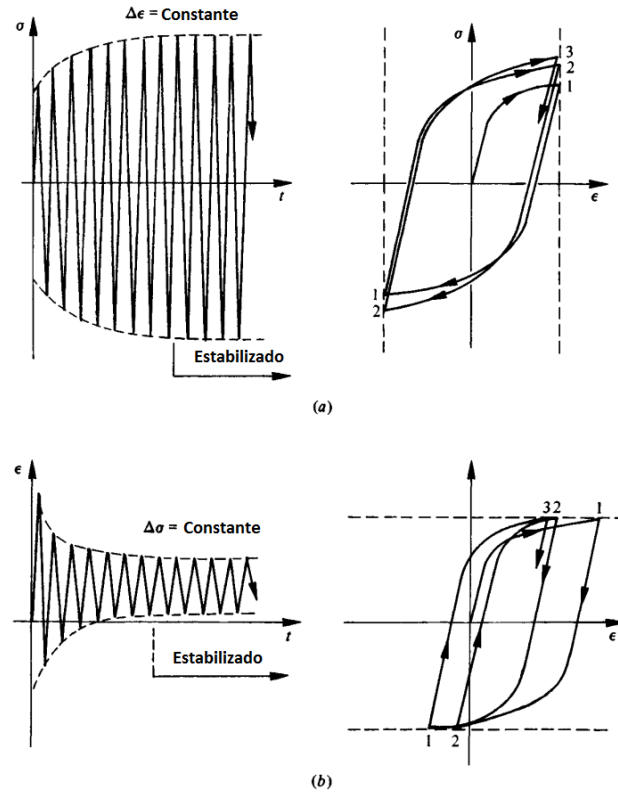


Figura 3 – Fenômeno de endurecimento cíclico: (a) deformação controlada; (b) tensão controlada. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

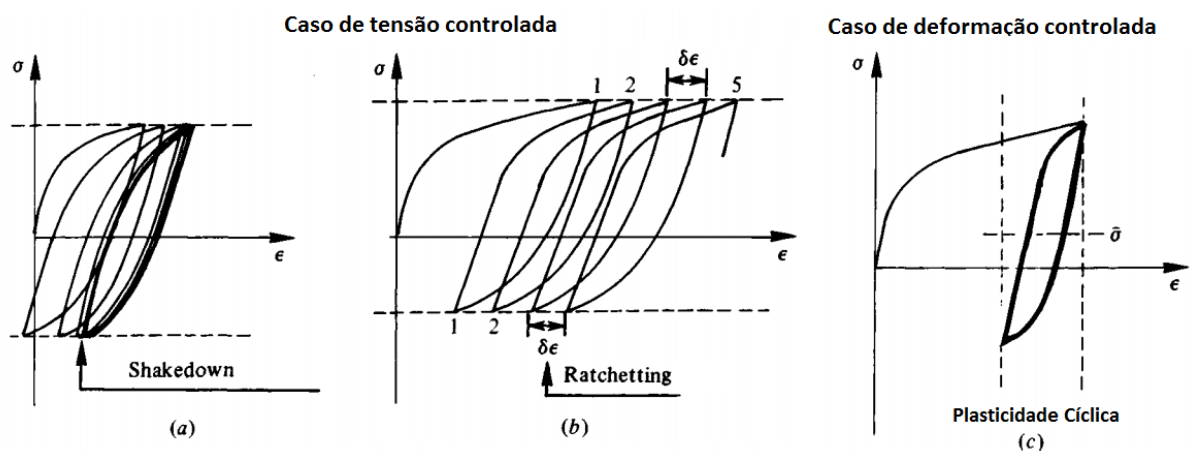


Figura 4 – Fenômenos de (a) Shakedown; (b) Ratchetting; (c) Plasticidade cíclica. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

Se os carregamentos forem suficientemente pequenos para que nenhum elemento do material atinja o escoamento, então a resposta da estrutura será inteiramente elástica ao longo do ciclo de carregamento. Acima do limite elástico da estrutura, o escoamento ocorrerá pelo menos na primeira aplicação de carga. Contudo, por causa do desenvolvimento de tensões residuais devido à deformação plástica ou ao encruamento do material, o estado estacionário cíclico pode ser ainda inteiramente elástico, e isso é o regime referido como shakedown elástico (BOWER e JOHNSON, 1989; PONTER, et al., 1985; WILLIAMS, 2005).

Se o carregamento máximo para shakedown é ultrapassado, deformação plástica irá ocorrer em todos os ciclos de carregamento. Embora este limite e a natureza da deformação que ocorre dependam das características de encruamento do material (BOWER e JOHNSON, 1989; PONTER, et al., 1985; WILLIAMS, 2005).

Em altos carregamentos, cada ciclo leva o material a deformar-se tanto elasticamente como plasticamente. Se a região de deformação plástica é totalmente contida abaixo da superfície e envolvida por um material elástico, o estado estacionário será o de deformação plástica totalmente reversa mudando de sentido a cada ciclo, porém sem nenhum crescimento incremental. Este regime é o de plasticidade cíclica e pode-se dizer que o shakedown plástico foi alcançado. Se a região de deformação plástica for pequena mas continuar ocorrendo, o material pode ser enfraquecido e fadiga de baixo ciclo pode ser possível, levando a falha dos pontos de maiores tensões depois de um certo número de ciclos (LUBLINER, 2005; PONTER, et al, 1985; WILLIAMS, 2005).

Por outro lado, se acontecer um aumento e um acúmulo de deformação plástica a cada ciclo de carregamento, isto é, gerando em cada ciclo de carregamento componentes de deformação tanto reversíveis como uniaxiais, acontecerá o fenômeno conhecido como colapso ou plasticidade incremental ou ratchetting. É claro que qualquer mecanismo de plasticidade incremental envolve uma zona plástica que se estende até à superfície livre para que, então, o segmento de material abaixo do contato possa ser deslocado continuamente em relação ao material à sua volta (LUBLINER, 2005; PONTER, et al, 1985; WILLIAMS, 2005).

Um contato que se encontra acima do limite shakedown, em plasticidade incremental ou ratchetting, é passível de falha prematura ou por desgaste, devido à deformação

plástica que acompanha cada ciclo de carregamento. Por outro lado, espera-se uma vida útil longa de contato quando se opera abaixo desse limite (WILLIAMS, 2005).

3.5 CRITÉRIO DE ESCOAMENTO PARA MATERIAIS DÚCTEIS

Segundo Hosford (2005), um critério de escoamento é uma expressão matemática de um estado de tensões que irá causar escoamento. Para um material isotrópico, a forma geral de um critério de escoamento é expressa em termos das tensões principais,

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = C. \quad (1)$$

Onde C é uma constante do material.

O escoamento na maioria dos sólidos isotrópicos é independente do sinal das tensões, já que as tensões de escoamento em tração e compressão são iguais. Portanto, desconsidera-se a mudança da trajetória do carregamento durante a deformação (HOSFORD, 2005).

Dieter (1981) afirma ser razoável também se assumir que o escoamento é independente da tensão média. Isso se deve ao fato do tensor de tensão total ser dividido em um tensor de tensão hidrostática ou médio, que envolve somente tração ou compressão pura, e um tensor-tensão desvio, que representa a tensão cisalhante no estado de tensões. Portanto, como a tensão – desvio envolve tensões cisalhantes, ela é a que influencia na geração de deformação plástica (DIETER, 1981).

Em um material isotrópico, o critério de escoamento deve independer da escolha dos eixos, isto é, ser uma função invariante. Em um campo de tensões tridimensional, a superfície de escoamento pode ser representada pelo cilindro paralelo a linha $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, como mostrado na Figura 5. Atualmente, existem dois critérios aceitos para a previsão do início de escoamento nos metais dúcteis isotrópicos (DIETER, 1981; HOSFORD, 2005).

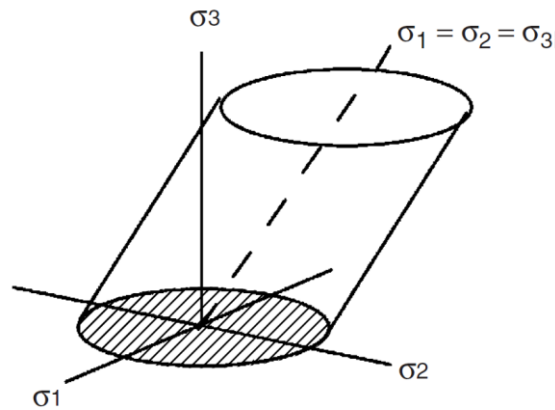


Figura 5 – A geometria de escoamento é a superfície do corpo em um campo de tensões tridimensional. O estado de tensões na geometria irá escoar. Aqueles dentro dela não causará escoamento. Fonte: HOSFORD, 2005.

3.5.1 Critério de Tresca

Baseando-se nos critérios apresentados em Hosford (2005), tem-se que o critério de escoamento mais simples é o proposto por Tresca. Este afirma que o escoamento irá ocorrer quando a maior tensão de cisalhamento atingir um valor crítico. A maior tensão de cisalhamento é dado por:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n}}{2} \quad (2)$$

Então, o critério de Tresca pode ser expresso como:

$$\sigma_{m\acute{a}x} - \sigma_{m\acute{i}n} = C. \quad (3)$$

Se a convenção for $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, isso pode ser reescrito da forma:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = C \quad (4)$$

A constante C pode ser encontrada considerando uma tensão uniaxial. Em um ensaio de tração, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ e no escoamento $\sigma_1 = Y$, onde Y é a tensão normal de escoamento. Substituindo na equação (4), $C = Y$. Portanto, esse critério pode ser expresso pela forma:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y. \quad (5)$$

Para cisalhamento puro, $\sigma_1 = -\sigma_3 = k$, onde k é a tensão de escoamento em cisalhamento. Substituindo na equação (5), $k = Y/2$, então

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2k = C. \quad (6)$$

O gráfico com essa equação é mostrado na figura 6. Evidentemente, se qualquer ponto do material estiver sujeito a um estado plano de tensões e suas tensões principais no plano forem representadas pelas coordenadas marcadas no limite ou fora da área hexagonal, o material escoará no ponto (HIBBELER, 2003).

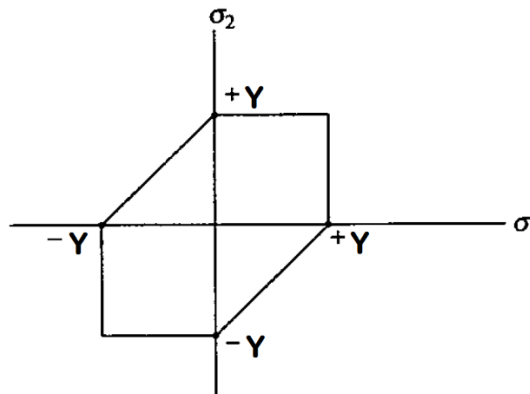


Figura 6 – Teoria da tensão de cisalhamento máxima. Fonte: HIBBELER, 2003. Nota: Adaptada.

3.5.2 Critério de Von Mises

A energia elástica de deformação é a energia gasta para deformar um corpo elástico sob ação de forças externas. Todo o trabalho efetuado durante a deformação elástica é armazenado na forma de energia elástica, sendo esta energia recuperada quando se retirarem as forças aplicadas (DIETER, 1981).

A energia de deformação é considerada a soma de duas partes, uma das quais representa a energia necessária para provocar uma mudança de volume do elemento sem mudar a sua forma; e a outra, a energia necessária para distorcer o elemento. A energia armazenada como resultado da mudança de volume é provocada por tensões hidrostáticas, que não exercem influência no escoamento dos materiais. Portanto, assume-se que o escoamento ocorre quando a energia elástica de distorção atinge um valor crítico (DIETER, 1981). Esse é o critério de Von Mises, que Hosford (2005) expressa por:

$$\left\{ \frac{[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2]}{3} \right\}^{1/2} = C \quad (7)$$

C pode ser avaliada considerando um ensaio de tração uniaxial. No escoamento, $\sigma_1 = Y$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Substituindo em (7), tem-se: $C = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/3} Y$, então a equação é usualmente reescrita como:

$$(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 = 2Y^2 \quad (8)$$

Para um estado em cisalhamento puro, $\sigma_1 = -\sigma_3 = k$; $\sigma_2 = 0$. Substituindo em (8), $k = Y/\sqrt{3}$.

A equação (8) pode ser simplificada para uma condição de um estado plano de tensões ($\sigma_3 = 0$):

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = Y^2 \quad (9)$$

A equação (9) representa uma curva elíptica (figura 7). Assim, se um ponto do material estiver tracionado de tal forma que a coordenada da tensão esteja posicionada no limite ou fora da área demarcada, diz-se que o material escoou (HIBBELER, 2003).

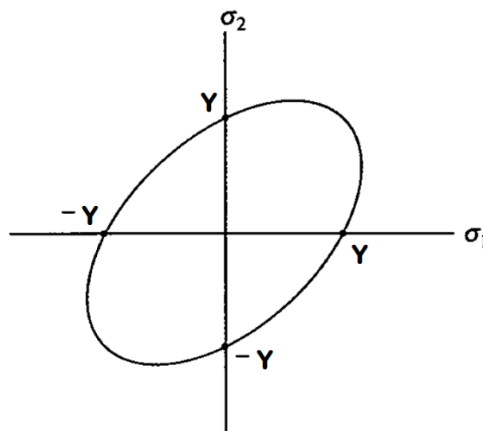


Figura 7 – Teoria da energia de distorção máxima. Fonte: HIBBELER, 2003. Nota: Adaptada.

Deve-se ressaltar que o critério de Tresca e o de Von Mises predizem o mesmo limite de escoamento para as condições de tensão uniaxial e tensão biaxial balanceada ($\sigma_1 = \sigma_2$). A maior divergência entre as duas teorias ocorre para um estado de cisalhamento puro ($\sigma_1 = -\sigma_2$). Já que o critério de Tresca fornece $k = Y/2$, enquanto o de Von Mises prevê $k = Y/\sqrt{3}$. Portanto, este último critério fornece um limite de escoamento em cisalhamento 15% maior do que aquele previsto pelo critério de tensão cisalhante máxima (DIETER, 1981).

3.6 ENCRUAMENTO

Uma das principais características da deformação plástica dos metais é o aumento contínuo da tensão cisalhante, necessária para o escoamento, à medida que aumenta a deformação. O aumento da tensão necessária para o material escoar, devido a deformação plástica, é chamado de encruamento (DIETER, 1981).

O encruamento é causado pela interação entre discordâncias umas com as outras, que se empilham nos planos de deslizamento, com barreiras no cristal que impedem seu movimento através da rede cristalina. Os empilhamentos de discordâncias produzem uma tensão de reação (ou tensão de recuo) que se opõe à tensão aplicada no plano de deslizamento, dificultando o movimento das discordâncias, contribuindo, assim, para o encruamento do material (DIETER, 1981).

Há muitas formas de representar o encruamento em materiais causado por deformações. Essas regras serão explicadas a seguir.

3.6.1 Encruamento Isotrópico

Neste tipo de encruamento, assume-se que o material permanece isotrópico durante todo o processo de carregamento plástico e que a subsequente superfície de escoamento é, em virtude das deformações plásticas, uma expansão uniforme da superfície inicial, sendo que ambas possuem o mesmo centro e formato (Figura 8) (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994; PHAM, 2011).

Apesar desse modelo ser uma boa aproximação para o caso de carregamentos proporcionais, isto é, quando o vetor tensão mantém uma direção constante no campo de tensões, esse tipo de encruamento não é útil em situações onde a estrutura está sob carregamento cíclico. Sob tensões uniaxiais, esse modelo prevê que, quando uma tensão de escoamento (Y) é alcançada como um resultado do encruamento, a tensão de escoamento encontrada na inversão da tensão é $-Y$, um resultado claramente em desacordo com o efeito Bauschinger. Portanto, depois de alguns ciclos, a estrutura irá encruar até responder elasticamente, eliminando a plasticidade incremental (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994; LUBLINER, 2005; PHAM, 2011).

