

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO**

**ANDRÉ PALMIRO STORCH**

**INVESTIGAÇÃO DO ESCOAMENTO SUPERSÔNICO EM UM  
BOCAL DE LANÇA DE OXIGÊNIO DE CONVERTEDORES BOF E  
PROPOSTAS DE MELHORIA: ESTUDO DE CASO NA ACIARIA DA  
ARCELORMITTAL TUBARÃO**

**Vitória, Brasil**

**Julho de 2017**

**ANDRÉ PALMIRO STORCH**

**INVESTIGAÇÃO DO ESCOAMENTO SUPERSÔNICO EM UM  
BOCAL DE LANÇA DE OXIGÊNIO DE CONVERTEDORES BOF E  
PROPOSTAS DE MELHORIA: ESTUDO DE CASO NA ACIARIA DA  
ARCELORMITTAL TUBARÃO**

Projeto de Graduação apresentado  
ao Departamento de Engenharia Me-  
cânica da Universidade Federal do  
Espírito Santo, como requisito par-  
cial para obtenção do título de Enge-  
nheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Sartim

Coorientador: Prof. Dr. Bruno Venturini Loureiro

**Vitória, Brasil**

**Julho de 2017**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

**INVESTIGAÇÃO DO ESCOAMENTO SUPERSÔNICO EM UM  
BOCAL DE LANÇA DE OXIGÊNIO DE CONVERTEDORES BOF E  
PROPOSTAS DE MELHORIA: ESTUDO DE CASO NA ACIARIA DA  
ARCELORMITTAL TUBARÃO**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito  
parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Apresentado em 25 de Julho de 2017

Comissão Examinadora

---

**Prof. Dr. Rafael Sartim**

Universidade Federal do Espírito  
Santo  
Orientador

---

**Prof. Dr. Bruno Venturini**

**Loureiro**

Universidade Federal do Espírito  
Santo  
Examinador

---

**Prof. Dr. Rogério Ramos**

Universidade Federal do Espírito  
Santo  
Examinador

## RESUMO

O objetivo do presente trabalho é propor um novo bocal convergente-divergente para a lança de oxigênio usada nos convertedores BOF da ArcelorMittal Tubarão, a fim de obter uma maior altura de lança em relação à superfície do banho durante o sopro. Após a análise fluidodinâmica computacional do escoamento dos tipos de sopro através do bocal atual, duas abordagens para um novo projeto do bocal são propostas: (I) redução do comprimento da garganta de 40 mm para 1 mm, e (II) aumento do diâmetro e redução do número de bocais na lança. Os desempenhos dos bocais propostos são avaliados e comparados ao caso atual utilizando o pacote CFD comercial ANSYS FLUENT. Os resultados evidenciam que, com a mesma vazão de oxigênio, é possível obter um núcleo potencial com maior comprimento quando a expansão do escoamento no interior do bocal não apresenta ondas de choque fortes. Adicionalmente, o aumento da vazão em cada bocal acarreta no aumento do núcleo potencial, inferindo que uma lança com menor número de bocais é capaz de operar com maior altura em relação ao banho.

**Palavras-chave:** sopro de oxigênio, convertedor BOF, simulação numérica, bocal convergente-divergente.

## ABSTRACT

The present work aims to propose a new de Laval nozzle for the oxygen lance used in the BOF converters of the ArcelorMittal Tubarão plant, in order to obtain a higher lance during the blown. After analyzing the blowing pattern using CFD, two approaches for a new design are proposed: (I) decrease the throat length from 40 mm to 1 mm, and (II) increase of the diameter and decrease of the number of nozzles in the lance. The performances of the proposed nozzles are analyzed and compared to the current case using the commercial CFD package ANSYS FLUENT. The results show that, keeping the flow rate, it is possible to achieve a longer potential core when the flow inside the nozzle do not have strong shock waves. In addition, increasing the flow rate in each nozzle induces a longer potential core, inferring that a lance with fewer holes can operate in a higher distance from the bath surface.

**Keywords:** oxygen blown, BOF converter, numerical simulation, convergent-divergent nozzle.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Fluxo de produção simplificado do aço em usinas siderúrgicas integradas e em usinas semi-integradas. . . . .                                                              | 10 |
| Figura 2 – Estado físico do convertedor BOF durante o sopro. . . . .                                                                                                                 | 12 |
| Figura 3 – Componentes básicos de um convertedor BOF. . . . .                                                                                                                        | 12 |
| Figura 4 – Esquema básico de operação de um convertedor BOF. . . . .                                                                                                                 | 13 |
| Figura 5 – Desenho esquemático da ponta de uma lança de oxigênio de 6 furos, destacando o bocal supersônico. . . . .                                                                 | 15 |
| Figura 6 – Posição da lança de oxigênio durante: a) o sopro macio, b) o sopro normal e c) o sopro duro. . . . .                                                                      | 16 |
| Figura 7 – Variação da altura do banho devido ao desgaste do material refratário inferior do convertedor. . . . .                                                                    | 18 |
| Figura 8 – Classificação do escoamento supersônico e estruturas dos jatos de acordo com a diferença entre as pressões de saída do bocal ( $P_e$ ) e ambiente ( $P_b$ ). . . . .      | 21 |
| Figura 9 – Ao passar pela onda de expansão, um escoamento inicialmente a $M_1 = 1$ é acelerado até $M_2 > M_1$ , devido à divergência da área da seção transversal do bocal. . . . . | 22 |
| Figura 10 – Geometria de uma expansão de Prandtl-Meyer. . . . .                                                                                                                      | 23 |
| Figura 11 – Estrutura básica de um jato supersônico livre. . . . .                                                                                                                   | 24 |
| Figura 12 – Sistemas de coordenadas cilíndricas mostrando o plano de simetria. . . . .                                                                                               | 27 |
| Figura 13 – Abordagens para modelagem da turbulência. . . . .                                                                                                                        | 29 |
| Figura 14 – Variação da velocidade em um escoamento turbulento. . . . .                                                                                                              | 29 |
| Figura 15 – Domínio computacional utilizado, indicando as condições de contorno. . . . .                                                                                             | 33 |
| Figura 16 – Estado da malha após adaptação. O refino da malha ocorre somente nos locais de altos gradientes de pressão. . . . .                                                      | 33 |
| Figura 17 – Redução do comprimento da garganta de 40 mm para 1 mm. . . . .                                                                                                           | 35 |
| Figura 18 – Exemplo de lança de 4 furos. . . . .                                                                                                                                     | 35 |
| Figura 19 – Perfis de velocidade axial do jato a partir da saída do bocal do caso de validação, comparados com os resultados experimentais de Sumi et al. (2006) . . . . .           | 38 |
| Figura 20 – Contornos do Número de Mach para diferentes pressões de entrada do bocal ( $P_o$ ). . . . .                                                                              | 40 |
| Figura 21 – Valores da razão entre a pressão de saída e pressão ambiente ( $P/P_b$ ) através do comprimento do bocal, para os casos analíticos e simulados. . . . .                  | 41 |
| Figura 22 – Perfis de velocidade axial do jato a partir da saída do bocal para diferentes pressões de entrada do caso AMT. . . . .                                                   | 42 |

|                                                                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 23 – Descontinuidades de expansão e compressão no escoamento através do bocal. Apenas o escoamento supersônico ( $M > 1$ ) é representado. . . . . | 43 |
| Figura 24 – Perfis de velocidade axial para cada bocal do caso (b). . . . .                                                                               | 44 |
| Figura 25 – Contornos do Número de Mach maiores que 1 para os casos AMT e AMTN simulados. . . . .                                                         | 45 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Condições de contorno utilizadas no trabalho . . . . .                                             | 34 |
| Tabela 2 – Condições de contorno e parâmetros geométricos dos casos de<br>validação e caso base AMT . . . . . | 37 |
| Tabela 3 – Condições de contorno e parâmetros geométricos dos casos de<br>melhorias . . . . .                 | 37 |
| Tabela 4 – Comparação dos diferentes bocais CD projetados com o caso AMT.                                     | 44 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|     |                                                                         |
|-----|-------------------------------------------------------------------------|
| AMT | ArcelorMittal Tubarão                                                   |
| CFD | <i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica de Fluidos Computacional) |