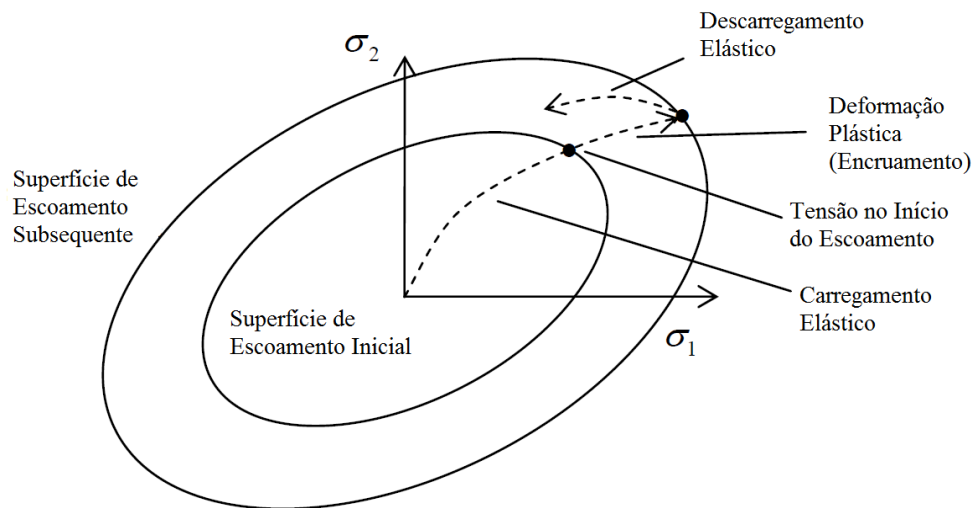


Figura 8 – Encruamento isotrópico. Fonte: KELLY P., acesso em 23 jul. 2017. Nota: Adaptado.

A Figura 9 mostra a superfície do campo de tensões e a curva tensão-deformação. Também mostra que as tensões de escoamento crescem pelo mesmo fator ao longo de todos os sentidos de carregamento (HOSFORD, 2005; LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

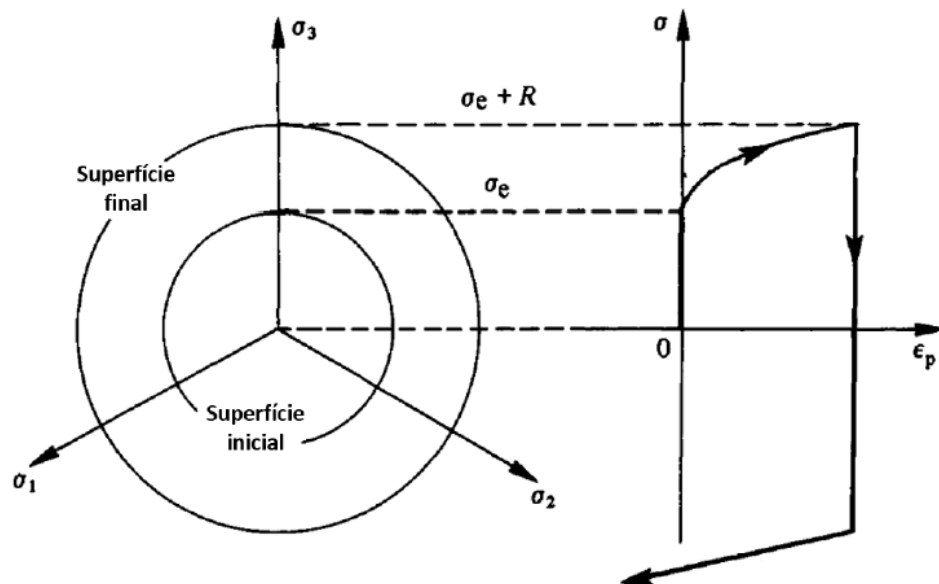


Figura 9 – Encruamento Isotrópico. Representação no campo de tensões e em tração – compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

3.6.2 Encruamento Cinemático Linear

Embora seja frequentemente assumido que os materiais são isotrópicos (têm as mesmas propriedades em todas as direções), eles raramente o são. Existem duas causas principais de anisotropia. Uma causa é a orientação preferencial de grãos ou textura cristalográfica, que consiste na tendência de certos planos cristalográficos a se orientar de uma maneira preferencial com respeito a orientação de máxima deformação. A segunda, o fibramento mecânico, é o alongamento e alinhamento de características microestruturais, como inclusões e constituintes de segunda fase, na direção principal do trabalho mecânico. A anisotropia do comportamento plástico é quase inteiramente causada por orientação preferencial (DIETER, 1981; HOSFORD, 2005).

Uma representação útil do encruamento anisotrópico é o encruamento cinemático linear. Este modelo de encruamento provoca uma translação, correspondente à propagação e geração de discordâncias em sólidos cristalinos, da superfície carregada. A superfície de escoamento inicial mantém tamanho e forma constantes, mas move-se no campo de tensões por meio da translação. Essa translação pode ser limitada por obstáculos do movimento das discordâncias causando uma back-stress¹ nas mesmas, tornando as suas movimentações progressivamente mais difíceis. Isso é observado como o efeito do encruamento, isto é, uma carga maior é necessária para produzir uma deformação plástica adicional (LUBLINER, 2005 apud PHAM, 2011). O encruamento cinemático linear é esboçado na Figura 10.

A Figura 11 mostra o movimento da superfície em um campo de tensões e seu correspondente modelo em um diagrama tensão-deformação. A backstress ou rest stress (X) tem natureza tensorial, além de indicar o centro da superfície de escoamento (CHABOCHE, 1986; LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

Neste modelo de encruamento, em carregamentos cíclicos, o efeito Bauschinger é representado qualitativamente, enquanto o Ratchetting não é previsto (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

¹ No que tange à backstress, uma imagem que pode ser utilizada para ilustrá-la seria a da tensão de recuo, gerada pelo acúmulo de discordâncias (LUBLINER, 2005).

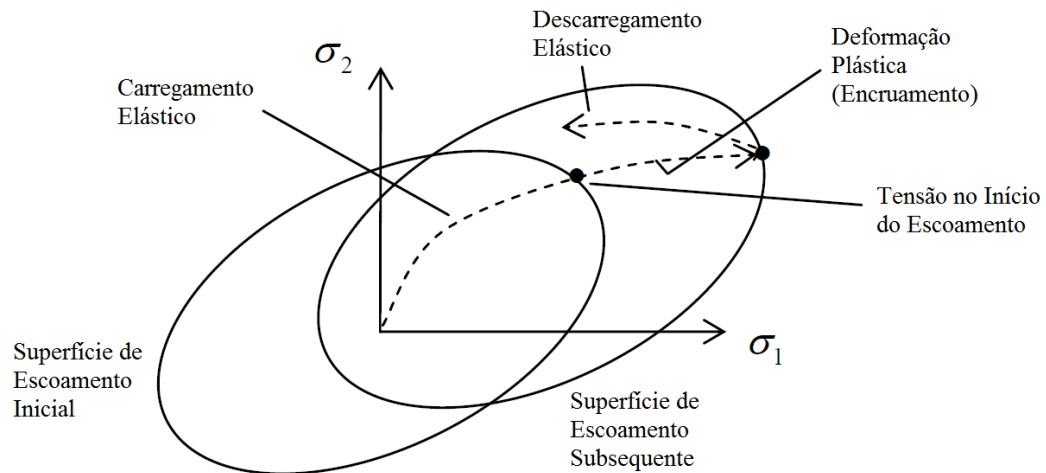


Figura 10 – Encruamento cinemático linear. Fonte: KELLY P., acesso em 23 jul. 2017. Nota: Adaptado.

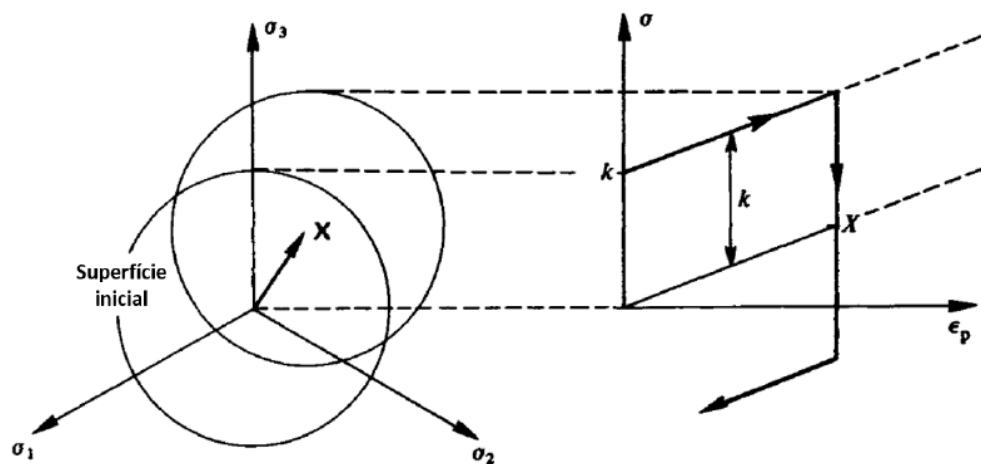


Figura 11 – Modelo de Encruamento Cinemático Linear. Representação no campo de tensões e em tensão – deformação. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

3.6.3 Efeito Bauschinger

O efeito Bauschinger se manifesta quando o material é submetido a uma tração seguida de uma compressão. Como a tração é aplicada primeiro, o material é endurecido (aumento da tensão de escoamento) e, logo em seguida, amolecido na compressão. A Figura 12 mostra que a tensão de escoamento em compressão é menor do que se o material tivesse sofrido apenas compressão simples (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

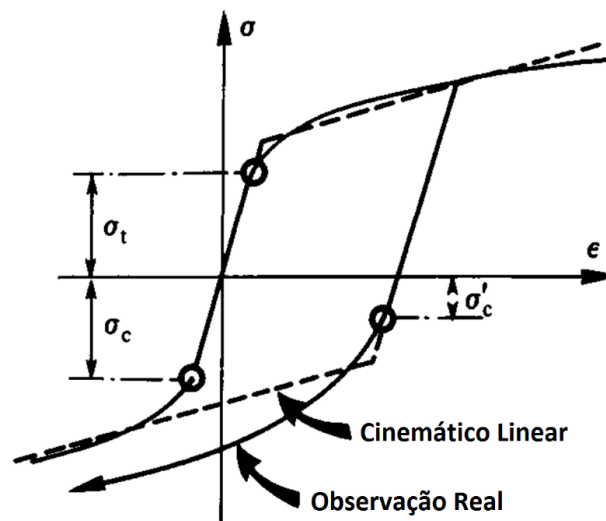


Figura 12 – Representação do Efeito Bauschinger. σ_t e σ_c são respectivamente tensões de escoamento em tração e compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

Esse efeito pode ser explicado pelo acúmulo de discordâncias que ocorre durante a deformação plástica. As discordâncias formam barreiras no emaranhado gerando a tensão de recuo, dificultando, assim, as suas movimentações na retirada da carga, já que a estrutura está mecanicamente estável. Quando a direção do carregamento for invertida, as discordâncias irão mover-se mais facilmente sob tensões cisalhantes mais baixas, devido o auxílio da tensão de recuo em suas movimentações (DIETER, 1981).

Além disso, quando a direção de deslizamento é revertida, podem ser geradas, nas mesmas fontes, discordâncias de sinais opostas àquelas responsáveis pela deformação na primeira direção de deslizamento. Uma vez que discordâncias de sinais contrários se atraem e se aniquilam mutuamente, o efeito resultante seria um amolecimento ainda maior da rede cristalina. Portanto, o nível de tensão é mais baixo para o escoamento quando a direção do carregamento é invertida (DIETER, 1981).

O modelo de encruamento cinemático, quando comparado com o isotrópico, é o que mais se aproxima do caso real, pois representa uma primeira aproximação do efeito Bauschinger. Já o modelo isotrópico é o que melhor descreve o comportamento do material durante grandes deformações (HOSFORD, 2005; LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

3.6.4 Encruamento Cinemático Não – Linear

O componente desse encruamento é definido como uma combinação de um termo cinemático, lei de encruamento linear de Ziegler, e um termo de relaxamento, que introduz a não linearidade (ABAQUS..., 2012):

$$\dot{X} = C_k \frac{1}{\sigma_e} (\sigma - X) \dot{\epsilon}^{pl} - \gamma_k X_k \dot{\epsilon}^{pl} \quad (10)$$

Onde $\dot{\epsilon}^{pl}$ representa a taxa de deformação plástica equivalente e C_k e γ_k são parâmetros do material, representando o módulo de encruamento cinemático inicial e a taxa que cada módulo de encruamento decresce com o aumento da deformação plástica, respectivamente. Quando C_k e γ_k são iguais a zero, esse modelo se reduz ao modelo isotrópico e quando somente γ_k é nulo, a lei de encruamento linear de Ziegler é recuperada.

O modelo de encruamento cinemático não – linear (Figura 13), diferente dos modelos anteriormente citados, é capaz de reproduzir o ratchetting. Todavia, é uma descrição inadequada quando as variações das deformações forem significativas, além de não representar a plasticidade cíclica.

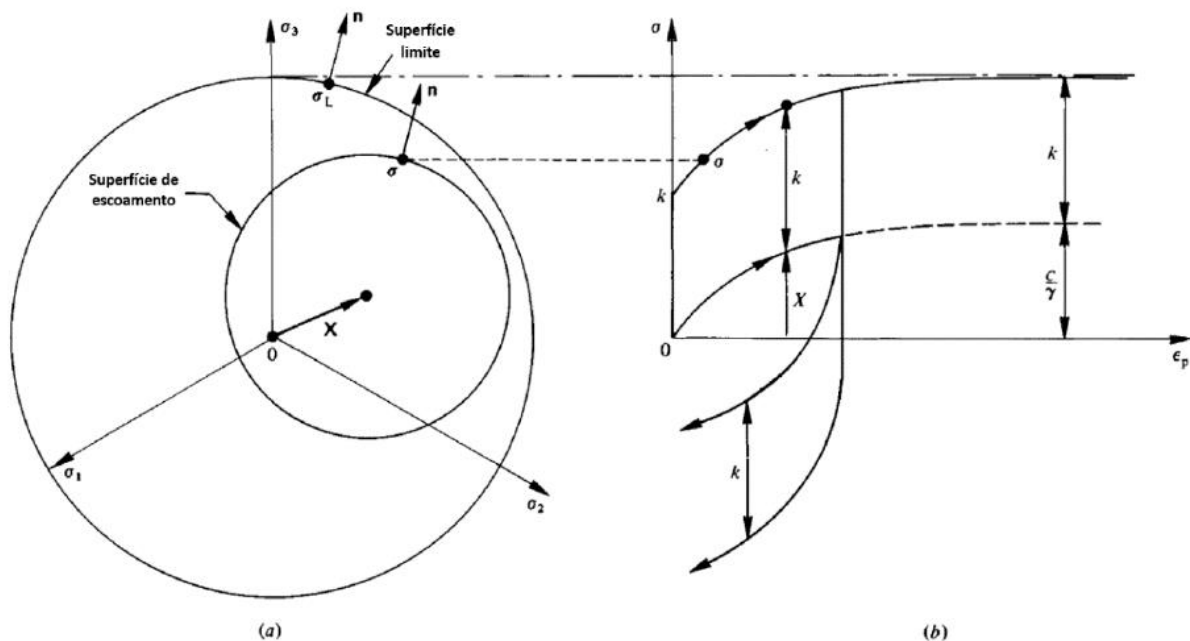


Figura 13 – Modelo de Encruamento Cinemático Não – Linear. (a) três dimensões, (b) tração - compressão. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

Apesar de prever a plasticidade incremental, a deformação representada é constante e frequentemente muito significativa em comparação com as observações experimentais, devido a necessidade de descrever corretamente a não linearidade dos loops de tensão-deformação, como também o efeito Bauschinger. Essa deficiência pode ser contornada sobrepondo modelos análogos (CHABOCHE, 1986; LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

Um melhoramento considerável em modelar o ratchetting é alcançado sobrepondo vários encruamentos cinemáticos (backstresses) e escolhendo um dos modelos, sendo linear ou aproximadamente linear ($\gamma_k \ll C_k$), o que resultaria em um efeito de ratchetting menos pronunciado (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

A sobreposição das backstresses pode ser computada pela seguinte relação:

$$X = \sum_{k=1}^N X_k \quad (11)$$

Onde N é o número de backstresses.

A análise de casos reais por meio de um encruamento cinemático não – linear geraria melhorias na representação de carregamentos cíclicos, visto que esse modelo é capaz de prever o ratchetting. Portanto, esse será o modelo utilizado nas análises realizadas nesse trabalho.

3.6.5 Encruamento Combinado

Encruamento isotrópico e o cinemático linear são suficientes para representar carregamentos monotônicos em casos que o carregamento é quase proporcional. Porém, essas teorias são inadequadas para os casos de carregamento cíclico. Uma combinação desses dois tipos de encruamentos pode ser utilizada para uma representação de plasticidade cíclica. Porém, continuaria não representando o Ratchetting e seria somente uma aproximação básica do efeito Bauschinger (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

A sobreposição de um encruamento isotrópico e um cinemático não – linear resultaria em uma modificação do domínio elástico pela translação e a expansão uniforme, o

que é uma boa representação tanto para a plasticidade cíclica quanto para o Ratchetting, conforme é mostrado na Tabela 1 (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994).

Além dos modelos de encruamento citados anteriormente, experimentos mostram que em adição da rotação e expansão uniforme ou contração da superfície, a deformação da superfície pode ocorrer por meio do aparecimento de ‘cantos’ (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994). Todavia, o modelamento desse tipo de anisotropia ou de algum outro modelo combinado é muito complexo.

Tabela 1 – Validade dos Diferente Modelos de Encruamento. Fonte: LEMAITRE e CHABOCHE, 1994. Nota: Adaptada.

Modelos	Encruamento Monotônico	Efeito Bauschinger	Plasticidade Cíclica	Efeito Ratchetting
Cinemático Linear	X	X		
Cinemático Não - Linear	X	X		X
Cinemático + Isotrópico	X	X	X	X

3.7 O FENÔMENO SHAKEDOWN

Se duas superfícies não-conformes, tanto em macro (componentes) ou em microescala (asperezas), estão em contato e sofrem carregamento, irá ocorrer distorções. Essas deformações podem ser puramente elásticas ou envolver algum adicional plástico, neste último caso, o escoamento inicial não será imediatamente aparente na superfície, já que, para esse tipo de contato, convencionou-se que as tensões são hertzianas (WILLIAMS, 2005).

Já nos casos de carregamento cíclico, é possível que um carregamento ao gerar deformação plástica em sua primeira aplicação, induzir em sua remoção efeitos que permitirão a mesma carga, quando reaplicada, atingir um estado estacionário cíclico cuja resposta é perfeitamente elástica. Esse processo é chamado de shakedown e os efeitos que o possibilitam são (KAPOOR e JOHNSON, 1992; WILLIAMS; 2005):

- 1) Tensão residual, induzida pela deformação plástica inicial, agindo de modo a fazer com que o escoamento subsequente seja menos provável;

- 2) Encruamento do material que eleva o limite elástico;
- 3) Mudança da geometria a partir da deformação plástica inicial, podendo levar a redução do nível das tensões aplicadas.

O atrito também é outro efeito influenciador desse fenômeno. Todos esses parâmetros serão abordados mais a fundo nas próximas sessões.

A máxima carga que esse fenômeno pode ser observado é chamada de limite elástico shakedown. Acima desse limite, o shakedown não é mais possível. Então, a deformação plástica irá continuar em cada imposição de carga subsequente. O material pode atingir o shakedown rapidamente, como por exemplo na segunda aplicação de carga, ou pode demorar muitos ciclos de carregamento, isso depende das propriedades do material, além das condições locais do ambiente, dos gradientes térmicos etc (WILLIAMS, 2005).

No geral, duas abordagens são usadas para se obter o limite elástico shakedown, uma numérica e a outra analítica. Na primeira, o componente é modelado por meio de uma malha de elementos finitos e o carregamento é aplicado de forma que as tensões internas e os componentes de deformação de cada elemento de malha possam ser determinados. Ao retirar-se o primeiro carregamento, as tensões e deformações residuais são avaliadas e seus efeitos são levados em consideração na próxima aplicação de carga e, por conseguinte, na avaliação dos novos valores. Esse processo é repetido por vários ciclos até que um estado estacionário é atingido, no qual a deformação e a tensão residual permanecem constantes de um ciclo para o outro, indicando que o estado elástico foi alcançado. Refazendo-se esse procedimento e aumentando o nível do carregamento, é possível estabelecer o limite shakedown do contato (WILLIAMS, 2005).

A segunda abordagem emprega o uso da teoria da plasticidade para se obter uma fronteira superior e inferior do limite shakedown. O limite superior estabelece um valor máximo possível para um carregamento e já o inferior, um valor mínimo. Mesmo que o valor exato do carregamento para ocorrer shakedown não possa ser descoberto, sabe-se que ele está entre esses dois limites. Essa técnica tem a vantagem de ser predominantemente analítica e assim indicar a importância das variáveis na análise (WILLIAMS, 2015).

A abordagem analítica é descrita nos teoremas abaixo relacionados:

- I. Teorema Estático de Melan: Caso seja possível encontrar um sistema de tensões residuais que satisfaça as condições de equilíbrio no regime estacionário e que quando combinado com tensões do carregamento cíclico nenhum elemento do material exceda o limite de escoamento, então o shakedown elástico pode ser alcançado. Portanto, nem a plasticidade incremental ou cíclica são possíveis. A verdadeira distribuição de tensão residual irá gerar um limite shakedown real, enquanto qualquer outra distribuição proverá um limite inferior. Na prática, muitos valores de tensão residual são avaliados e o que fornece o maior valor para o limite inferior é escolhido (KAPOOR e JOHNSON, 1992; PONTER, HEARLE e JOHNSON, 1985; WILLIAMS, 2005);
- II. Teorema Cinemático de Koiter: Se o trabalho realizado pelas tensões elásticas devido ao carregamento exceder o trabalho de dissipação plástica interna, de um mecanismo qualquer de deformação plástica cinematicamente aceitável, então a deformação plástica irá ocorrer. Deve-se analisar diferentes mecanismos e escolher o de melhor carregamento associado. Esse teorema fornece uma fronteira superior para o limite shakedown (PONTER, HEARLE e JOHNSON, 1985; WILLIAMS, 2005).

A aplicação desses teoremas fornece limites para o verdadeiro carregamento shakedown, se os dois limites convergem, então o limite exato foi estabelecido (WILLIAMS, 2015).

3.7.1 A Influência da tensão residual

Para avaliar o papel das tensões residuais considerou-se um contato sem as influências do atrito, do encruamento e da geometria de contato. Foi comparada a tensão necessária no primeiro escoamento com a tensão necessária após o surgimento das tensões residuais. Para isso foi utilizado o critério de escoamento de Tresca, além dos teoremas de Melan e Koiter.

Considerando um cilindro rígido em contato linear com um sólido semi-infinito (Figura 14), e que os carregamentos agindo entre essas duas superfícies só ultrapassem o limite shakedown por um valor pequeno, tornando a deformação plástica da superfície

de contato pequena, assume-se que a pressão de contato é aproximadamente hertziana (BOWER e JOHNSON,1989; WILLIAMS, 2005).

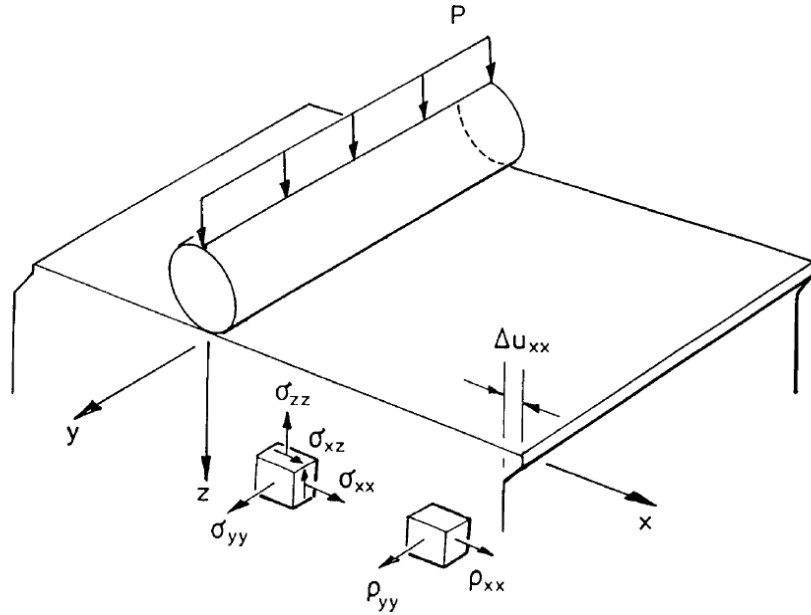


Figura 14 – Cilindro rígido sobre um sólido semi – infinito. $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ são tensões hertzianas devido a carga P ; ρ_{xx}, ρ_{yy} são as tensões residuais e Δu_{xx} é o incremento de deformação plástica da superfície aceitável na aplicação do teorema cinemático de Koiter. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.

Portanto, a pressão normal na interface pode ser considerada como (BOWER e JOHNSON,1989; WILLIAMS, 2005):

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (12)$$

Onde p_0 , a máxima pressão Hertziana, e a , a largura do semi – contato, são dadas por:

$$a = \sqrt{\frac{4PR}{\pi E^*}} \quad (13)$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE^*}{\pi R}} \quad (14)$$

Onde R é o raio do cilindro, P é a carga por unidade de comprimento e E^* é o módulo de Young reduzido dado por:

$$E^* = \left\{ \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \right\}^{-1} \quad (15)$$

As tensões internas abaixo dessa distribuição em uma profundidade de $z = 0,5a$ são representadas pelas linhas sólidas na Figura 15, já as tensões após shakedown, isto é, com a adição das tensões residuais, são representadas pelas linhas pontilhadas da mesma figura (WILLIAMS, 2005).

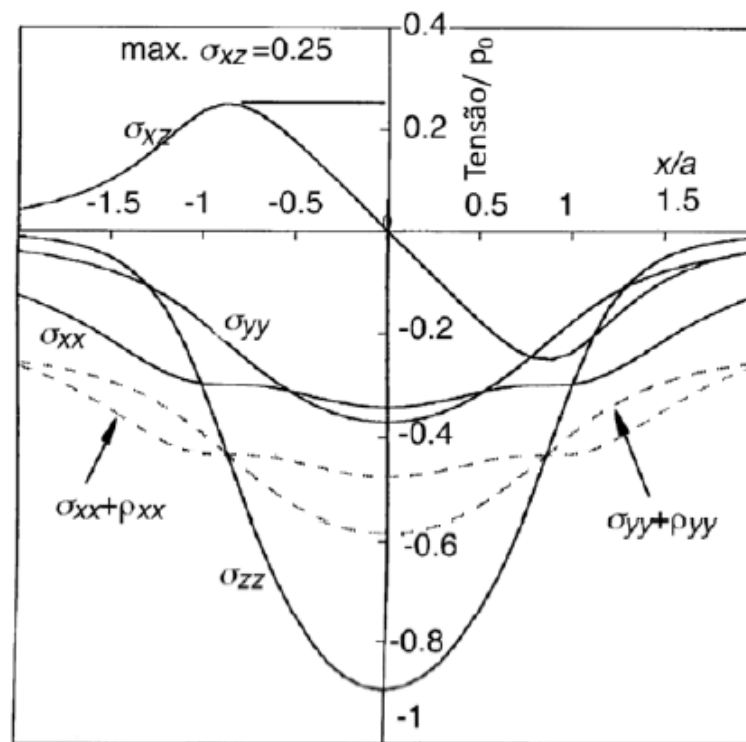


Figura 15 – Tensões internas para o caso de um cilindro rígido deslizando sobre um sólido semi – infinito. Linhas sólidas: tensões internas em uma profundidade $z = 0,5a$, constituídas da tensão de cisalhamento σ_{xz} e das tensões diretas σ_{xx} e σ_{yy} . Linhas pontilhadas: tensões com adição das tensões residuais ρ_{xx} e ρ_{yy} após o estabelecimento do regime estacionário. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.

Em um deslizamento sem atrito ou um rolamento puro, onde nenhuma tensão de tração é aplicada na interface, essas curvas podem expressar o histórico de carregamento de um elemento de material quando o carregamento completa uma passagem (WILLIAMS, 2005).

O valor do fator intensidade de carga, ou seja, o valor de p_o/k , onde k é a tensão de escoamento em cisalhamento simples, em que algum elemento do material é carregado primeiramente além do limite elástico sobre um contato linear hertziano, depende do critério de escoamento adotado (WILLIAMS, 2005).

Usando o critério de Tresca e o perfis das tensões mostrados na Figura 2, conclui-se que o cisalhamento máximo é $0,3p_o$ e que ocorre na profundidade de $0,78a$. Então, tem-se que o primeiro escoamento é $0,3p_o = k$, isto é, $p_o = 3,3k$ (WILLIAMS, 2005).

Para aplicar o teorema de Melan é necessário um conjunto de tensões (representadas pelas linhas sólidas na Figura 15) e um sistema em equilíbrio de tensões residuais (WILLIAMS, 2005). A suposição de um estado plano de deformações elimina ρ_{xy} e ρ_{yz} , e faz os componentes restantes independentes de y . Se a deformação plástica é considerada estável e continua, a superfície do semi – espaço permanecerá plana e as tensões residuais devem ser independentes de x . Finalmente, para as tensões residuais estarem em equilíbrio com a superfície livre de tração, ρ_{zz} e ρ_{zx} não podem existir. A única possibilidade de um sistema com tensões residuais reduz-se a (JOHNSON, 1985):

$$\rho_{xx} = f_1(z) \quad (16)$$

$$\rho_{yy} = f_2(z) \quad (17)$$

$$\rho_{zz} = \rho_{xy} = \rho_{yz} = \rho_{zx} = 0 \quad (18)$$

As tensões principais, devido à combinação das tensões de contato com as tensões residuais, são dadas por:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \{ \sigma_{xx} + (\rho_{xx}) + \sigma_{zz} \} + \frac{1}{2} [\{ \sigma_{xx} + (\rho_{xx}) - \sigma_{zz} \}^2 + 4\sigma_{xz}^2]^{1/2} \quad (19)$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \{ \sigma_{xx} + (\rho_{xx}) + \sigma_{zz} \} - \frac{1}{2} [\{ \sigma_{xx} + (\rho_{xx}) - \sigma_{zz} \}^2 + 4\sigma_{xz}^2]^{1/2} \quad (20)$$

$$\sigma_3 = \nu \{ \sigma_{xx} + \sigma_{zz} \} + \rho_{yy} \quad (21)$$

Seguindo o teorema de Melan, pode-se escolher uma tensão residual de qualquer valor, em qualquer profundidade, para se evitar o escoamento. Portanto, ρ_{yy} pode ser escolhida de forma que σ_3 seja a tensão principal intermediária. Para se evitar o escoamento, pelo critério de Tresca, temos:

$$\frac{1}{4} (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq k^2 \quad (22)$$

$$\frac{1}{4} (\sigma_{xx} + (\rho_{xx}) - \sigma_{zz})^2 + \sigma_{xz}^2 \leq k^2 \quad (23)$$

Ao se examinar essa expressão observa-se que a mesma não pode ser satisfeita se σ_{xz} for maior que k , porém isso pode ser contornado com $\sigma_{xz} = k$, que se torna possível com $\rho_{xx} = \sigma_{zz} - \sigma_{xx}$. Dessa forma, a condição limite para o shakedown acontecer ocorre quando o máximo valor de σ_{xz} , em qualquer parte do sólido, atinge k .