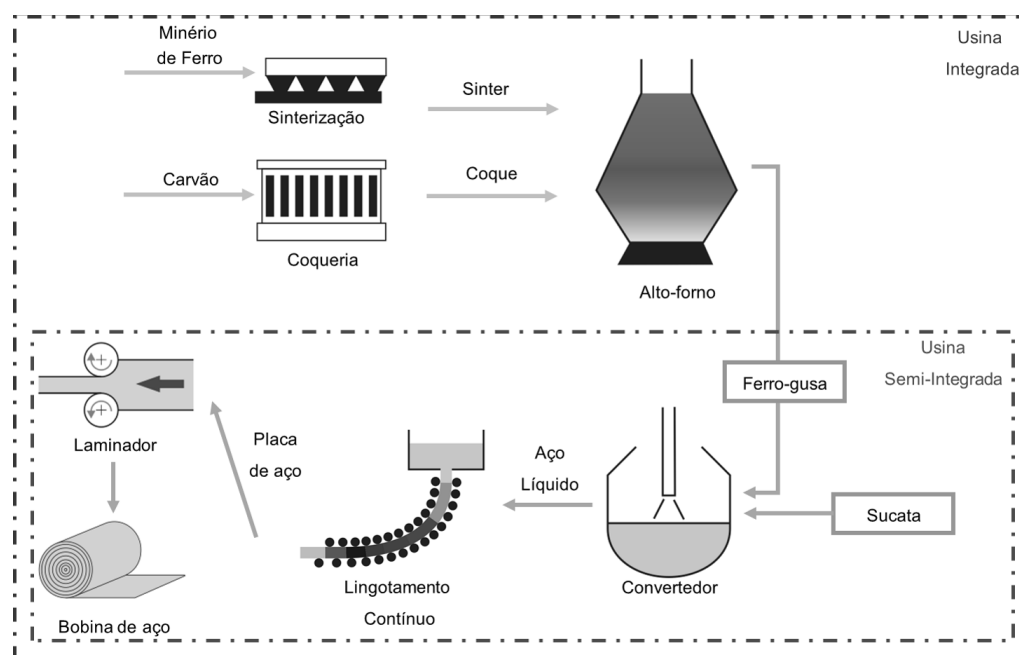
## SUMÁRIO

|              |                                                                            |           |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>     | <b>INTRODUÇÃO</b>                                                          | <b>10</b> |
| <b>1.1</b>   | <b>Fabricação do aço em um convertedor BOF</b>                             | <b>11</b> |
| <b>1.2</b>   | <b>Lança de oxigênio</b>                                                   | <b>14</b> |
| <b>1.3</b>   | <b>Padrão de sopro de oxigênio na fabricação do aço</b>                    | <b>16</b> |
| <b>1.4</b>   | <b>Motivação</b>                                                           | <b>17</b> |
| <b>1.5</b>   | <b>Objetivo Geral</b>                                                      | <b>18</b> |
| <b>1.6</b>   | <b>Objetivos Específicos</b>                                               | <b>19</b> |
| <b>2</b>     | <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>                                               | <b>20</b> |
| <b>2.1</b>   | <b>Bocal Convergente-Divergente</b>                                        | <b>20</b> |
| <b>2.2</b>   | <b>Ondas de expansão em um bocal supersônico</b>                           | <b>22</b> |
| <b>2.3</b>   | <b>Modelagem Numérica do Sopro de Oxigênio em um Convertedor BOF</b>       | <b>23</b> |
| <b>3</b>     | <b>METODOLOGIA</b>                                                         | <b>26</b> |
| <b>3.1</b>   | <b>modelagem matemática</b>                                                | <b>26</b> |
| <b>3.1.1</b> | <b>Equações Governantes</b>                                                | <b>26</b> |
| <b>3.1.2</b> | <b>Modelo de Turbulência</b>                                               | <b>28</b> |
| <b>3.1.3</b> | <b>Correção de Compressibilidade</b>                                       | <b>31</b> |
| <b>3.2</b>   | <b>Método Numérico</b>                                                     | <b>32</b> |
| <b>3.2.1</b> | <b>Domínios Computacionais</b>                                             | <b>32</b> |
| <b>3.3</b>   | <b>Condições de Contorno</b>                                               | <b>33</b> |
| <b>3.4</b>   | <b>Proposição de Melhorias</b>                                             | <b>34</b> |
| <b>3.4.1</b> | <b>Caso (a)</b>                                                            | <b>34</b> |
| <b>3.4.2</b> | <b>Caso (b)</b>                                                            | <b>35</b> |
| <b>4</b>     | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>                                              | <b>36</b> |
| <b>4.1</b>   | <b>Casos Simulados</b>                                                     | <b>36</b> |
| <b>4.2</b>   | <b>Caso de validação</b>                                                   | <b>38</b> |
| <b>4.3</b>   | <b>Análise do Escoamento do Caso Base AMT</b>                              | <b>39</b> |
| <b>4.4</b>   | <b>Comparação do desempenho do Casos (a) e (b) em relação ao Bocal AMT</b> | <b>44</b> |
| <b>5</b>     | <b>CONCLUSÕES</b>                                                          | <b>46</b> |
|              | <b>REFERÊNCIAS</b>                                                         | <b>47</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Siderurgia é o ramo da metalurgia dedicada à fabricação de aços e ferros fundidos (MACHADO; V.P.F; ARRIVABENE, 2003). Segundo o Instituto Aço Brasil<sup>1</sup>, há basicamente duas rotas tecnológicas para a fabricação do aço ao redor do mundo, sendo elas **integrada** e **semi-integrada**. Caso uma usina siderúrgica opere os processos de redução, refino e laminação do aço, esta é classificada como uma usina siderúrgica integrada. Caso opere somente o refino e a laminação, uma usina é classificada como semi-integrada. A Figura 1 ilustra o fluxo simplificado de produção para os dois tipos de usinas.

Figura 1 – Fluxo de produção simplificado do aço em usinas siderúrgicas integradas e em usinas semi-integradas.



Fonte: Adaptado de INSTITUTO AÇO BRASIL (2015).

As principais matérias-primas de uma usina integrada são o minério de ferro e o carvão mineral ou vegetal. A produção do aço nessas usinas se inicia na sinterização e na coqueria, onde são processados o minério de ferro e o carvão, respectivamente. O minério de ferro é aglomerado em um produto chamado de sinter, enquanto que o carvão é transformado em coque. De uma maneira mais geral, o processo de redução utiliza o sinter e o coque para transformar o minério de ferro em um metal líquido chamado de ferro-gusa, uma liga de ferro e carbono com alto teor de carbono. Em

<sup>1</sup> Disponível em: <<http://www.acobrasil.org.br/site2015/processo.html>>

uma rota semi-integrada, a matéria-prima é o próprio ferro-gusa (MACHADO; V.P.F; ARRIVABENE, 2003).

Para o propósito deste trabalho, a fabricação do aço pode ser grosseiramente definida como o refino ou remoção de elementos indesejados do ferro líquido produzido no alto forno ou processo similar (FRUEHAN, 1998). Atualmente, a maior parte do ferro produzido no mundo é refinado através de um processo de fabricação do aço a oxigênio, sendo a conversão em forno básico a oxigênio (BOF) o processo dominante (FRUEHAN, 1998). Tanto na usina integrada quanto na semi-integrada, denomina-se aciaria o local onde o aço é fabricado.

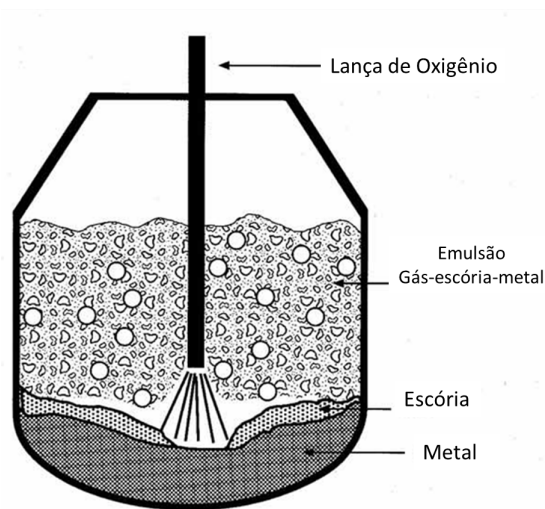
Após o término do refino do ferro na aciaria, o aço líquido é lingotado continuamente, transformando-se em placas sólidas, e em seguida é laminado e enrolado em bobinas que serão devidamente transformadas em produtos como automóveis, eletrodomésticos, estruturas metálicas de galpões e edifícios, entre muitos outros.

## 1.1 FABRICAÇÃO DO AÇO EM UM CONVERTEDOR BOF

Considerando a aciaria como uma divisão de uma usina siderúrgica, pode-se considerar que a matéria-prima dessa área é o ferro-gusa e/ou a sucata. Caso a matéria prima seja somente sucata, utiliza-se o forno elétrico à arco para fundir o metal e convertê-lo em aço líquido. Caso o ferro-gusa também seja utilizado como matéria-prima, o forno básico a oxigênio, ou simplesmente convertedor BOF, é o mais utilizado. Nele pode-se adicionar sucata como parte da carga metálica a ser transformada em aço líquido, sendo essa sucata fundida pela temperatura elevada do ferro líquido (MACHADO; V.P.F; ARRIVABENE, 2003).

O processo básico a oxigênio consiste essencialmente em soprar oxigênio de alta pureza na superfície do banho de ferro líquido através de uma lança vertical refrigerada (Figura 2) (FRUEHAN, 1998).