O máximo valor de σ_{xz} é $0,25p_o$ que se encontra na profundidade $z = 0,5a$ (Figura 15). Assim, para o shakedown ocorrer $p_o \leq 4,00k$, isto é, uma fronteira inferior para o limite shakedown é $p_o/k \leq 4,00$ (JOHNSON, 1985).

Ao aplicar o teorema cinemático de Koiter para se obter uma fronteira superior do limite shakedown, deve-se postular um mecanismo aceitável de colapso incremental. Supõe-se que isso seja um simples cisalhamento plástico ao longo do plano paralelo à superfície externa do sólido. Se o incremento de deformação plástica é Δu_{xx} , então o trabalho realizado pelas tensões elásticas é dado por $\sigma_{xz} \times \Delta u_{xx}$ e o trabalho interno de dissipação é dado por $k \times \Delta u_{xx}$. Uma fronteira superior da carga shakedown é encontrada pelo equacionamento dessas duas quantidades, isto é $\sigma_{xz} = k$, mas como o máximo valor de σ_{xz} é $0,25p_o$, tem-se que $p_o = 4k$ é uma ótima fronteira superior na pressão de colapso, portanto $p_o/k \leq 4,00$ (WILLIAMS, 2005).

Como nesse caso as fronteiras inferior e superior são idênticas, elas descrevem o verdadeiro carregamento de colapso, ou melhor, o verdadeiro limite shakedown (WILLIAMS, 2005).

A importância prática do fenômeno shakedown pode agora ser verificado comparando-se as pressões, e consequentemente, as cargas requeridas para o primeiro escoamento de um estado estacionário. Usando o critério de Tresca, p_o/k para o primeiro escoamento é 3,3, enquanto o limite shakedown é 4,0. Entretanto, desde que o valor da linha de carga P é proporcional a p_o^2 , a razão dos dois valores correspondentes das cargas aplicadas P_Y e P_S são (WILLIAMS, 2005):

$$\left\{ \frac{P_S}{P_Y} \right\} = \left\{ \frac{4}{3,3} \right\}^2 = 1,47 \quad (24)$$

Uma carga 47% maior do que a que causou o primeiro escoamento pode ser suportada seguramente, sem que ocorra um escoamento subsequente na situação de

carregamento cíclico. Esse aumento substancial da capacidade de carga provocada pelo shakedown, considerando unicamente as tensões residuais, tem importantes aplicações práticas e econômicas nas indústrias, como a de transporte ferroviário (WILLIAMS, 2005).

3.7.2 A Influência do Atrito

Em contato de deslizamento em que o atrito age, a força de atrito $q(x)$ na área de contato é dada por:

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (25)$$

O campo de tensões causado por essa força é conhecido e pode ser utilizado para estabelecer o valor de p_0/k no primeiro escoamento, usando o critério de Tresca ou Von Mises como foi feito para o deslizamento sem atrito. Com o aumento da tensão de tração, existe uma redução no valor crítico de p_0 . A queda de p_0 é modesta quando $\mu < 0,3$, mas se torna mais significativa depois disso.

No caso de carregamento cíclico, o shakedown é novamente possível assim como foi no caso do deslizamento sem atrito, e pode ser investigado pela sobreposição do campo de tensões de tração ($\int q(x)dx$), ao campo de tensões devido o carregamento normal P , considerando um campo de tensão residual apropriado. O critério é o mesmo que explicado na sessão anterior, o shakedown é governado pelo máximo valor de σ_{xz} . Para valores de μ menores que um pouco mais que 0,3², o máximo valor de σ_{xz} ocorre em um ponto abaixo da superfície (Figura 16), só que mais perto da superfície do que o sem atrito.

Quando μ exceder 0,3, $(\sigma_{xz})_{máx}$ ocorrerá na superfície com um valor μp_0 e como a superfície precisa ser livre de tração, algumas componentes da tensão residual (ρ_{zz} , ρ_{yz} e ρ_{zx}) não irão existir. É por isso que o limite shakedown cai rapidamente quando

² O máximo valor de σ_{xz} ocorre abaixo da superfície para valores de $\mu < 0,3$ pelo critério de Von Mises e de $\mu < 0,25$ pelo critério de Tresca (JOHNSON, 1985).

o coeficiente de atrito aumenta além de 0,3 (KAPOOR e JOHNSON, 1992). Dessa forma, o limite shakedown, pelo critério de Tresca, é:

$$\frac{p_o}{k} = \frac{1}{\mu} \quad (26)$$

O valor crítico de p_o/k dessa análise, pode ser observado no diagrama shakedown da Figura 16, onde é plotado valores críticos de p_o/k versus o coeficiente de atrito μ . O intervalo entre a linha D e a linha A representa, pelo critério de Tresca, o benefício prático do fenômeno shakedown em um material elástico – perfeitamente plástico (WILLIAMS, 2005). A linha B é a curva correspondente para o critério de Von Mises e a curva C é para contato pontuais pelo mesmo critério (WILLIAMS, 2006).

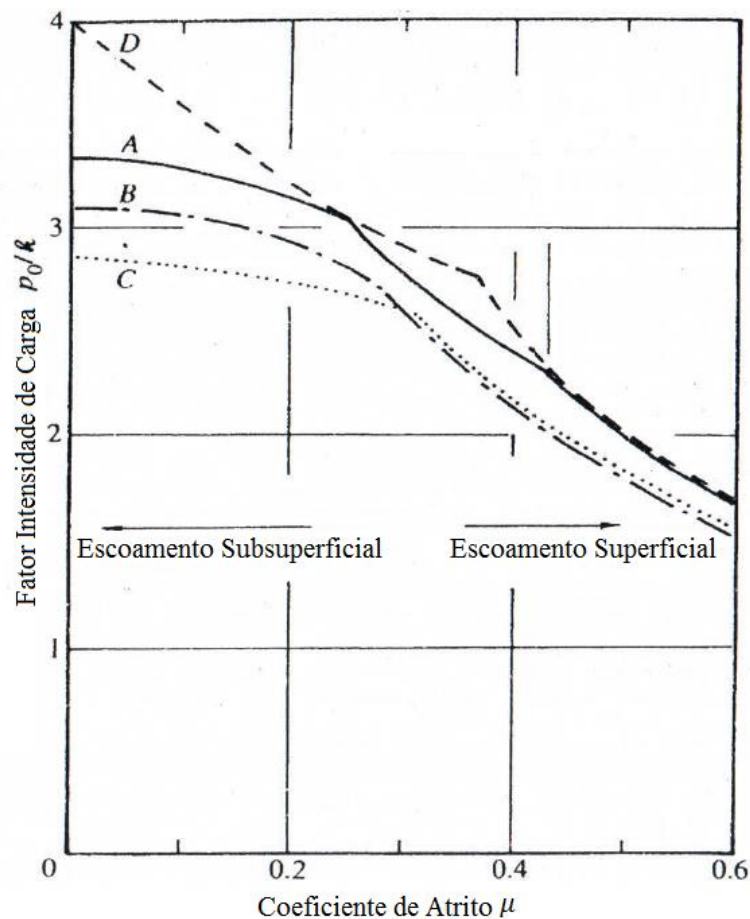


Figura 16 – Diagrama shakedown onde a máxima pressão hertziana (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) permitida é plotada contra o coeficiente de atrito local. Curva A corresponde ao contato linear, primeiro escoamento, Tresca; curva B ao contato linear, primeiro escoamento, Von Mises; curva C ao contato pontual, primeiro escoamento, Von Mises e curva D ao contato linear, depois do shakedown, Tresca. Fonte: JOHNSON, 1985 apud WILLIAMS, 2006. Nota: Adaptada.

Ponter, et al., (1985) mostrou que em um contato linear, com carregamentos além do limite shakedown, acontece contínua acumulação de deformação (plasticidade incremental), exceto sobre ação de pequenos coeficientes de atrito, quando o material está sujeito a plasticidade cíclica. Isso pode ser observado no diagrama shakedown da Figura 17. Assim como no diagrama proposto por Williams (2005), para menores valores de μ , o material sobre tensão que governa o comportamento plástico é localizado abaixo da superfície, e para maiores valores de μ , o material criticamente carregado se encontra na superfície. Já a linha pontilhada é a fronteira inferior do limite shakedown elástico resultante do teorema de Melan. A diferença entre as duas fronteiras indica a variação da incerteza do verdadeiro valor do limite shakedown.

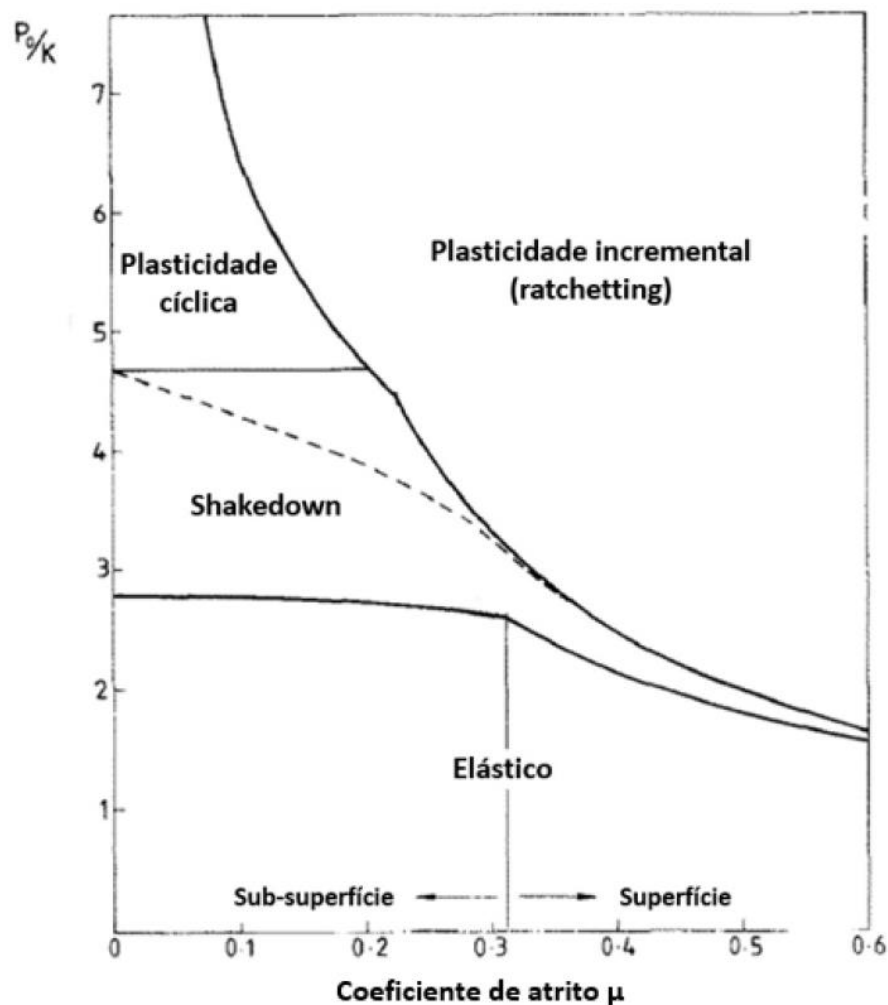


Figura 17 – Comportamento de um estado estacionário de uma região com carregamento cíclico. Sendo a linha pontilhada uma fronteira inferior para o limite shakedown. Fonte: PONTER, et al., 1985. Nota: Adaptada.

Bower e Johnson (1989), realizaram experimentos com cobre onde computa-se a mudança da deformação plástica acumulada por ciclo e a sua profundidade em relação a variação dos valores do fator de carga p_0/k e do coeficiente de atrito μ . Por meio desses experimentos, pôde-se concluir que quanto mais o carregamento ultrapassar o limite shakedown, maior será o módulo e a profundidade da deformação causada no material, aumentando, assim, a sua tendência a falha. Os resultados obtidos podem ser observados na Figura 18 que mostra o acúmulo de deformação plástica por ciclo em função da profundidade e da razão $\frac{p_0}{p_s} = \mu \frac{p_0}{k}$, que representa o quanto acima do limite shakedown o carregamento está.

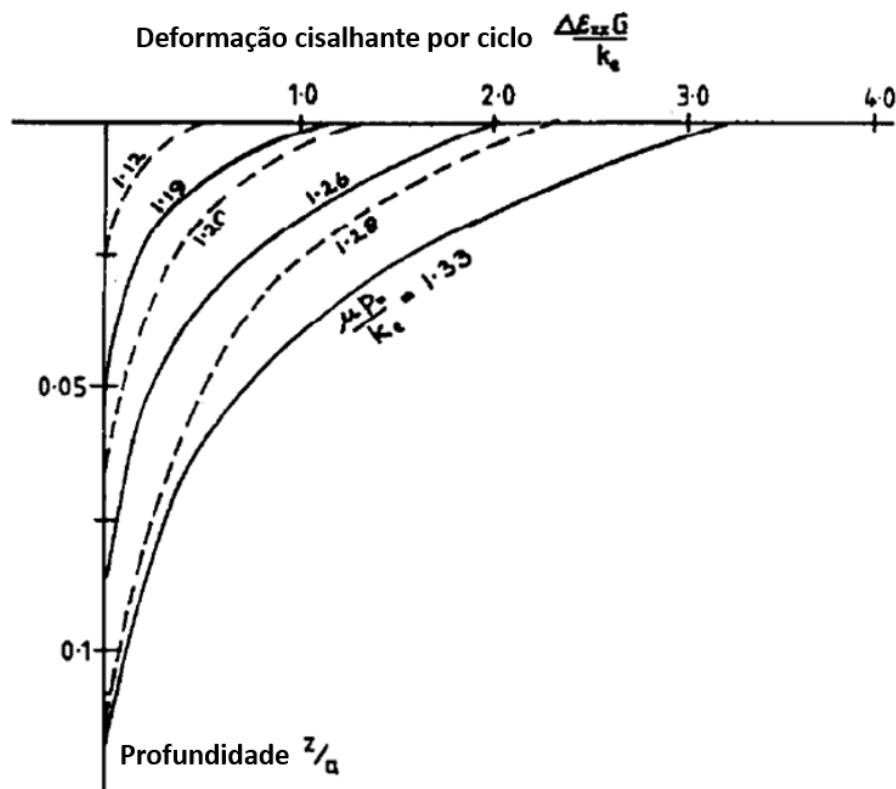


Figura 18 – Acúmulo de deformação plástica nas camadas perto da superfície para o cobre. Linhas cheias $\mu = 0,40$ e linhas pontilhadas $\frac{p_0}{k} = 2,8$. Fonte: BOWER e JOHNSON, 1989. Nota: Adaptada.

3.7.3 A Influência do encruamento

Escoamento plástico durante os primeiros ciclos de carregamento eleva a efetividade da tensão de escoamento nas aplicações subsequentes de carga. Para isto ser quantitativo, um modelo de encruamento deve ser escolhido, o modelo mais simples,

como dito anteriormente, é o encruamento isotrópico. Esse modelo, infelizmente, não reproduz satisfatoriamente o real comportamento do material sobre carregamento cíclico (WILLIAMS, 2005).