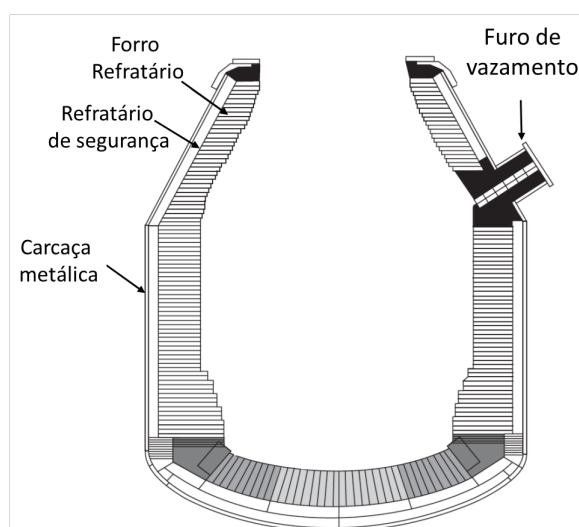
Figura 2 – Estado físico do convertedor BOF durante o sopro.



Adaptado de Fruehan (1998).

Em um convertedor de aciaria, o aço é fabricado em eventos discretos chamados de corridas. O convertedor possui o formato de um barril, aberto na parte superior e revestido internamente por material refratário. A Figura 3 mostra os componentes básicos de um convertedor BOF. Como a temperatura de fusão do material estrutural do convertedor que entra em contato com o metal líquido deve ser menor que o ponto de fusão do ferro, utiliza-se um forro refratário, indicado na Figura 3, capaz de suportar altas temperaturas durante a vida útil do convertedor. O refratário de segurança protege a carcaça metálica do metal líquido caso haja desgaste elevado no forro refratário.

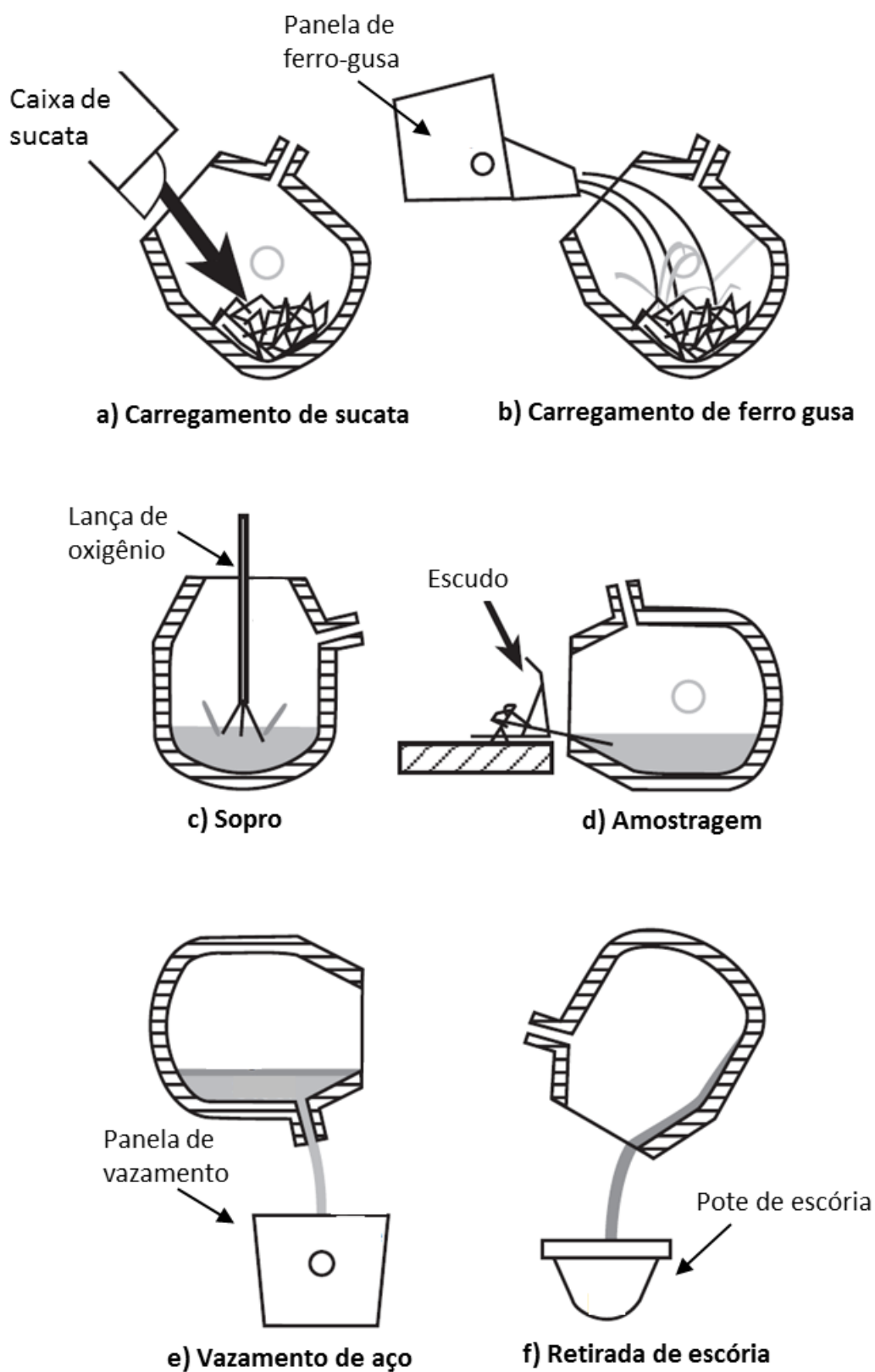
Figura 3 – Componentes básicos de um convertedor BOF.



Adaptado de Fruehan (1998).

A Figura 4 ilustra o processo de uma corrida típica.

Figura 4 – Esquema básico de operação de um convertedor BOF.



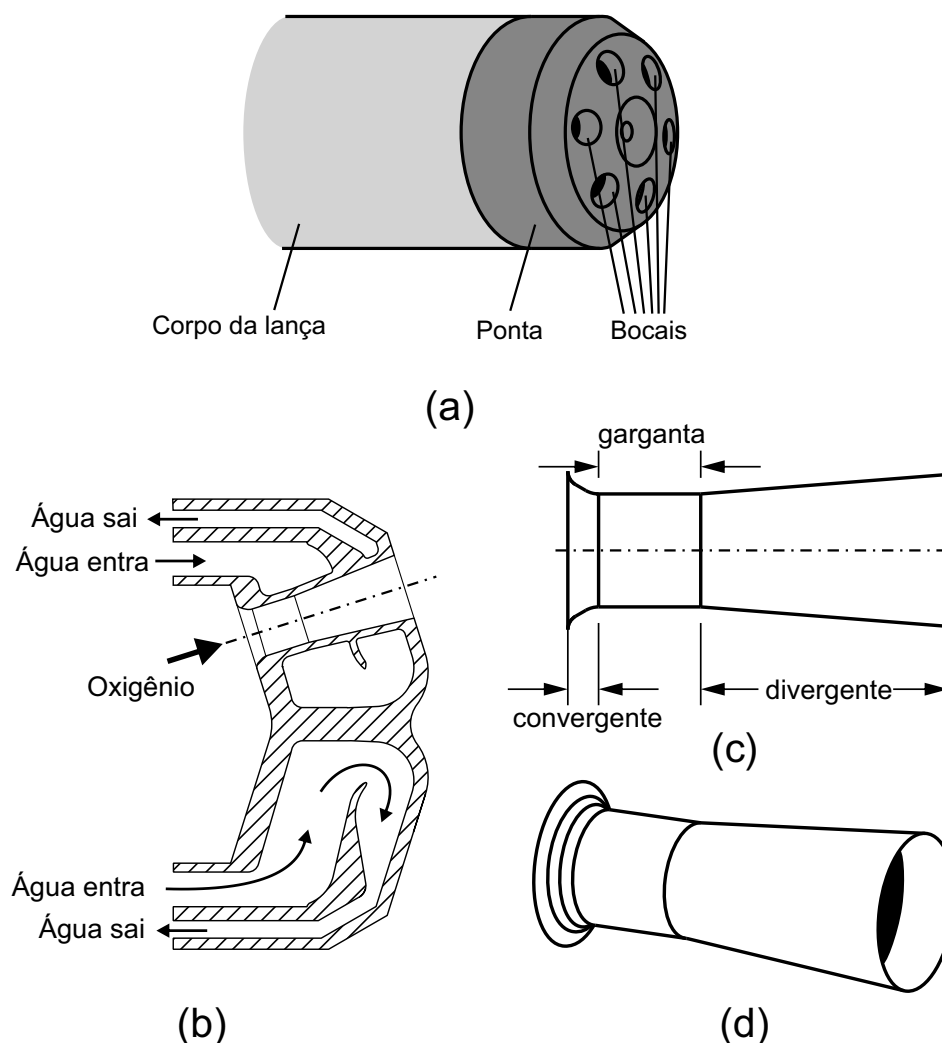
Adaptado de Fruehan (1998).

Primeiramente, o convertedor é inclinado para que sucata em temperatura ambiente seja carregada no convertedor (Figura 4 (a)). Em seguida, é feito o carregamento de ferro gusa proveniente do alto forno (Figura 4 (b)). O convertedor é posicionado na direção vertical, e uma lança refrigerada a água desce sobre o carregamento a uma altura da superfície do banho, soprando oxigênio a velocidades supersônicas (Figura 4 (c)) (Fruehan (1998)). Durante a fabricação do aço, o oxigênio tem um papel fundamental na oxidação e separação de impurezas do ferro líquido, bem como no controle da qualidade do aço conforme as especificações do produto. Um convertedor de aciaria utiliza as reações que ocorrem entre o oxigênio e as impurezas do ferro gusa para formar escória, aumentando a temperatura do aço líquido através do calor de oxidação das impurezas (CHU et al., 2016). Através dessas reações, a temperatura do banho aumenta o suficiente para que toda a sucata seja fundida. Após um determinado período, definido de acordo com a composição do aço a ser fabricado, o sopro é finalizado e é feita a amostragem do aço (Figura 4 (d)). Se a amostra estiver em conformidade com a composição desejada, o aço líquido é então basculado para a panela de aço (Figura 4 (e)), e a escória é basculada para o pote de escória (Figura 4 (f)) (Fruehan (1998)).

## 1.2 LANÇA DE OXIGÊNIO

Em um convertedor BOF, o sopro de oxigênio sobre o banho de metal líquido é feito através de uma lança refrigerada à água. O oxigênio proveniente de um reservatório a alta pressão é transportado para a ponta da lança, que contém bocais convergente-divergentes, responsáveis pela transmissão de energia cinética ao banho (FRUEHAN, 1998). A Figura 5 mostra em detalhes a ponta da lança. No caso da ArcelorMittal Tubarão, a lança de oxigênio contém 6 bocais, distribuídos igualmente ao redor do eixo central da lança.

Figura 5 – Desenho esquemático da ponta de uma lança de oxigênio de 6 furos, destacando o bocal supersônico.



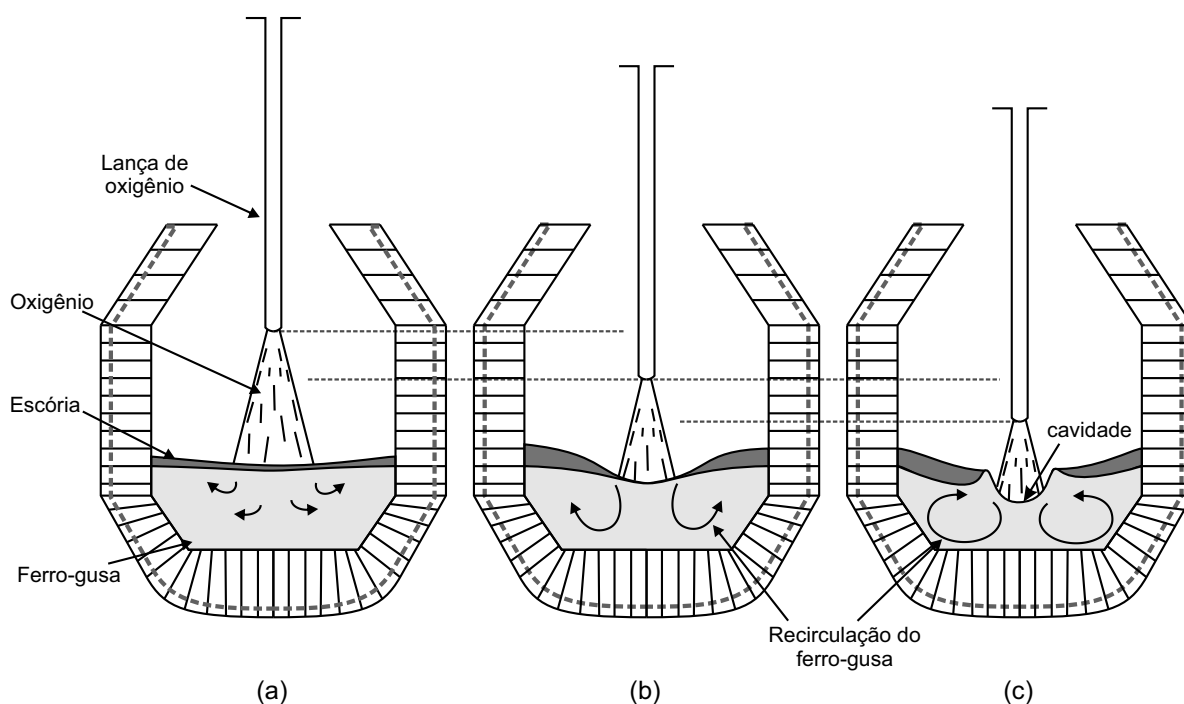
Fonte: Adaptado de Fruehan (1998).

A Figura 5 (a) mostra a ponta da lança de 6 furos. Esta é a parte mais vulnerável da lança, exposta a temperaturas maiores que 2000 °C durante o sopro. A fim de se obter a máxima transferência de calor entre a ponta da lança e a água de refrigeração, a mesma deve ser fabricada em cobre eletrolítico de alta pureza (FRUEHAN, 1998). A Figura 5 (b) mostra uma seção longitudinal da ponta da lança. Apenas 1 bocal é destacado, a fim de mostrar o caminho da água de resfriamento da lança. O bocal por onde o oxigênio passa na Figura 5 (b) é destacado da Figura 5 (c), e uma vista tridimensional do bocal é mostrada na Figura 5 (d). Este tipo de bocal é do tipo cônico, ou seja, sua seção divergente varia positiva e constantemente a partir da garganta até a saída (FRUEHAN, 1998).

### 1.3 PADRÃO DE SOPRO DE OXIGÊNIO NA FABRICAÇÃO DO AÇO

A fabricação do aço em um convertedor BOF utiliza vários padrões de sopro de oxigênio, dependendo do tipo e qualidade do aço a ser fabricado. Entretanto, esses padrões seguem uma classificação básica: sopro macio, sopro normal e sopro duro, que se caracterizam pela altura da lança de oxigênio em relação ao banho e pela pressão utilizada (CHAVES, 2006). A Figura 6 ilustra um padrão típico de sopro de oxigênio em um convertedor BOF durante uma corrida.

Figura 6 – Posição da lança de oxigênio durante: a) o sopro macio, b) o sopro normal e c) o sopro duro.



O sopro macio é caracterizado pela posição mais alta da lança, e a vazão mais baixa de oxigênio (Figura 6 (a)). Este sopro dá início a oxidação de impurezas presentes no ferro-gusa, como o silício, o manganês, o fósforo, o enxofre, o oxigênio e o nitrogênio, aglomerando esses óxidos em uma fase mais leve que o metal chamada de escória. Durante o sopro macio, há formação de uma espuma estável composta por gás, escória e ferro-gusa, a fim de que esta possa proteger a ponta da lança durante o sopro contra projeções de metal líquido. Caso contrário, o metal líquido entra em contato com a ponta da lança, e esta pode fundir e causar furos em sua parede, ocasionando um vazamento da água de resfriamento que pode causar uma grave explosão de vapor. O segundo momento do sopro, também chamado de sopro normal, é caracterizado pela lança em uma altura intermediária, como mostrado na Figura 6 (b), e uma vazão de oxigênio mais alta. O propósito desse segundo momento é o de controlar a formação da escória, e evitar que durante o sopro duro ocorra projeções de metal líquido para fora do convertedor. O sopro duro é o sopro principal, onde a maior parte das reações ocorrem,

sendo também o principal responsável pela descarburagem do ferro, transformando o ferro-gusa finalmente em aço, com força suficiente para formar a cavidade mostrada na Figura 6 (c). Neste momento, a lança se posiciona na menor altura de todo o processo de sopro, operando com a vazão máxima de oxigênio. (FRUEHAN, 1998)

O contato do sopro de oxigênio com o banho transfere energia cinética para o mesmo. Isso provoca um movimento de recirculação no interior do banho, conforme pode ser observado na Figura 6. Essa recirculação é gerada desde o início do sopro (sopro macio) e vai aumentando sua velocidade conforme a vazão de oxigênio aumenta e a altura da lança diminui, até chegar ao máximo impacto no período de sopro duro. A recirculação promove uma mistura do banho, possibilitando que o ferro-gusa na extremidade próximo a parede do convertedor possa se mover até a região central, onde se localiza a cavidade, e entre em contato com a interface oxigênio/metal líquido para ser descarburado.