O próximo modelo mais simples é o encruamento cinemático, no qual a superfície de escoamento tem a liberdade de se movimentar no campo de tensões. Esse modelo é mais apropriado para descrever melhor as propriedades de muitos materiais. No modelo linear, o módulo de encruamento é uniforme, independentemente do nível da tensão principal, dentro do ciclo de carregamento. Contudo, no modelo não – linear, a resposta do material é influenciada por esse parâmetro. Essa distinção não é necessária para se avaliar o limite shakedown elástico, porém é importante nas respostas do material acima do shakedown (WILLIAMS, 2005).

O shakedown agora envolve tanto as tensões residuais ρ_{ij} como as backstresses X_k . A soma dessas tensões pode ser chamada de tensão residual efetiva ρ_{ij}^* , a qual pode ser usada no teorema estático de Melan para se achar uma fronteira inferior do limite shakedown. Os limites shakedown encontrados dessa forma estão mostrados como a linha sólida (linha C) na Figura 19 (WILLIAMS, 2005).

A figura especifica o comportamento do material em contato para qualquer carregamento: se a carga estiver abaixo da curva A (limite elástico), então nenhum elemento do material atinge o ponto de escoamento. No espaço entre as curvas A e B, um material perfeitamente elástico irá escoar inicialmente, porém atingirá o shakedown elástico no estado estacionário. A elevação da curva B acima da A indica a contribuição das tensões residuais no shakedown, já o espaço entre B e C é a contribuição do encruamento, mas essa contribuição só é válida se o material for capaz de encruar cinematicamente.

Isso quer dizer que qualquer ponto abaixo do limite shakedown irá sempre seguir um ciclo elástico de deformação. Se a carga ultrapassar esse limite, ou seja, a curva C, então repetidas deformações plásticas irão surgir em cada ciclo de carregamento, e a natureza dessa deformação irá depender da magnitude da carga de tração no semi – espaço. Sobre encruamento cinemático linear ou sobre baixas cargas, a deformação do material se dá em ciclos fechados e está confinada abaixo da superfície, então a máxima deformação plástica ocorre na profundidade de $0,5a$ (Subsuperfície). Se o material estiver sobre encruamento cinemático não - linear ou se altas cargas agem

no semi – espaço, então o material sofre ratchetting, ou seja, o material criticamente carregado está na superfície, deformando uma fina camada superficial. Já sobre cargas muito elevadas, tanto a subsuperfície quanto a superfície do material são deformadas. (BOWER e JOHNSON, 1989; WILLIAMS, 2005).

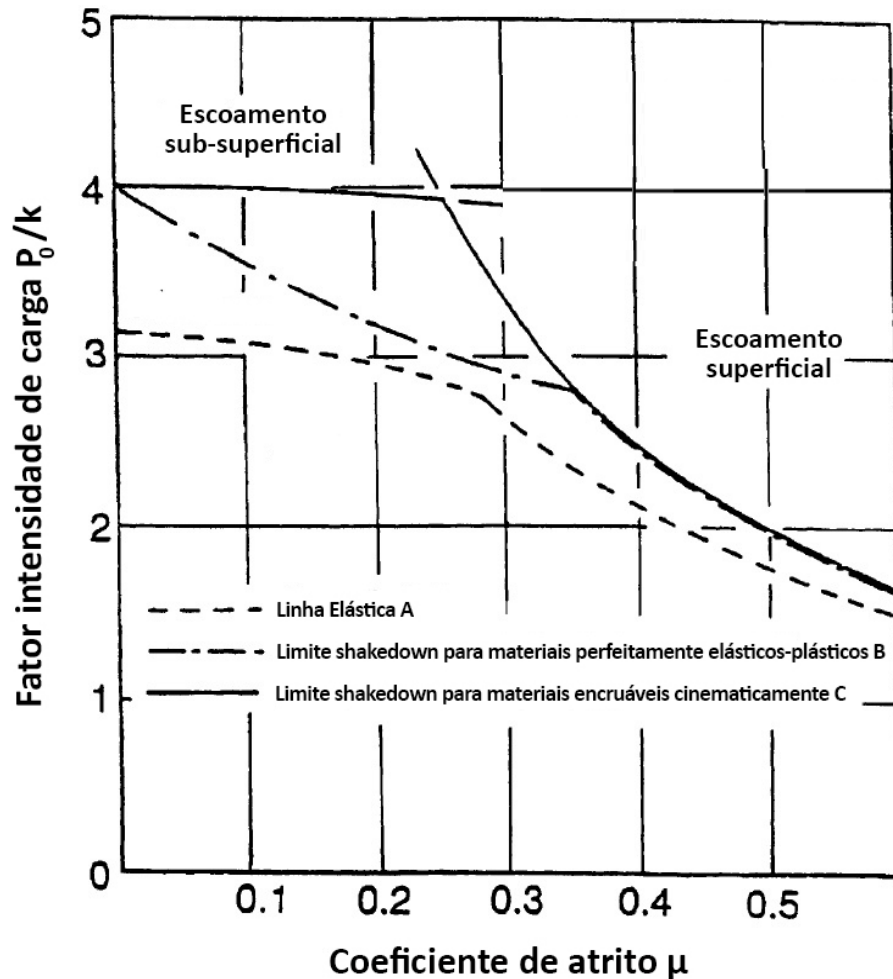


Figura 19 – Diagrama shakedown de um contato linear onde a máxima pressão hertziana (normalizada pela tensão de escoamento em cisalhamento) permitida é plotada contra o coeficiente de atrito local. A região abaixo da curva pode ser considerada segura. A curva A ilustra o caso mais conservador em que o limite elástico nunca é ultrapassado. A curva B mostra o efeito do shakedown em um material elástico – perfeitamente plástico. A curva C é um adicional se o material encruar cinematicamente. Fonte: WILLIAMS, 2005. Nota: Adaptada.

3.7.4 A Influência da Geometria de Contato

Nas sessões anteriores, estudou-se contatos lineares de cilindros, em que as superfícies permaneciam cilíndricas, excluindo, assim, a mudança de geometria por deformação plástica. Porém, nessa sessão serão abordados os contatos pontuais,

como por exemplo uma bola rígida rolando sobre uma superfície plana elasto – plástica. Esse tipo de contato, além de ser mais comum na prática, permite o estudo da influência da geometria de contato no fenômeno shakedown (BOWER e JOHNSON, 1989; KAPOOR e JOHNSON, 1992).

Assim como para um contato linear, o material sobre um contato pontual pode sofrer shakedown devido ao encruamento ou pelo desenvolvimento de tensões residuais. Em adição a isso, o shakedown também pode ocorrer devido ao melhoramento da conformidade entre as superfícies de contato. Se o carregamento estiver acima do limite elástico, um sulco permanente pode surgir na superfície por meio de um contato pontual rolando repetidamente no mesmo percurso: isso causaria um aumento da conformidade entre as superfícies, ocorrendo uma mudança no tamanho e forma da área de contato, conseqüentemente. Reduz-se, assim, a pressão de contato e parando eventualmente a deformação, o que promoveria o shakedown (BOWER e JOHNSON, 1989; KAPPOR e JOHNSON, 1992).

Já se o carregamento ultrapassar esse limite, o material irá deformar repetidamente. Esse comportamento é semelhante ao de contato linear, se as forças são pequenas ($\mu < 0,25$), então as deformações são confinadas abaixo da superfície e quando o coeficiente exceder 0,25, uma fina camada perto da superfície é que irá deformar (BOWER e JOHNSON, 1989).

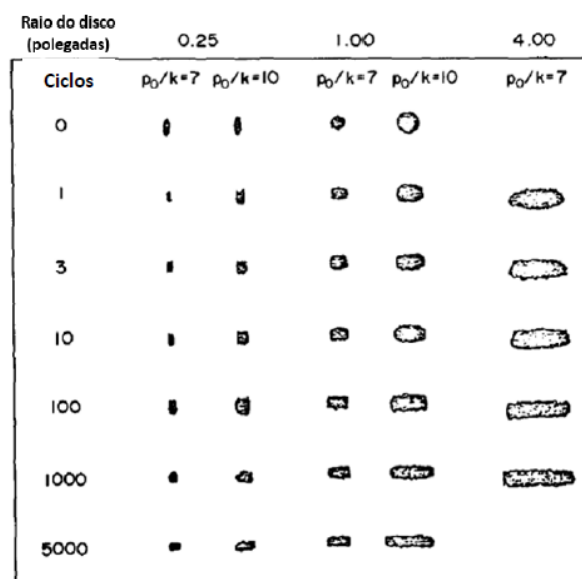


Figura 20 – Mudança da área de contato durante o rolamento de um disco rígido coroadado em contato com um disco cilíndrico. Fonte: HEARLE, 1984 apud KAPOOR e JOHNSON, 1992. Nota: adaptada.

Em experimentos realizados por Hearle (1984), discos de aço corado rolando sobre discos cilíndricos de alumínio, a área de contato no primeiro ciclo é elíptica (ou circular) e, à medida que o rolamento prossegue, torna-se retangular, como é mostrado na Figura 20 (KAPPOR e JOHNSON, 1992).

Segundo Kappor e Johnson (1992), a mudança da área de contato de elíptica para retangular implica na mudança da distribuição de pressão de semi – elipsoidal hertziana (Figura 21a) para uma mais uniforme na largura da trajetória de rolamento (Figura 21b). Para análise, esse último perfil foi simplificado para o estudado por Kunert (1962), na figura 21c: semielíptica na direção de rolamento (Hertziana) e uniforme na direção transversal, atuando na área de contato retangular **$2a \times 2b$** .

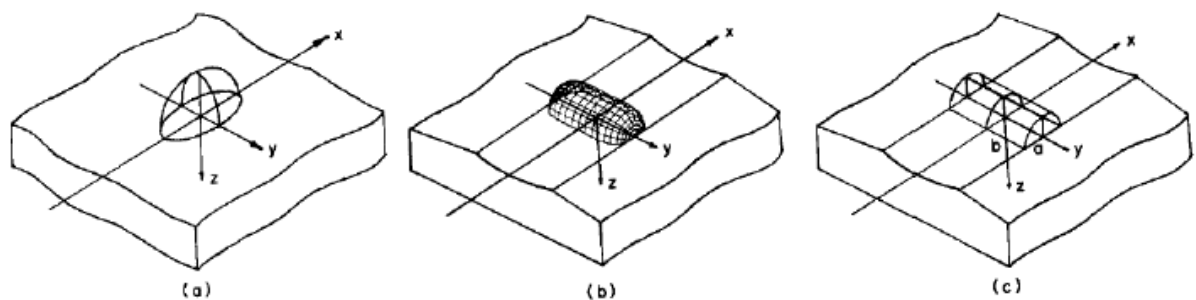


Figura 21 – Mudança da pressão de contato no shakedown (a) Inicial – aproximadamente Hertziana. (b) Em shakedown – aproximadamente Kunert. (c) Distribuição de pressão idealizada por Kunert. Fonte: KAPORR e JOHNSON, 1992. Nota: Adaptada.

Com os perfis de pressão em mente e adotando-se a hipótese de que o perfil formado plasticamente no estado estacionário irá se aproximar da forma que permitirá o máximo carregamento sem exceder o limite elástico, o shakedown de contatos pontuais com mudança de geometria de contato pode ser visualizado.

Apesar da distribuição de pressão Hertziana ideal ser elipsoidal, o início de plasticidade muda-a para elíptica ainda no primeiro ciclo (Figura 21a) permanecendo, ainda assim, perto da distribuição Hertziana. A cada passagem de carregamento aumenta-se a conformidade, a expansão da área de contato e a planificação do perfil de pressão na direção lateral. Esse processo continua até a queda da pressão de contato atingir um limite onde as mudanças na conformidade cessam. Ao atingir o estado estacionário do shakedown, a área de contato tornou-se retangular com as

extremidades arredondadas e com o perfil de pressão como o mostrado na Figura 21b (KAPPOR e JOHNSON, 1992).

A Figura 22 mostra como a geometria de um contato pontual influencia no limite shakedown. Observa-se nitidamente como o limite da distribuição Hertziana é menor do que o da distribuição de Kunert. Isso se deve pelo fato de que com a mudança da geometria, isto é, o aumento da razão b/a , a pressão de contato (p_o/k) cai e com isso ocorre uma expansão do limite shakedown.

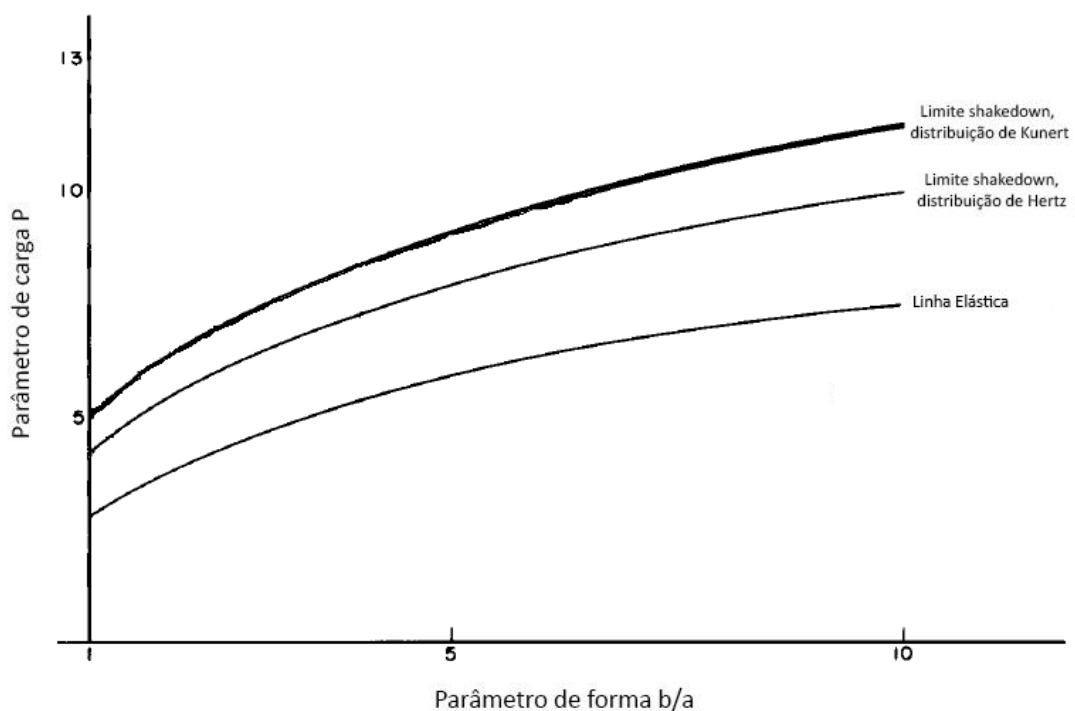


Figura 22 – Carregamento de shakedown em rolamento puro. Fonte: KAPORR e JOHNSON, 1992. Nota: Adaptada.

Portanto, conclui-se que se durante repetidos rolamentos, sobre uma mesma trajetória, a carga é grande o suficiente para causar escoamento, as seguintes mudanças irão ocorrer: desenvolvimento de tensões residuais, encruamento do material e a mudança da área de contato. Um sulco irá se formar e a área de contato expandirá para os lados reduzindo a pressão de contato. A conformidade do contato também aumentará e o contato pontual atingirá o shakedown no estado estacionário.

Para cargas pesadas a área de contato mudará de elíptica para aproximadamente retangular e o perfil de pressão de hertziano para tipo Kunert, o que é mais eficiente

para aguentar a carga. Já para cargas moderadas, a transformação poderá não ser completa durante o processo de shakedown, então a distribuição de pressão ficará entre os dois extremos: Hertz e Kunert (KAPOOR e JOHNSON, 1992).

A Figura 23 mostra claramente a mudança progressiva da área de contato elíptica para aproximadamente retangular com o aumento de ciclos de rolamento para $P=10,4$ (KAPOOR e JOHNSON, 1992).