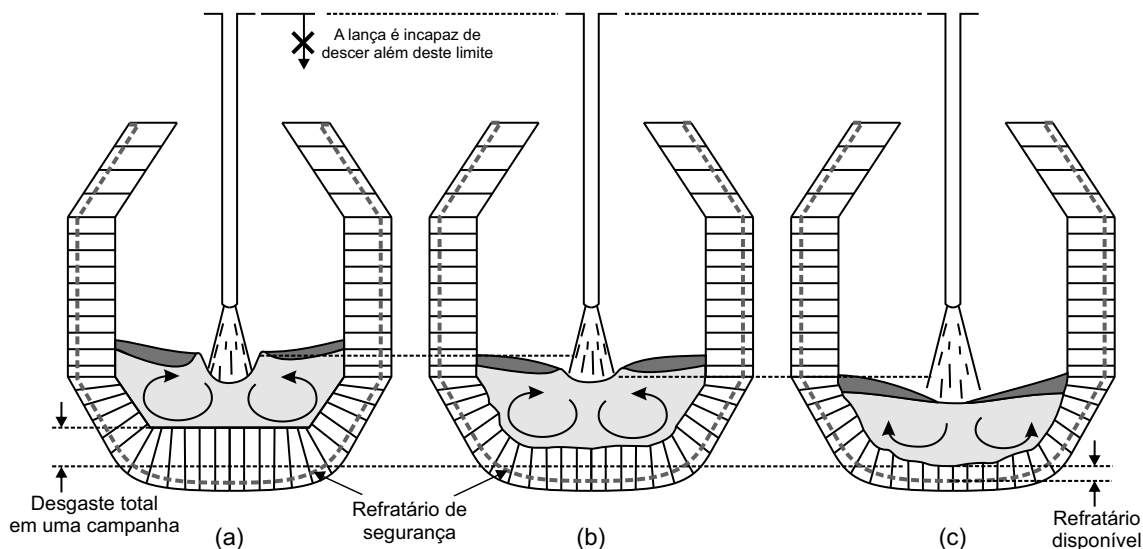
#### 1.4 MOTIVAÇÃO

Ao longo de uma campanha<sup>2</sup>, a recirculação do ferro líquido causa o desgaste do material refratário no fundo do convertedor. Devido a esse fenômeno, a superfície do banho se afasta da lança a cada corrida no sopro duro, como ilustra a sequência da Figura 7. Entre uma corrida e outra, medições a laser são realizadas para obter a distância corrigida entre a ponta da lança e o fundo do convertedor. Dessa forma, a cada corrida é possível ajustar a altura da lança, garantindo que a mesma esteja de acordo com os padrões operacionais de sopro.

---

<sup>2</sup> Uma campanha é definida pelo número de corridas que o convertedor pode realizar antes de ser necessária a troca do revestimento de refratários, o que ocorre normalmente em uma parada programada.

Figura 7 – Variação da altura do banho devido ao desgaste do material refratário inferior do convertedor.



No caso da ArcelorMittal Tubarão (AMT), há uma limitação no mecanismo de elevação da estrutura da lança de oxigênio. Dessa forma, a lança possui um limite máximo de profundidade, ou seja, há um valor mínimo alcançável da altura entre o banho e a ponta da lança. A Figura 7 (a) representa o momento em que a lança atinge sua altura mínima durante uma campanha. Após algumas corridas, o desgaste no fundo do convertedor avança, fazendo com que a superfície do banho se afaste em relação à ponta da lança, como ilustrado na Figura 7 (b). Desse modo, a força de impacto do sopro diminui, e a cavidade formada nesse momento é menor em relação à cavidade da Figura 7 (a). A Figura 7 (c) representa a última corrida de uma campanha. Como a lança não consegue acompanhar a variação de altura do banho, há uma deficiência na penetração do oxigênio no banho. Assim, a eficiência de penetração do sopro duro é prejudicada. Tal fato provoca a necessidade de uma parada programada de manutenção para a troca dos refratários.

Para prolongar o período da campanha dos convertedores e, consequentemente, aumentar a produtividade do processo, torna-se necessário minimizar o problema relacionado a eficiência de penetração do sopro de oxigênio. Dentre as possíveis alternativas, destaca-se a possibilidade de alterar as características do sopro. Para isso, é necessário compreender o comportamento do jato de oxigênio e a geometria dos bocais de sopro na ponta da lança.

## 1.5 OBJETIVO GERAL

Com base nesse contexto, o objetivo do presente trabalho é o de investigar o escoamento do oxigênio através do bocal convergente divergente utilizado na lança, utilizando técnicas analíticas e de fluidodinâmica computacional (CFD), a fim de propor

melhorias na geometria do bocal que proporcionem um maior alcance do jato com a mesma vazão de oxigênio utilizada atualmente.

## 1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Com base no objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- Modelar numericamente o escoamento supersônico bidimensional através dos bocais por meio da ferramenta CFD e validar os resultados com dados experimentais;
- Analisar o escoamento de oxigênio através de um único bocal da lança de oxigênio da ArcelorMittal Tubarão, por meio de simulação numérica CFD, para os sopros macio, normal e duro;
- Identificar os pontos críticos da análise do sopro duro que serão chaves para a proposição de melhorias;
- Propor melhorias no projeto do bocal e comparar o desempenho das novas geometrias com o bocal atual, por meio de simulação numérica, quanto ao comprimento do jato de oxigênio durante o sopro duro.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos e trabalhos correlatos necessários para este trabalho. Na Seção 2.1, as relações de escoamento supersônico quasi-unidimensional são expostas para um gás perfeito. Em seguida, é apresentado o conceito do processo de expansão de um gás em velocidade supersônica na Seção 2.2. Na Seção 2.3 são descritos os trabalhos correlatos realizados por outros autores, destacando seus principais resultados.

### 2.1 BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE

A fim de se expandir um escoamento através de um duto de velocidades subsônicas à supersônicas, este duto deve ter um formato convergente-divergente (C-D). Em um escoamento isentrópico totalmente expandido, no trecho convergente, a velocidade aumenta até atingir a condição de bloqueio do escoamento, e este se torna sônico na garganta do bocal (número de Mach  $M = 1$ ). No restante divergente o escoamento é supersônico, devido à uma expansão gradativa e, como resultado, a velocidade do escoamento aumenta ainda mais até um valor máximo na saída do bocal (ANDERSON, 1990). As relações de escoamento supersônico isentrópico possibilitam o projeto de um bocal C-D para aplicações específicas, como é o caso do bocal da lança de oxigênio de um convertedor de aciaria. Essas relações são dadas pelas Equações (2.1) a (2.4), considerando o fluido utilizado em estado de gás perfeito (ANDERSON, 1990):

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \left(\frac{1}{M^2}\right) \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)\right]^{(\gamma+1)/(\gamma-1)} \quad (2.1)$$

$$\frac{P}{P_0} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]^{(-\gamma)/(\gamma-1)} \quad (2.2)$$

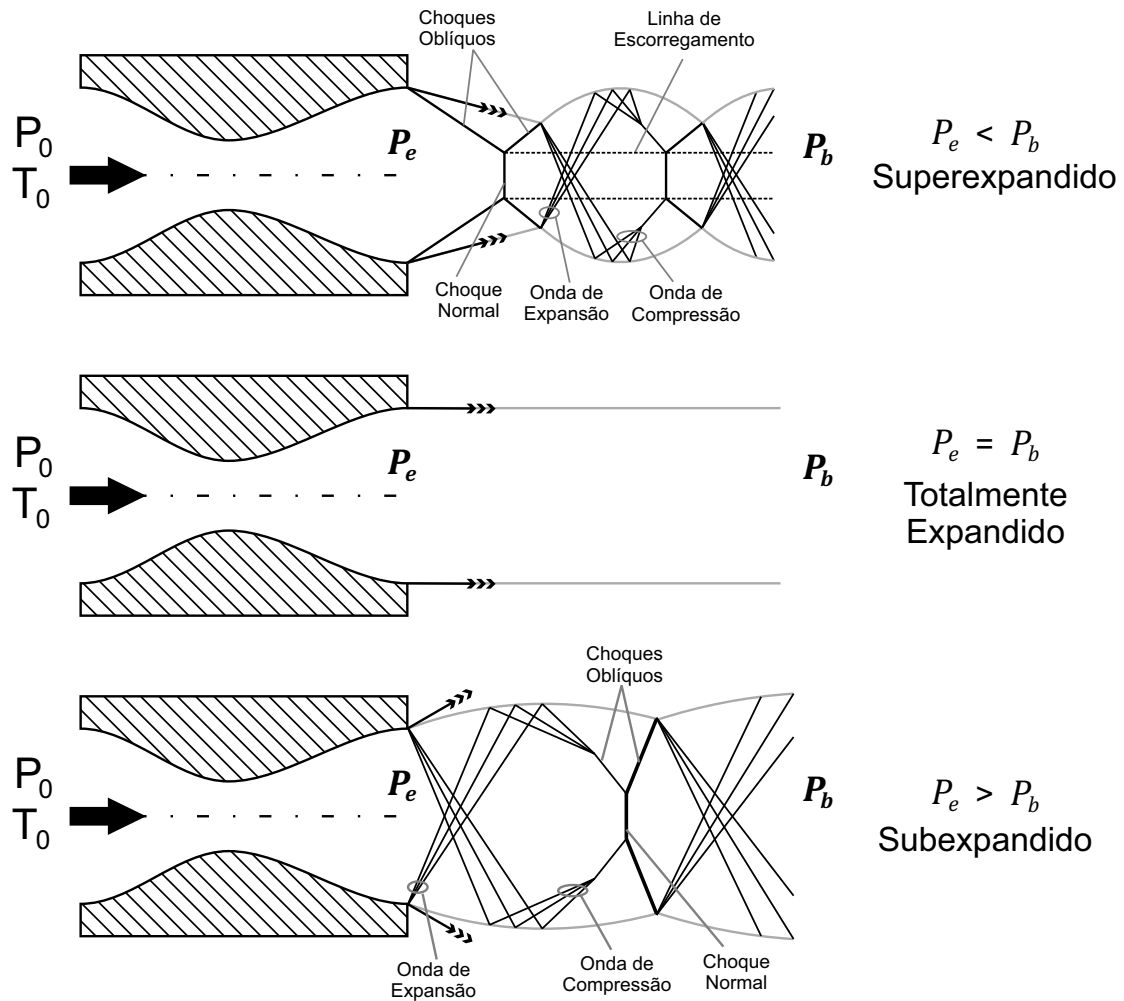
$$\frac{T}{T_0} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]^{-1} \quad (2.3)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]^{-1/(\gamma-1)} \quad (2.4)$$

Estas relações permitem obter dados analíticos de temperatura, pressão, massa específica e velocidade em qualquer seção  $A = A(x)$  de um bocal C-D, uma vez que  $P = P(x)$ ,  $T = T(x)$ ,  $\rho = \rho(x)$  e  $M = M(x)$ .  $A^*$  corresponde à área crítica do bocal, isto é, a área da seção transversal da garganta, e  $T_0$ ,  $P_0$  e  $\rho_0$  correspondem à pressão, temperatura e massa específica do gás no reservatório, em condições de estagnação.

O escoamento supersônico na saída do bocal é classificado de acordo com a diferença entre a pressão de saída e a pressão atmosférica (ANDERSON, 1990). Caso a pressão de saída seja menor que a da atmosfera ( $P_e < P_b$ ), diz-se que o escoamento é superexpandido, isto é, o escoamento na saída expandiu numa pressão abaixo da pressão do ambiente, e choques normais podem ocorrer dependendo da magnitude dessa diferença. Caso a diferença entre essas pressões seja zero ( $P_e = P_b$ ), o escoamento está totalmente expandido. Em último caso, se a pressão de saída for maior que a pressão do ambiente ( $P_e > P_b$ ), o escoamento é subexpandido. Isto significa que ao atingir a saída do bocal, o escoamento ainda não foi totalmente expandido, e ao sair para o ambiente, continua em processo de expansão (ANDERSON, 1990). A Figura 8 ilustra estas situações.

Figura 8 – Classificação do escoamento supersônico e estruturas dos jatos de acordo com a diferença entre as pressões de saída do bocal ( $P_e$ ) e ambiente ( $P_b$ ).



Fonte: Adaptado de Anderson (1990)

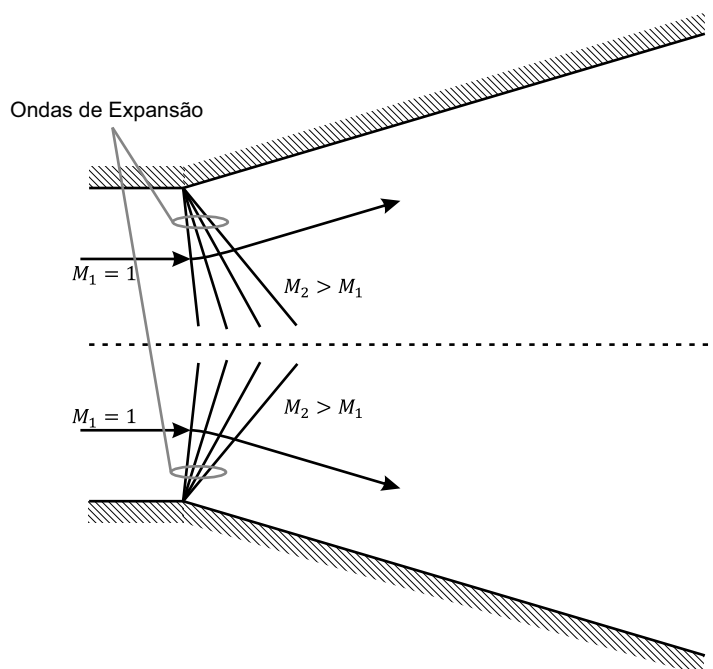
Ao passo que as Equações (2.1) a (2.4) permitem prever as condições através de todo o bocal C-D, elas não determinam o contorno apropriado da seção divergente

do duto. Em outras palavras, essas relações não determinam a variação apropriada de  $A(x)$  na direção do escoamento. Se o contorno do bocal não for projetado corretamente, ondas de choque podem ocorrer dentro do bocal, levando à perda de energia cinética (ANDERSON, 1990).

## 2.2 ONDAS DE EXPANSÃO EM UM BOCAL SUPERSÔNICO

Um escoamento subsônico, ao ser acelerado à velocidade sônica na garganta de um duto de seção variável mostrado na Figura 8, se torna supersônico devido à divergência do duto à jusante da garganta. Este processo é caracterizado pela formação de uma onda de expansão, também chamada de Expansão de Prandtl-Meyer. Uma onda de expansão é o oposto de uma onda de choque. Se a onda de choque faz as moléculas de um fluido a alta velocidade coalescerem em uma região, desacelerando o fluxo, uma onda de expansão faz com que estas moléculas se afastem umas das outras a uma velocidade com variação positiva na direção do escoamento, isto é, um escoamento sônico é acelerado ao passar por essa onda. A Figura 9 ilustra esse processo.

Figura 9 – Ao passar pela onda de expansão, um escoamento inicialmente a  $M_1 = 1$  é acelerado até  $M_2 > M_1$ , devido à divergência da área da seção transversal do bocal.

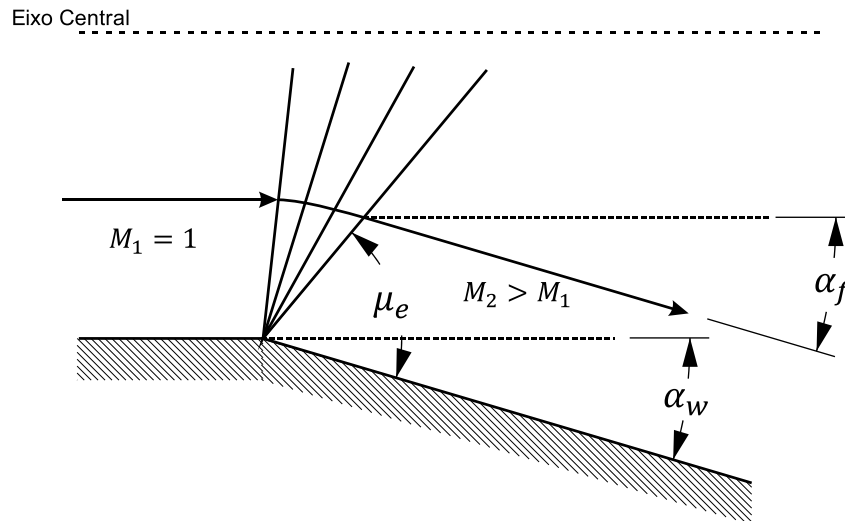


Fonte: Adaptado de Anderson (1990)

As ondas de expansão são compostas por infinitas ondas de Mach, também conhecidas como linhas características, ou somente por características. Ao passar por cada característica, as propriedades do fluido são continuamente alteradas - a

velocidade cresce ao passar por cada linha de Mach, enquanto que a pressão, a temperatura e a massa específica decrescem ao passar por essas linhas. Adicionalmente, a aceleração de cada linha de corrente ocorre de tal maneira que estas são defletidas pelas características, se afastando do eixo central do bocal em um ângulo  $\alpha$  crescente, desde a primeira linha de Mach ( $M_1 = 1$ ) até que todo o escoamento seja expandido para as condições finais de projeto do bocal ( $M_2 > M_1$ ) (Figura 10) (ANDERSON, 1990).

Figura 10 – Geometria de uma expansão de Prandtl-Meyer.



Fonte: Adaptado de Anderson (1990)

Caso o ângulo de deflexão final do escoamento  $\alpha_f$  seja igual ao ângulo  $\alpha_w$  da parede da seção divergente do bocal, tem-se um escoamento isentrópico, isto é, totalmente expandido e com a ausência de ondas de choque. No entanto, caso  $\alpha_f$  seja diferente de  $\alpha_w$ , ocorre descolamento da camada limite logo após o ponto de origem das ondas de expansão, onde começa a divergência da parede, caso  $\alpha_f > \alpha_w$ , ou a formação de ondas de choque no interior do bocal, caso  $\alpha_f < \alpha_w$ . Ambas as situações levam a perda de energia cinética do escoamento.