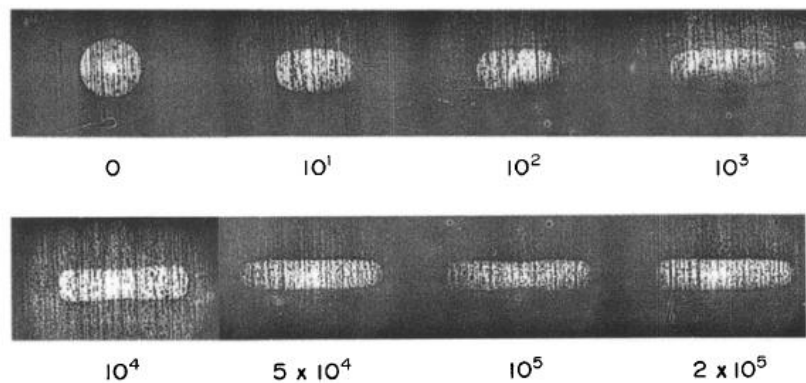


Figura 23 – Mudanças na área de contato em carregamento cíclico durante o shakedown ($P = 10,4$).

Fonte: KAPOOR e JOHNSON, 1992.

4 MÉTODO E DESCRIÇÃO DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

As análises do fenômeno shakedown foram feitas através de simulações de elementos finitos pelo software ABAQUS® e baseadas no trabalho de Gonçalves (2016). Essas simulações foram realizadas com objetivo de se analisar as tensões e deformações geradas pelo carregamento cíclico de compressão – descarregamento em um semi - espaço deformável. Assim, sendo possível analisar como os diferentes parâmetros influenciam o shakedown. A geometria que foi utilizada é mostrada abaixo:

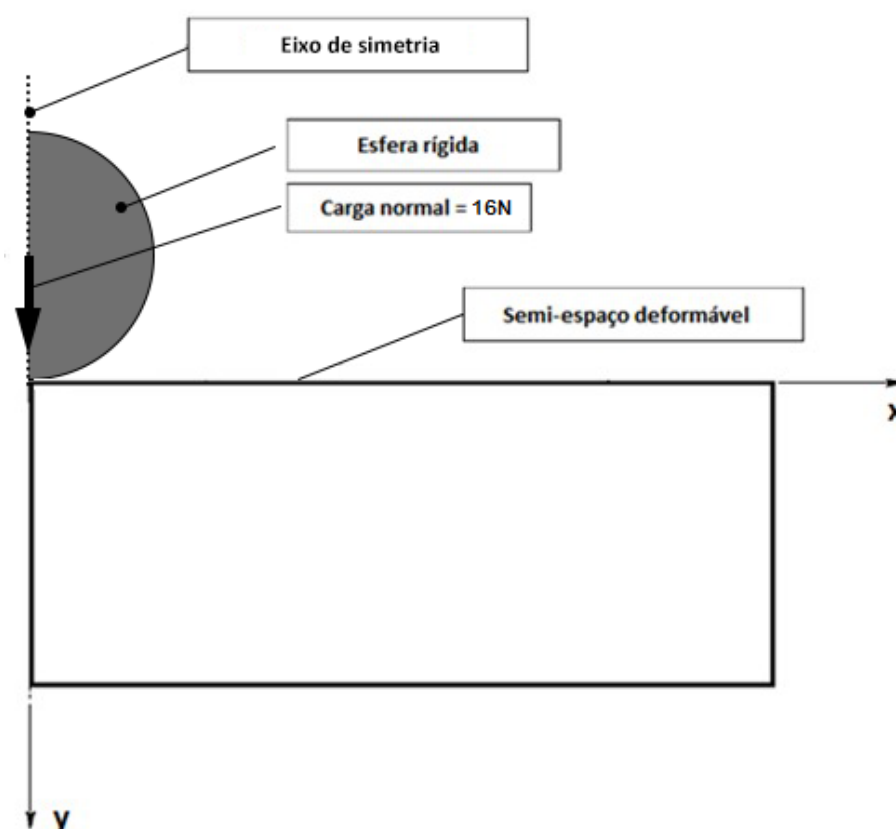


Figura 24 – Geometria axissimétrica utilizada nas análises: Esfera rígida sobre semi- espaço deformável. Fonte: GONÇALVES, 2016. Nota: Adaptada

Nas análises realizadas, o material considerado para o semi - espaço foi o aço com coeficiente de Poisson igual a 0,3 e módulo de elasticidade de 201 GPa. Foram avaliadas diferentes tensões de escoamento e graus de encruamento, listados na Tabela 2 e na Tabela 3, respectivamente.

Tabela 2 – Diferentes tensões de escoamento simuladas. Fonte: Autor.

Tensões de Escoamento
250 MPa
500 Mpa
750 MPa
1000 MPa
1250 MPa

Tabela 3 – Diferentes graus de encruamento simulados e suas respectivas tensões e deformações. Fonte: GONÇALVES, 2016. Nota: Adaptada.

Graus de Encruamento					
ENC 0		ENC 1		ENC 2	
Tensão de Escoamento Efetiva	Deformação Plástica	Tensão de Escoamento Efetiva	Deformação Plástica	Tensão de Escoamento Efetiva	Deformação Plástica
σ_e	0	σ_e	0	σ_e	0
$\sigma_e + 25$	0,05	$\sigma_e + 50$	0,05	$\sigma_e + 75$	0,05
$\sigma_e + 45$	0,1	$\sigma_e + 90$	0,1	$\sigma_e + 135$	0,1
$\sigma_e + 62,5$	0,15	$\sigma_e + 125$	0,15	$\sigma_e + 187,5$	0,15
$\sigma_e + 75$	0,2	$\sigma_e + 150$	0,2	$\sigma_e + 225$	0,2
$\sigma_e + 82,2$	0,25	$\sigma_e + 165$	0,25	$\sigma_e + 247,5$	0,25

O carregamento foi aplicado no semi - espaço através de uma esfera rígida com raio de 0,2 mm. A aplicação de carga em cada ciclo foi representada na Figura 25, onde é possível observar que cada ciclo é composto por dois steps. No primeiro, de compressão, a carga varia de 0 N a 16 N; já no segundo, de descarregamento, a variação é de 16 N a 0 N, tornando assim, 16 N a carga máxima aplicada.

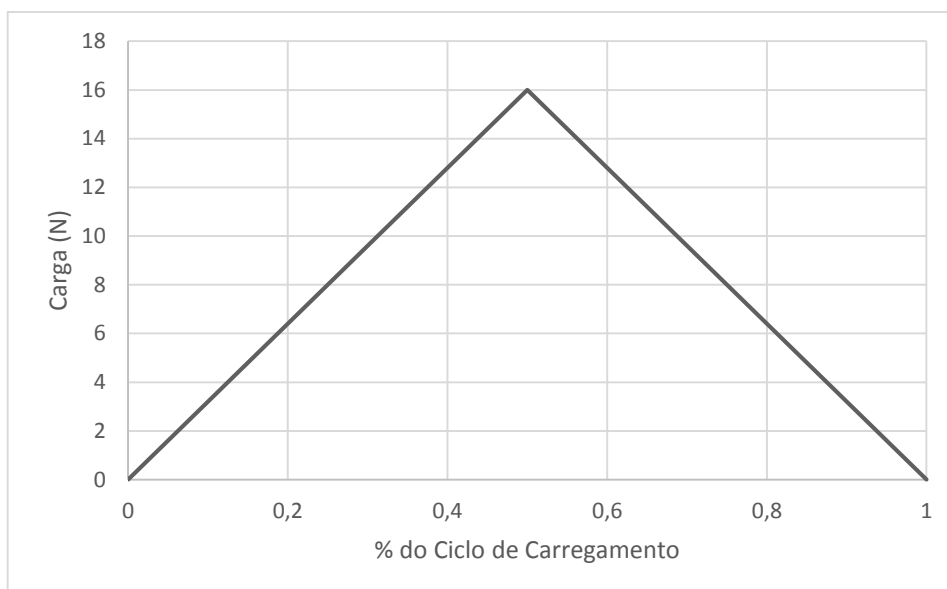


Figura 25 – Aplicação da carga no ciclo de carregamento. Fonte: Autor.

O modelo de encruamento utilizado em todas as simulações foi o cinemático não – linear (ECNL), pois, conforme explicado no capítulo anterior, esse é o modelo de menor complexibilidade que prevê a plasticidade incremental.

Para se analisar esse caso de encruamento no software, são necessários distintos parâmetros de entrada, γ e C , levantados experimentalmente. Porém, para esse trabalho não foram realizados experimentos a fim de se obter esses dados, portanto a alternativa utilizada foi gerar esses parâmetros automaticamente de forma aproximada através do software ABAQUS®. Isso é possível desde que sejam realizadas simulações com uma quantidade pequena de ciclos a partir de curvas de deformação plástica do material (ABAQUS..., 2012), conforme foi realizado neste trabalho.

A malha e as condições de contorno utilizadas foram as mesmas empregadas por Gonçalves (2016) em seu trabalho. A Figura 26 representa a malha do semi – espaço, além das suas dimensões, e a indicação do local em que a carga foi aplicada (RP). A mesma consiste de 22500 elementos quadráticos, estruturados, axissimétricos, com integração completa, que decrescem de tamanho conforme se aproximam do contato.

Já as condições de contorno são as mesmas em todas as análises e consistem em duas restrições de movimento: a primeira, para o ponto de referência RP e o eixo de

simetria (AC), permitindo a movimentação somente ao longo do eixo y; já a segunda, para a base (AB), que foi engastada.

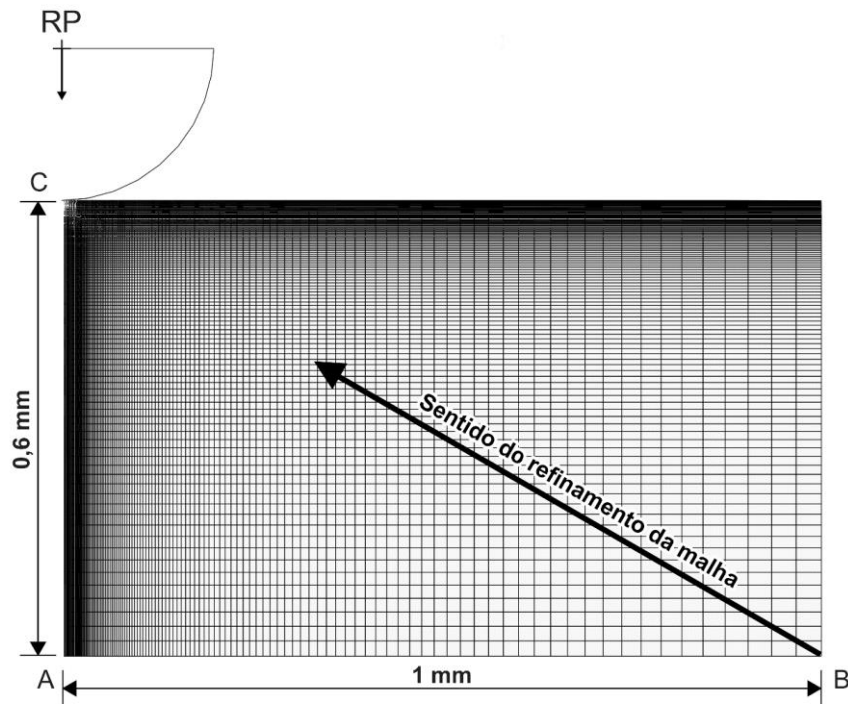


Figura 26 – Malha do semi - espaço deformável. Fonte: Gonçalves, 2016.

Para a simulação ser realizada, o software ainda pede uma definição do comportamento das superfícies de contato, modeladas pelo par de superfícies anteriormente mostrado (Figura 24). Isto é, o topo do semi – espaço foi definido como uma superfície e a esfera rígida como outra. A definição do comportamento pôde ser finalizada ao se definir o coeficiente de atrito atuando no contato. Escolheram-se três coeficientes distintos: $\mu = 0$, $\mu = 0,3$ e $\mu = 0,5$.

Após a definição de todos os dados necessários para realizar as simulações, foi definido as diferentes combinações de parâmetros para uma melhor análise do fenômeno. Em particular, foram examinadas três influências: a da tensão de escoamento, a do atrito e a do grau de encruamento, mostradas na Tabela 4, na Tabela 5 e na Tabela 6, respectivamente. Os resultados obtidos para essas análises, através do software ABAQUS®, serão mostrados e discutidos no próximo capítulo.

Tabela 4 – Simulações realizadas para a análise da influência da tensão de escoamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.

Análise	σ_e (MPa)	Nº Ciclos	μ	Grau de Encruamento	Modelo de Encruamento
Influência da Tensão de Escoamento	250	16	0,3	ENC 1	ECNL
	500				
	750				
	1000				
	1250				

Tabela 5 – Simulações realizadas para a análise da influência do coeficiente de atrito no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.

Análise	σ_e (MPa)	Nº Ciclos	μ	Grau de Encruamento	Modelo de Encruamento
Influência do Coeficiente de Atrito	750	16	0	ENC 1	ECNL
	750		0,3		
	750		0,5		

Tabela 6 – Simulações realizadas para a análise da influência do grau de encruamento no fenômeno shakedown. Fonte: Autor.

Análise	σ_e (MPa)	Nº Ciclos	μ	Grau de Encruamento	Modelo de Encruamento
Influência do Grau de Encruamento	750	16	0,3	ENC 0	ECNL
	750			ENC 1	
	750			ENC 2	

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Conforme citado na sessão anterior, as simulações foram realizadas no Software de elementos finitos ABAQUS®. Ao se analisar os resultados gerados em todas as simulações, notou-se a presença de tensões residuais em todas as análises, conforme a literatura sugere. Essas tensões surgiram ao longo do descarregamento do primeiro ciclo. O campo de tensões residuais no fim do primeiro descarregamento pode ser observado na Figura 27.

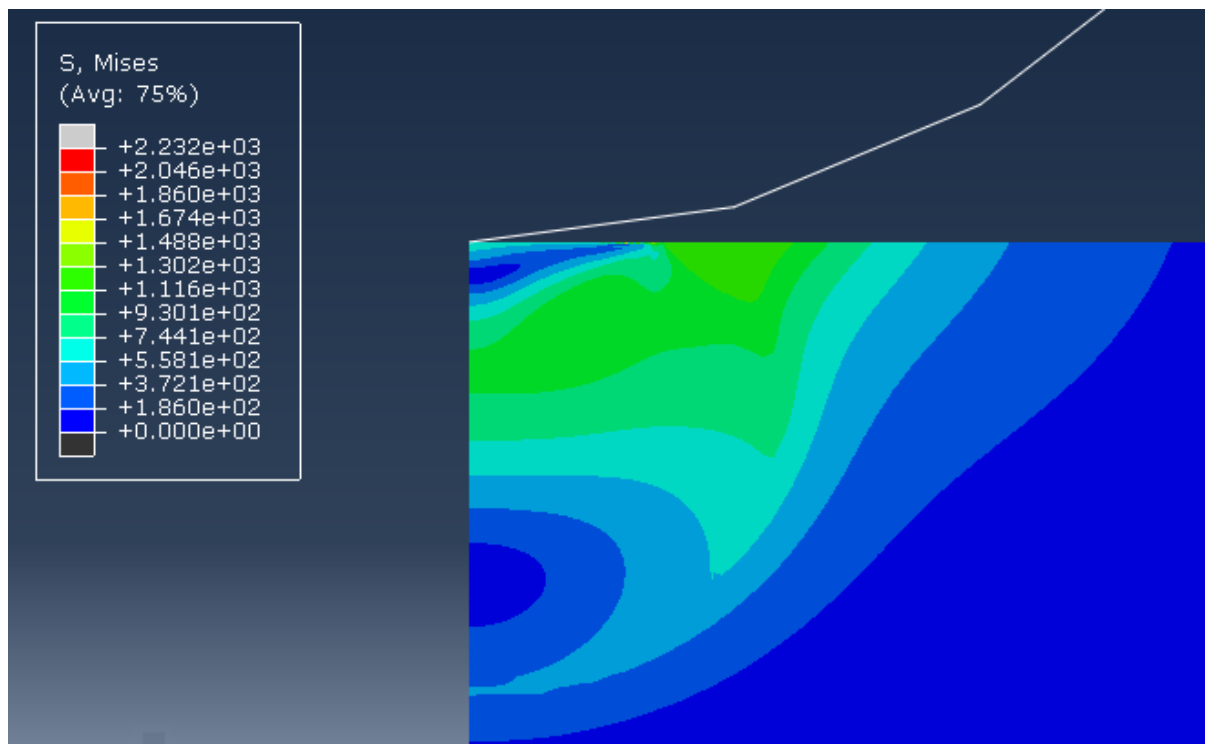


Figura 27 – Campo de tensões residuais para $\sigma_e = 1250\text{MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.