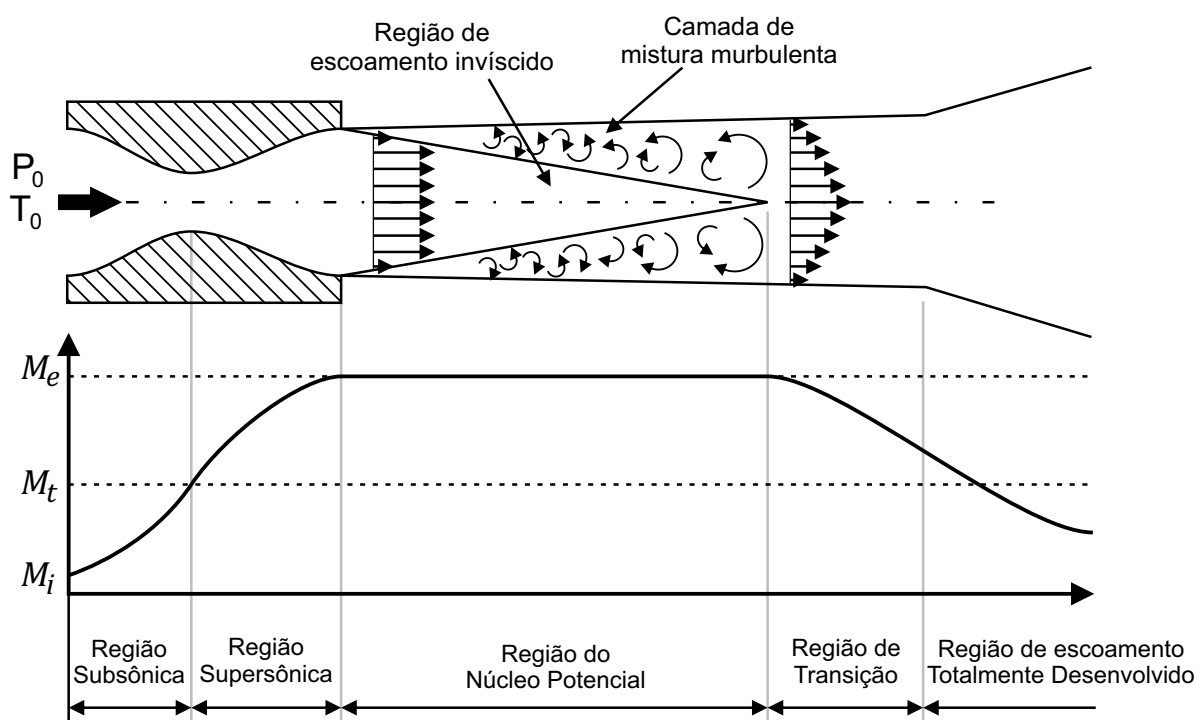
### 2.3 MODELAGEM NUMÉRICA DO SOPRO DE OXIGÊNIO EM UM CONVERTEDOR BOF

Devido às condições desfavoráveis a determinadas medições em um conversor BOF, a investigação das características do escoamento supersônico através de modelos experimentais a frio, isto é, a temperatura ambiente, é reportada na literatura (NAITO et al., 2000; TAGO; HIGUCHI, 2003).

Entretanto, a fim de analisar o comportamento do jato supersônico frio em um ambiente a alta temperatura, como é o caso em um conversor, Sumi et al. (2006) conduziram experimentos a fim de avaliar o escoamento do jato supersônico

de oxigênio em um ambiente a temperaturas de 285 K, 772 K e 1002 K, para um único bocal. Segundo os autores, o comprimento do núcleo potencial do jato cresce à medida que a temperatura ambiente aumenta. O comprimento do núcleo potencial é definido pela distância da saída do bocal ao ponto onde a magnitude da velocidade axial permanece constante (GAUNTNER; HRYCAK; LIVINGOOD, 1970) (Figura 11). Este núcleo tem efeito direto na duração da campanha de um convertedor BOF, visto que quando a superfície do banho é baixa o bastante para que o jato não o penetre em velocidade máxima, o sopro duro se torna cada vez menos possível.

Figura 11 – Estrutura básica de um jato supersônico livre.



Fonte: Adaptado de Allemand et al. (2001)

A utilização da fluidodinâmica computacional (CFD) possibilita a análise do escoamento do jato supersônico em um ambiente à alta temperatura. Através desta ferramenta, diversos autores contribuíram para a modelagem numérica do jato nas condições operacionais do convertedor.

Allemand et al. (2001) investigaram a influência da variação da vazão de oxigênio no comprimento do núcleo potencial, concluindo que o comprimento do núcleo aumenta com a vazão.

Alam, Naser e Brooks (2009) reportaram que o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  padrão falha em reproduzir a redução da taxa de crescimento da região da camada de mistura quando um jato frio entra uma atmosfera quente. Os autores então propuseram uma correção de compressibilidade modificando a viscosidade turbulenta do modelo  $k - \epsilon$  padrão, que leva em conta os efeitos da temperatura ambiente no jato, e validaram

o modelo com os resultados experimentais de Sumi et al. (2006). Li et al. (2014) concluíram que o modelo de turbulência  $k - \omega$  proporciona uma melhor predição das características de jatos nas condições de um convertedor BOF, comparado com o modelo  $k - \epsilon$ . Li, Zhang e Cang (2017) propuseram uma correção de compressibilidade ao modelo SST  $k - \omega$ , relatando uma ótima predição do comportamento do jato com os resultados experimentais de (SUMI et al., 2006).

### 3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada na elaboração deste trabalho, a qual se divide em 2 seções. Primeiramente, a Seção 3.1 apresenta a modelagem matemática necessária no desenvolvimento do modelo numérico deste trabalho. Em seguida, os domínios computacionais e as condições de contorno são descritos nas Seção 3.2. As condições de contorno para solução do método numérico são apresentadas na Seção 3.3. Por fim, a metodologia das melhorias propostas são apresentadas na Seção 3.4.

#### 3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

##### 3.1.1 Equações Governantes

A fim de avaliar as propriedades macroscópicas de um escoamento, tal como velocidade ( $u$ ), pressão ( $P$ ), massa específica ( $\rho$ ), e temperatura ( $T$ ), considera-se um fluido como um meio contínuo. A descrição matemática de um escoamento é obtida por meio das equações que se adequam às seguintes Leis de Conservação (ZUCROW; HOFFMAN, 1976) (ANDERSON, 1990):

- Princípio da Conservação da Massa: a massa de um fluido é conservada;
- Segunda Lei de Newton: a taxa de variação do momento de uma partícula fluida é igual à soma das forças exercidas sobre ela;
- Primeira Lei da Termodinâmica: a taxa de variação da energia de uma partícula fluida é igual à soma das taxas de variação da adição de calor e trabalho realizado por ela.

A seguir, as equações de um escoamento compressível que obedece essas leis são apresentadas. Suas deduções são detalhadas em Zucrow e Hoffman (1976), Anderson (1990), Versteeg e Malalasekera (2007), ANSYS INC (2013) e Asproulis (2014).

Considerando um volume de controle infinitesimal, o princípio da conservação de massa é descrito pela soma da taxa de variação de massa dentro do volume de controle com a taxa líquida de fluxo de massa no volume de controle igualadas a zero, e é representado matematicamente pela Equação (3.1):

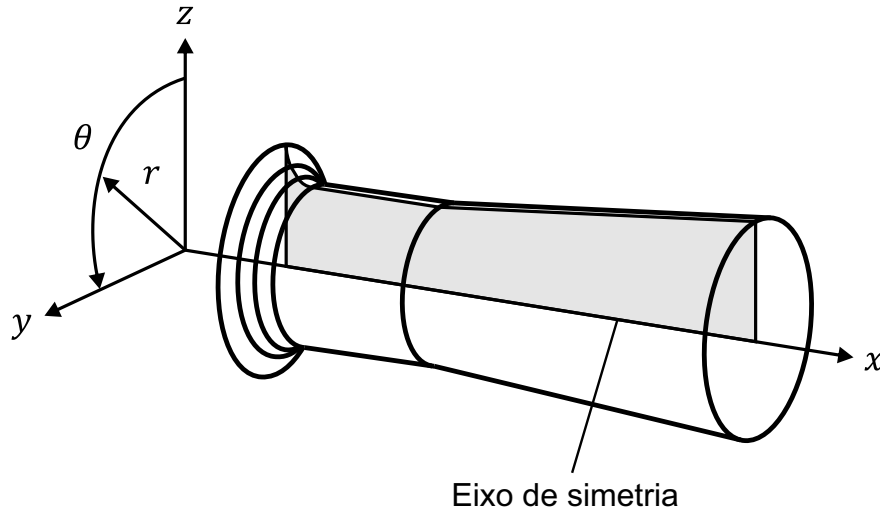
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1)$$

A Equação (3.1) é a forma diferencial da equação da continuidade para o caso transiente e tridimensional em um ponto em um fluido compressível. Utilizando coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, x)$ , esta equação fica na forma

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

No modelo deste trabalho, o escoamento é considerado como sendo permanente, compressível e axissimétrico, ou seja, o escoamento possui simetria radial. Dessa forma, o bocal é modelado como sendo bidimensional, sendo o eixo  $x$  na Figura (12) o eixo de simetria. Os resultados nesse plano são extrudados para todo o restante do bocal na direção  $\theta$ , sendo a derivada nesta direção igual a zero.