A verificação se ocorreu ou não shakedown se dá logo após a estabilização dessas tensões residuais, isto é, quando elas não se alteram de um ciclo para o outro, permitindo que o material atinja o estado estacionário. Para se gerar os resultados escolheu-se o elemento de malha da estrutura com a maior tensão de cisalhamento no fim do primeiro ciclo de carregamento. Essa decisão deu-se pressupondo que a tensão máxima cisalhante se encontra no primeiro ciclo, devido ao surgimento das tensões residuais no fim do primeiro descarregamento, que tornam as tensões cisalhantes máximas nos ciclos seguintes menores do que a do primeiro. Presumiu-

se, também, que se o elemento com a tensão de cisalhamento máxima atingir o estado de shakedown elástico, todos os outros elementos também o atingirão.

Para se observar o comportamento do material ao longo dos ciclos, foram gerados gráficos tensão equivalente de Von Mises x deformação equivalente para todas as situações analisadas, como o observado na Figura 28. Nota-se a presença de deformação plástica nos primeiros ciclos de carregamento e logo após alguns ciclos, o material atinge o estado estacionário do shakedown, passando a ter um comportamento elástico.

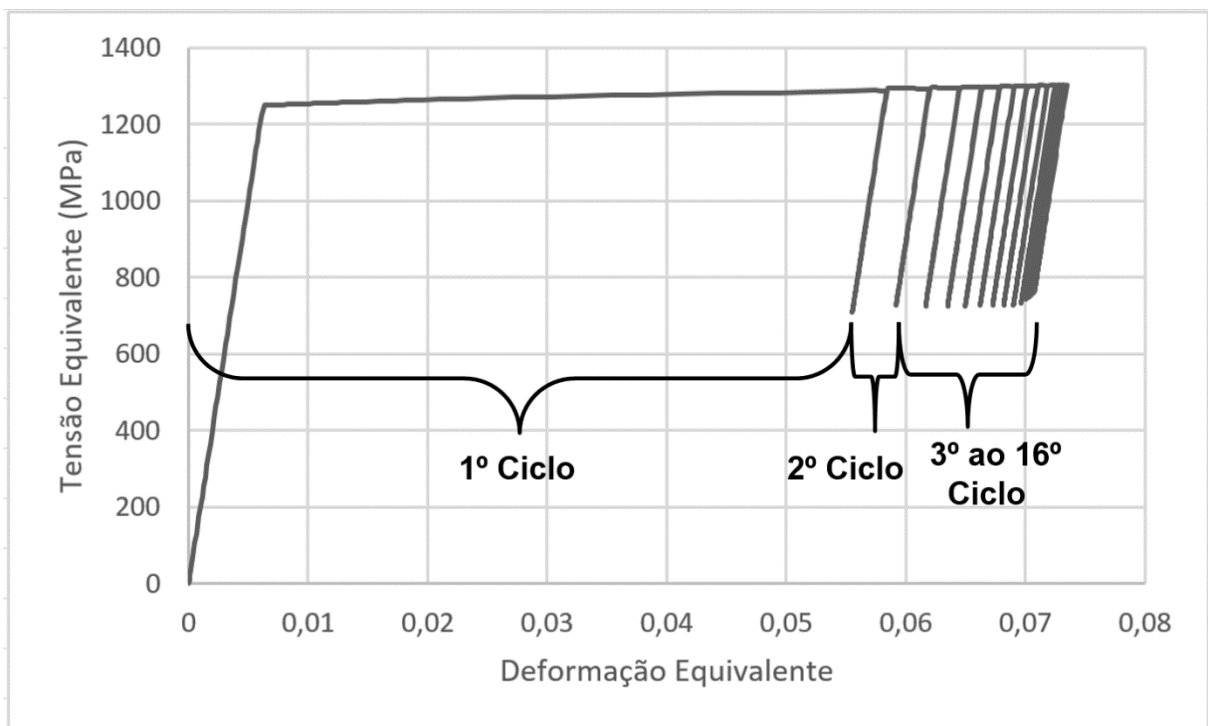


Figura 28 – Gráfico tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente dos 16 ciclos de carregamento para o caso de $\sigma_e = 1250 \text{ MPa}$, $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.

5.1 INFLUÊNCIA DA TENSÃO DE ESCOAMENTO

A análise de diferentes tensões de escoamento foi realizada conforme a Tabela 4. O coeficiente de atrito, grau de encruamento e modelo de encruamento foram $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL, respectivamente. Os resultados obtidos foram dispostos em gráficos tensão – deformação equivalentes, conforme a Figura 29, tornando possível observar que quanto maior a tensão de escoamento analisada, menor a deformação acumulada

no final de todos os ciclos. Também notou-se que com o aumento da tensão de escoamento, menos ciclos foram necessários para se atingir o shakedown. Esse comportamento é o mesmo obtido por Gonçalves (2016), além de ser o previsto na literatura (BOWER e JOHNSON, 1989; PONTER et al, 1985; WILLIAMS, 2005).

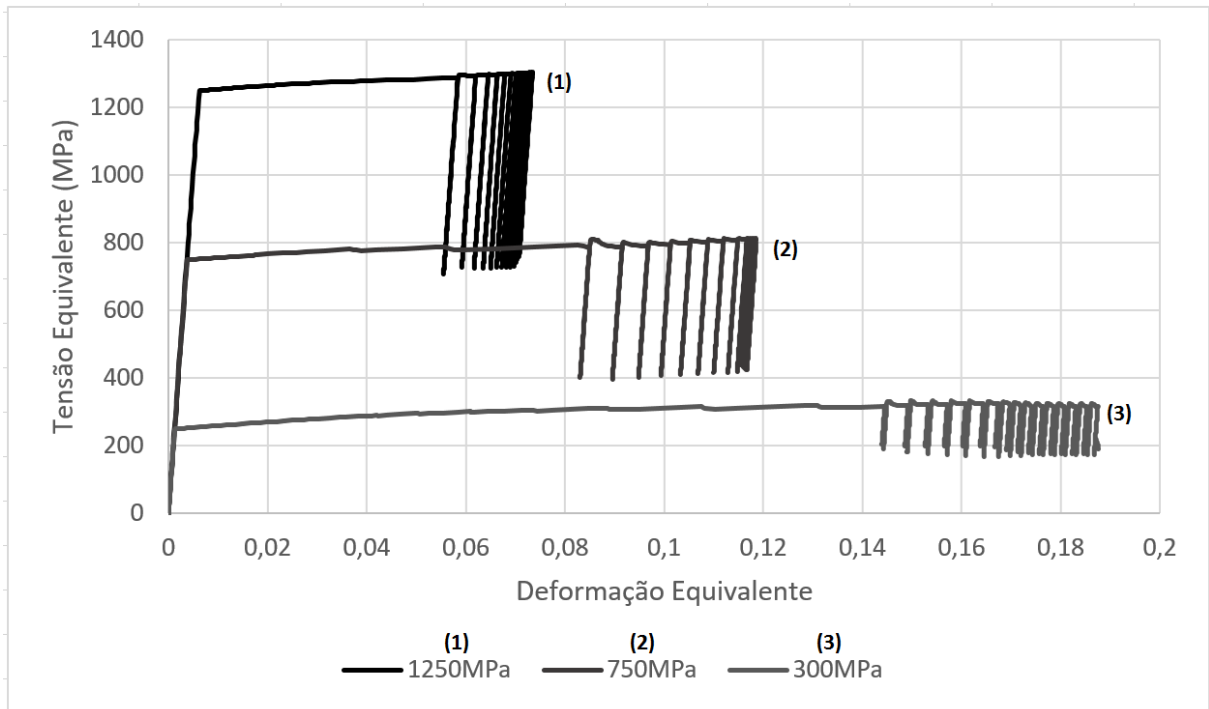


Figura 29 – Curvas tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente. Para as tensões de escoamento $\sigma_e = 1250\text{MPa}$, $\sigma_e = 750\text{MPa}$ e $\sigma_e = 500\text{MPa}$, sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.

Ampliando-se o gráfico mostrado na Figura 29, especialmente as curvas (2) e (3), observa-se melhor a influência da tensão de escoamento no fenômeno shakedown. Na ampliação da curva (2), Figura 30, nota-se que o material atinge o shakedown após alguns ciclos, já na Figura 31, uma ampliação da curva (3), ratchetting ocorre, reforçando que a estabilização no estado estacionário e o alcance ao shakedown elástico depende diretamente da tensão de escoamento do material.

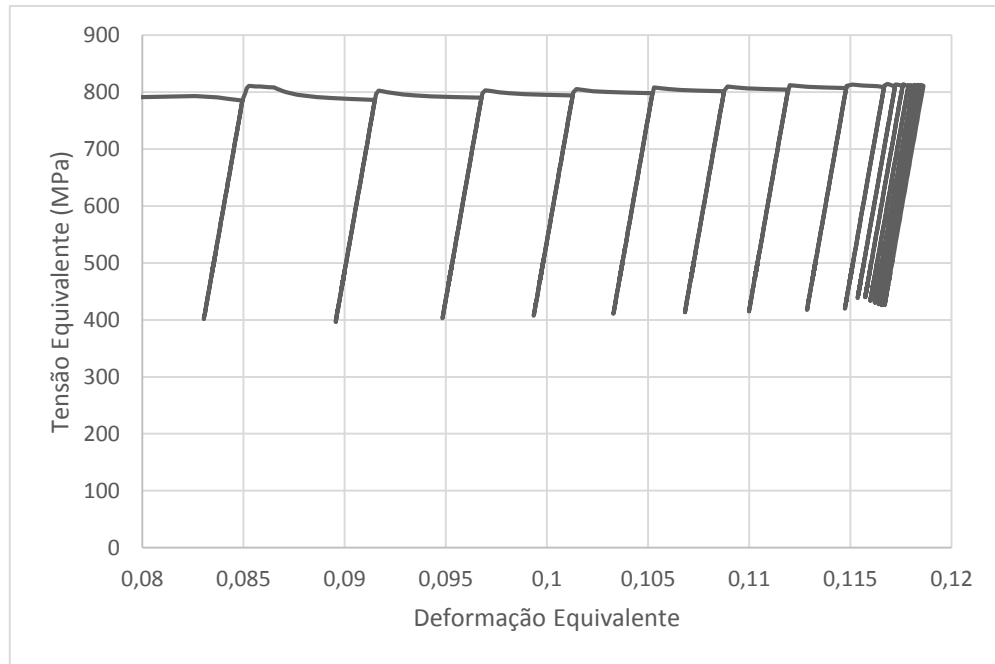


Figura 30 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750 MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.

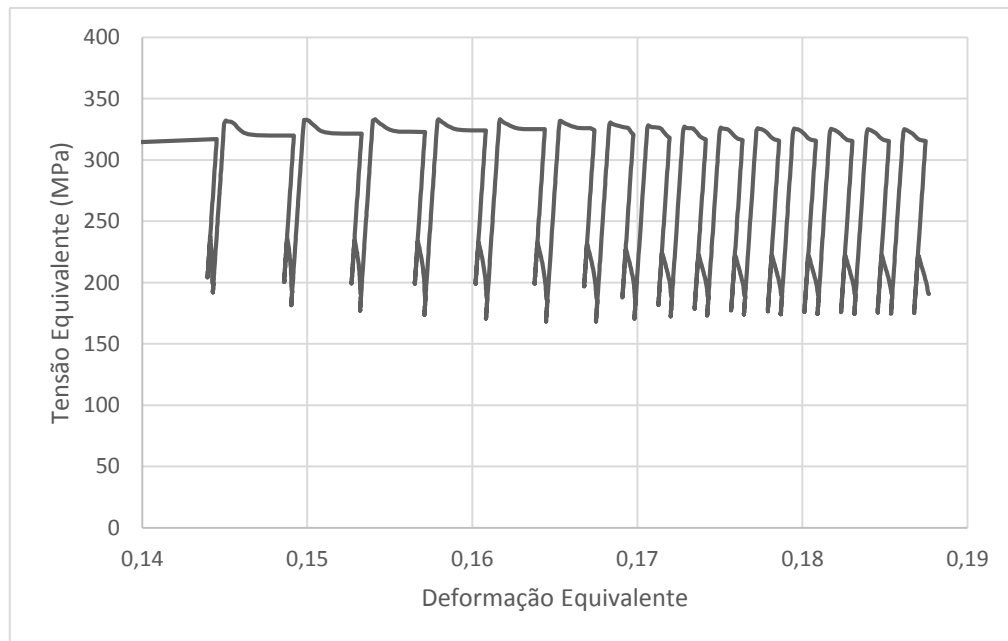


Figura 31 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 300 MPa$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 1 e ECNL. Fonte: Autor.

5.2 INFLUÊNCIA DO ATRITO

Da mesma forma que a sessão anterior, os resultados, obtidos das situações propostas na Tabela 5, foram dispostos em gráficos tensão – deformação equivalente, observados na Figura 32. A tensão de escoamento analisada foi $\sigma_e = 750MPa$, sob as condições ENC 1 e ECNL, para $\mu = 0$, $\mu = 0,3$ e $\mu = 0,5$.

De acordo com os resultados obtidos por Gonçalves (2016), espera-se que com o aumento do coeficiente de atrito haja um aumento de números de ciclos necessários para se atingir o shakedown, além de ocorrer um aumento da deformação equivalente acumulada. Esse comportamento é esperado devido ao fato do atrito ser um parâmetro que dificulta o estabelecimento do shakedown nos materiais.

Ao se analisar os gráficos obtidos abaixo, nota-se que de fato a deformação acumulada aumentou de $\mu = 0$ para $\mu = 0,3$, todavia, permaneceu quase inalterada de $\mu = 0,3$ para $\mu = 0,5$. Esse comportamento, apesar de ser divergente quando se comparado com os resultados obtidos por Gonçalves (2016), é o previsto na literatura quando se trata de indentações de uma esfera rígida em uma superfície.

Begley et al. (1999) afirma que com o aumento do coeficiente de atrito de 0 para 0,3, a localização da máxima deformação por tração transita do centro da impressão para a borda do contato. O autor também alega que os perfis de deformação são independentes do coeficiente de atrito para valores aproximadamente maiores que um terço. Nesses casos, o atrito entre a esfera e a superfície limita severamente a magnitude da deformação, pois o material é impedido de escoar para fora do centro da área de contato, dificultando a deformação plástica do material e justificando, assim, os resultados encontrados.

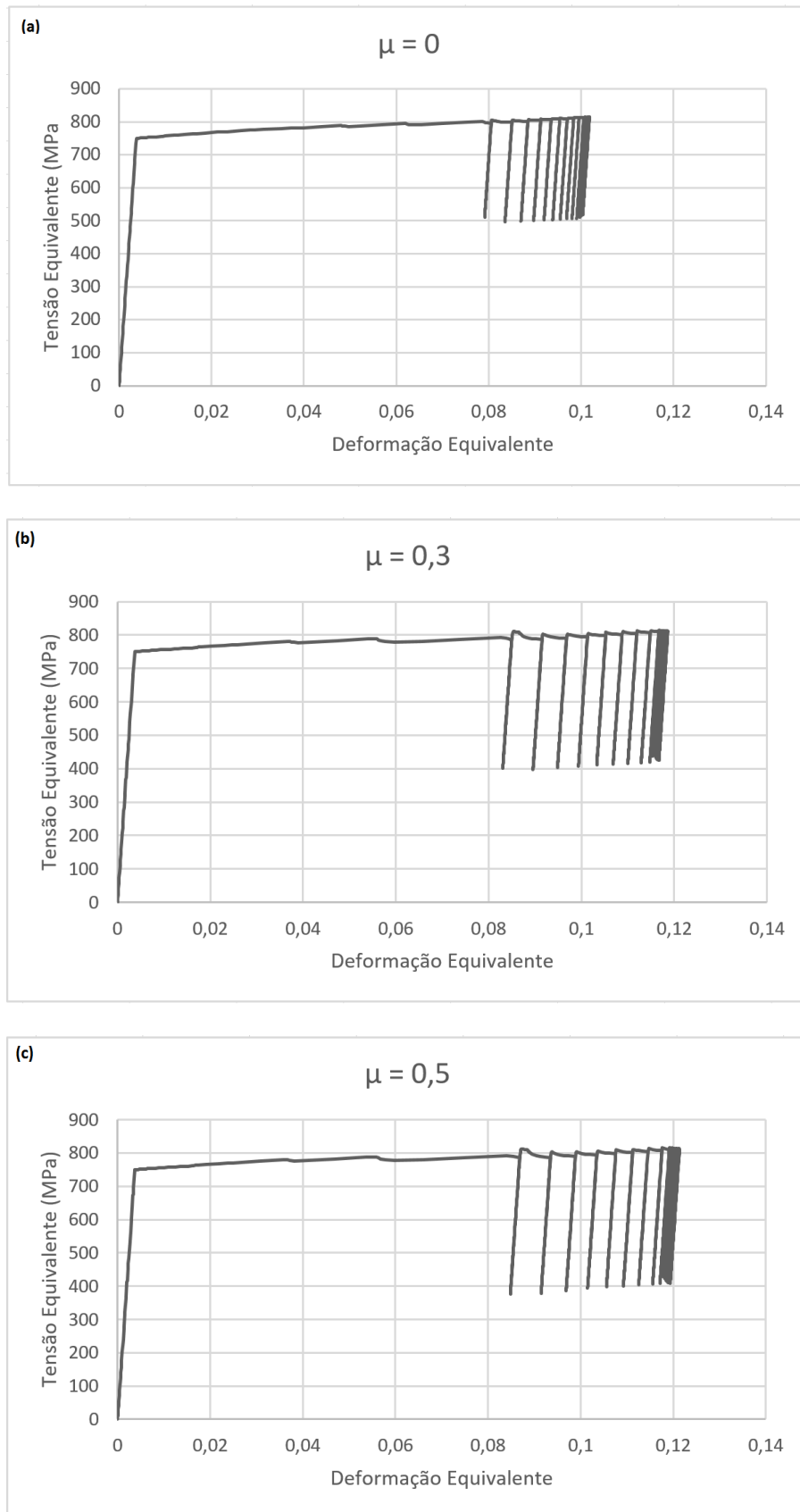


Figura 32 – Curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750\text{MPa}$ sob as condições ENC 1 e ECNL. (a) $\mu = 0$, (b) $\mu = 0,3$ e (c) $\mu = 0,5$. Fonte: Autor.

5.3 INFLUÊNCIA DO GRAU DE ENCRUAMENTO

A influência do grau de encruamento foi analisada conforme disposto na Tabela 3 e na Tabela 6. Os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 33. Todas as verificações foram para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750MPa$, sob as condições $\mu = 0,3$ e ECNL.

Ao observa-se os resultados obtidos para os ENC 0 e ENC 1, nota-se que o shakedown é alcançado em ambos os casos. Todavia, espera-se, de acordo com a literatura sobre encruamento (DIETER, 1961; HOSFORD, 2005), uma diminuição da deformação equivalente acumulada com o aumento do grau de encruamento no material. Porém, comparando os resultados, essa premissa não é observada, uma vez que ocorreu um crescimento da deformação equivalente, necessitando de uma melhor investigação para justificar esses resultados.

Avaliando os ENC 1 e ENC 2, constata-se uma diminuição da deformação acumulada do primeiro caso para o segundo, todavia não é possível observar o shakedown ser alcançado na última condição (Figura 34) divergindo da tendência encontrada em Gonçalves (2016). Essa propensão consiste em um número menor de ciclos necessários para se atingir o shakedown elástico com o aumento do grau de encruamento, dado que o encruamento contribui para o fenômeno.

Uma possível justificativa para esse comportamento seria o fato da análise realizada se limitar a 16 ciclos de carregamento e ao examinar-se o gráfico do ENC 2 observa-se uma predisposição ao alcance de um estado estacionário em que ocorra o shakedown com uma quantidade maior de ciclos de carregamento e, mesmo assim, obter uma deformação acumulada menor que o ENC 1, aumentando o limite shakedown e mostrando o ganho benéfico do encruamento.

A utilização do próprio ABAQUS® para gerar aproximadamente os parâmetros necessários para a lei de encruamento cinemático não – linear pode ter influenciado significativamente os resultados, o que poderia justificar a divergência encontrada com o estudo realizado por Gonçalves (2016). Em seu trabalho, Gonçalves (2016) utilizou um carregamento oito vezes menor, acarretando possivelmente erros menores.

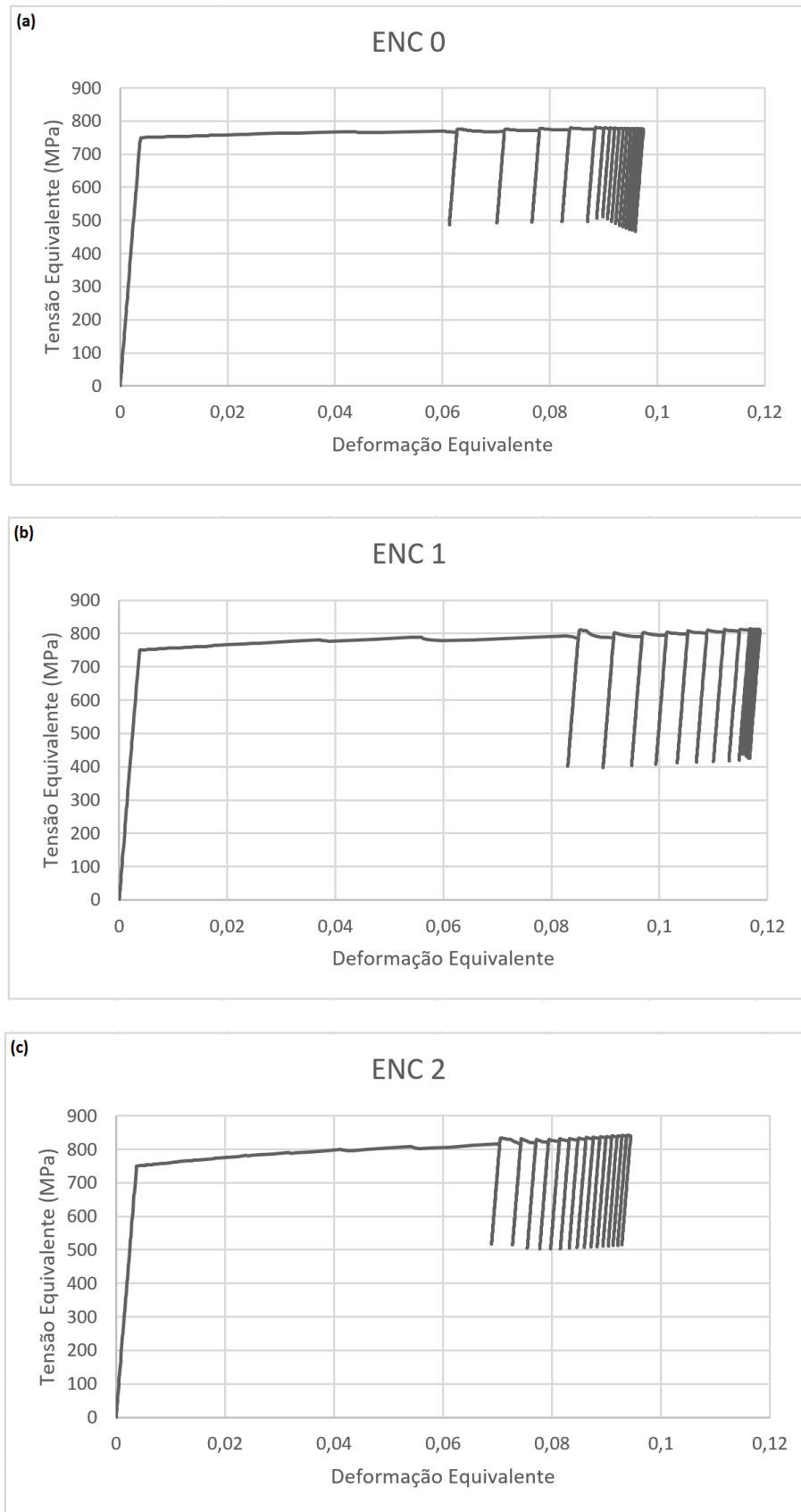


Figura 33 – Curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750 \text{ MPa}$ sob as condições $\mu = 0,3$ e ECNL. (a) ENC 0, (b) ENC 1 e (c) ENC 2. Fonte: Autor.

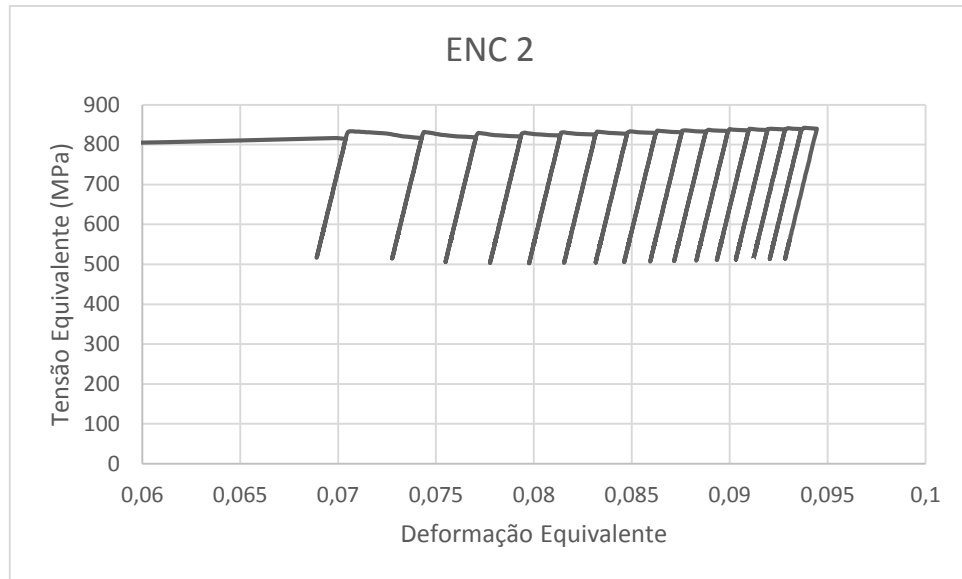


Figura 34 – Ampliação da curva tensão equivalente (MPa) x deformação equivalente para a tensão de escoamento $\sigma_e = 750 \text{ MPa}$ sob as condições $\mu = 0,3$, ENC 2 e ECNL. Fonte: Autor.

6 CONCLUSÕES

O comportamento de um contato esfera-plano sob carregamento cíclico foi analisado através de simulações realizadas no software de elementos finitos ABAQUS®. As principais conclusões foram:

Quanto maior a tensão de escoamento do material, menor foi a deformação acumulada e a quantidade de ciclos necessários para se atingir o shakedown. Reforçando a grande importância das tensões de escoamento nesse fenômeno.

Para coeficientes de atrito superiores a 0,3, este parâmetro passou a dificultar a deformação plástica de forma que a deformação acumulada pelo material ao longo dos ciclos tornou-se quase que invariável. Porém, para valores de 0 a 0,3, o atrito tendeu a prejudicar o fenômeno, causando maiores deformações ao longo dos ciclos de carregamento.

O caso do ENC 0 apresentou a menor deformação acumulada. Além disso, o número de ciclos necessários para se atingir o shakedown não foi maior quando comparado com os graus de encruamentos mais elevados. Este caso, portanto, precisaria de uma investigação mais aprofundada.

Apesar do ENC 2 não atingir shakedown, foi o que apresentou a menor deformação acumulada. Assim, é imaginável que com a elevação da quantidade de ciclos, o limite shakedown aumentaria e ainda assim acarretaria uma menor deformação acumulada quando comparada aos demais casos.

REFERÊNCIAS

ABAQUS analysis user's manual, **Dassault Systèmes**, USA, Vol. 3, 2012.

BLAU, P. Embedding wear models into friction models. **Tribology Letters**, v. 34, p. 75-79, 2009.

BEGLEY, M.R.; EVANS, A.G.; HUTCHINSON, J.W. Spherical impression of thin elastic films on elastic – plastic substrates. **International Journal of Solids and Structures**, 1999.

BOWER, A.F. Cyclic hardening properties of hard-drawn copper and rail steel. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Vol 37, No. 4, p. 455-470, 1989.

BOWER, A.F.; JOHNSON, K.L. The influence of strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 37, p. 471–493, 1989.

BHUSHAN, B. **Modern tribology handbook**. CRC Press, 2000.

CHABOCHE, J.L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. **International Journal of Plasticity**, Vol. 2, No. 2, p. 149-188, 1986.

DASSISTI, B.; BENYOUNIS, K.Y.; OLABI, A.G. Methods of measuring residual stresses in components. **Materials and Design**, 2011.

DIETER, G.E. **Mechanical Metallurgy**. McGraw-Hill Book Company, USA, 1961.

GONÇALVES, R.P. **Estudo numérico do efeito de propriedades mecânicas e do atrito no fenômeno de shakedown. Estudo de caso: contato esfera-plano submetido a carregamento cíclico**. Dissertação de Mestrado, UFES, Brasil, 2016.

HIBBELER, R.C. **Resistência dos Materiais**. Pearson Prentice Hall, São Paulo, BR, 2003

HOSFORD, W.F. **Mechanical Behavior of Materials**. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005.

HUTCHINGS, I. M. **Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials**. London: Butterworth-Heinemann, 1992.

JOHNSON, K.L. **Contact Mechanics**. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1985.

KAPOOR, A.; JOHNSON, K.L. Effect of changes in contact geometry on shakedown of surfaces in rolling/sliding contact. **International Journal of Mechanical Sciences**, Vol. 34, No. 3, p. 223-239, 1992.

KELLY, P. **Books of lecture notes on solid mechanics**. Department of Engineering Science, University of Auckland, NZ, acesso em 23 jul. 2017.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.L. **Mechanics of Solid Materials**. Cambridge University Press, 1994.

LUBLINER, J. **Plasticity Theory**. University of California at Berkeley, 2005.

PHAM, P.T. **Upper Bound Limit and Shakedown Analysis of Elastic-Plastic Bounded Linearly Kinematic Hardening Structures**. Tese de doutorado, RWTH Aachen, Alemanha, 2011.

PONTER, A.R.S.; HEARLE, A.D.; JOHNSON, K.L. Application of the kinematical shakedown theorem to rolling and sliding point contacts. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, **33**, p. 339–362, 1985.

WILLIAMS, J.A. The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown. **Tribology International**, 38, p. 786–797, 2005.

WILLIAMS, J.A. **Engineering Tribology**. Cambridge University Press, 2006

ZUM GAHR, K.H. **Microstructure and Wear of Materials**. New York: Elsevier, 1987.