Figura 12 – Sistemas de coordenadas cilíndricas mostrando o plano de simetria.



Considerando a variação da coordenada  $r$  somente na direção positiva do eixo  $z$  para o caso bidimensional axissimétrico, e eliminando o termo transiente, a Equação (3.2) se torna (ANSYS INC, 2013):

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} + \frac{\rho u_r}{r} = 0 \quad (3.3)$$

A equação obtida ao aplicar a Segunda Lei de Newton em um fluido escoando através de um volume de controle é chamada de equação de momento, descrita pela Equação (3.4). A fim de simplificar o modelo, desconsidera-se a força gravitacional atuando no escoamento.

$$\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (3.4)$$

Para a maioria dos escoamentos compressíveis, a hipótese de escoamento invíscido é válida, eliminando o divergente do tensor de tensões  $\nabla \cdot \vec{\tau}$ , e simplificando

a solução da Equação (3.4). Entretanto, o modelo deste trabalho inclui a solução do desenvolvimento do jato livre, onde a camada de mistura turbulenta (mostrada na Figura 11, página 24) exige a inclusão do termo  $\nabla \cdot \vec{\tau}$  (ANDERSON, 1990).

O tensor de tensões  $\vec{\tau}$  na Equação (3.4) é dado pela Equação (3.5):

$$\vec{\tau} = \mu \left[ (\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{u} I \right] \quad (3.5)$$

A inclusão do tensor  $\vec{\tau}$  na Equação (3.4) descreve as equações de Navier-Stokes, de forma que esta requer de métodos numéricos a fim de obter uma solução (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O Método dos Volumes Finitos é utilizado para obter a solução do escoamento compressível, permanente e bidimensional axissimétrico, e é descrito mais adiante na Subseção 3.1.2.

A equação da energia é dada através da aplicação da Primeira Lei da Termodinâmica a um volume de controle, e é dada pela Equação (3.6):

$$\nabla \cdot (\vec{u}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi \quad (3.6)$$

em que  $\Phi$  é chamado de função de dissipação viscosa, que controla a taxa em que a energia mecânica é convertida em calor (WHITE; CORFIELD, 2006), e é dada por

$$\Phi = \vec{\tau} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

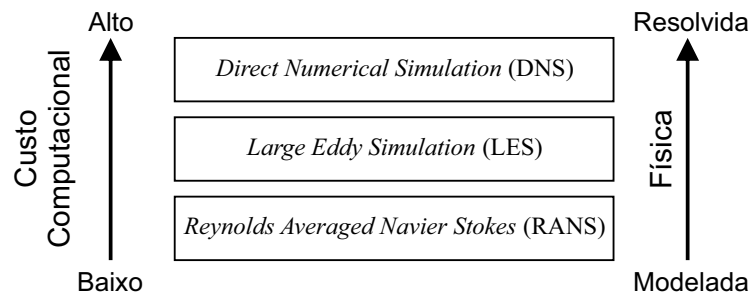
Considerando o fluido como um gás perfeito, a equação de estado é dada pela Equação (3.8):

$$p = \rho RT \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Modelo de Turbulência

Com o intuito de prever os efeitos da turbulência no desenvolvimento do jato livre, é preciso utilizar uma abordagem para a modelagem da turbulência. Versteeg e Malalasekera (2007) dividem as abordagens atualmente existentes em três categorias, como ilustra a Figura (13):

Figura 13 – Abordagens para modelagem da turbulência.

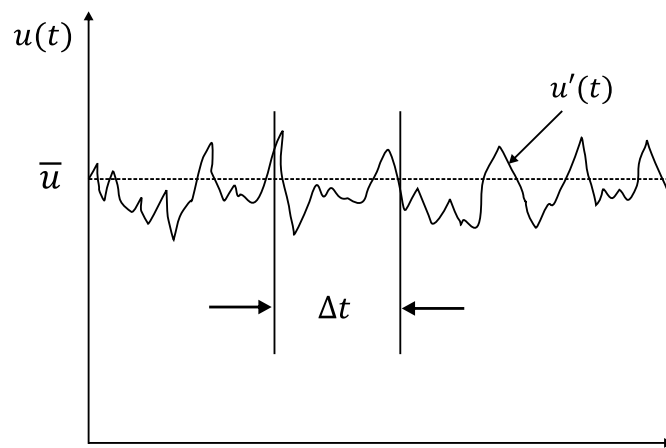


O método DNS resolve diretamente o escoamento e todas as flutuações turbulentas da velocidade. Conforme mostrado na Figura (13), este método requer um grande esforço computacional, de modo que seu uso na indústria é limitado. O método LES é uma forma intermediária de cálculos da turbulência que capta o comportamento dos grandes vórtices. Apresenta um esforço computacional menor que o DNS, porém maior que o método RANS, e com o desenvolvimento de computadores cada vez mais eficientes, o LES apresenta algumas aplicações na indústria. Finalmente, o método RANS calcula o escoamento médio e os efeitos da turbulência nas propriedades médias do escoamento. É o método mais utilizado na indústria por requerer um baixo esforço computacional quando comparado com o DNS e o LES.

O modelo deste trabalho utiliza o método RANS, onde as propriedades do escoamento são representadas em função de suas médias e suas flutuações. A título de exemplo, a velocidade  $u(t)$  na Figura 14 instantânea em um ponto em um escoamento turbulento é representada pela velocidade média  $\bar{u}$  e sua flutuação  $u'(t)$  no instante  $t$  (Equação 3.9):

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (3.9)$$

Figura 14 – Variação da velocidade em um escoamento turbulento.



Adaptado de Versteeg e Malalasekera (2007).

Em escoamentos compressíveis, as variações da massa específica de um gás devido às variações de pressão podem ser significativas, e consequentemente devem ser consideradas nas equações de conservação. Assim, é conveniente usar a média de Favre, introduzida em 1965, e definida por  $\overline{\rho u} = \bar{u}$ , para o caso da velocidade. Assim, o termo representante da flutuação da velocidade considerando a variação de massa específica  $\overline{\rho u'}$ , é simplesmente representado por  $u'$  (ASPROULIAS, 2014).

A técnica de substituir os valores das propriedades do movimento instantâneo pelos valores médios é chamada de decomposição de Reynolds, e as equações de conservação da massa e momento médias são:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u})}{\partial x_i} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u u}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\sigma_{ij}} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (3.11)$$

Ao decompor as equações de movimento através da decomposição de Reynolds, o termo adicional  $-\overline{\rho u'_i u'_j}$  aparece na equação do momento devido à interação entre as flutuações turbulentas, chamado de tensor de Reynolds. Em um modelo de turbulência, o tensor de Reynolds é modelado generalizando a aproximação de Boussinesq para um escoamento compressível, onde

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \tau_{ij} - \frac{2}{3} \bar{\rho} k I \quad (3.12)$$

em que  $I$  é a matriz identidade,  $k$  é a energia cinética turbulenta e  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta a ser modelada.

O modelo SST  $k - \omega$  é utilizado para modelar os efeitos da turbulência no escoamento do jato supersônico. A escolha desse modelo é embasada pela literatura, a qual reporta uma concordância mais precisa com resultados experimentais quando comparado com outros modelos baseados nas Equações de Médias de Reynolds (RANS) (LI et al., 2014; LI; ZHANG; CANG, 2017). Neste modelo, as equações de energia cinética turbulenta  $k$  e da taxa de dissipação específica  $\omega$ , em condições estacionárias, são dadas por (Equações 3.13 e 3.14) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007):

$$\nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - Y_k \quad (3.13)$$

$$\nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (3.14)$$

em que  $G_k$  e  $G_\omega$  representam, respectivamente, a produção de energia cinética turbulenta  $k$  e a produção da taxa de dissipação específica  $\omega$ .  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência, respectivamente, e  $D_\omega$  representa o termo difusivo responsável pelo cruzamento dos modelos  $k - \omega$  e  $k - \epsilon$  (ANSYS INC, 2013).

Li, Zhang e Cang (2017) propuseram uma modificação à viscosidade turbulenta  $\mu_t$  a fim de contabilizar os efeitos de um ambiente a alta temperatura na redução da taxa de crescimento da região da camada de mistura turbulenta do jato livre reportado por (SUMI et al., 2006).

### 3.1.3 Correção de Compressibilidade

A correção de compressibilidade de Li, Zhang e Cang (2017) consiste na modificação da viscosidade turbulenta  $\mu_t$  nas equações 3.13 e 3.14, e definida por (Equação 3.15):

$$\mu_{tcorrigida} = \frac{\mu_t}{C_T} \quad (3.15)$$

em que  $C_T$  é o termo de correção de compressibilidade, definido por (Equação 3.16):

$$C_T = 1 + \frac{C_1 T_g^m}{1 + C_2 f(M_\tau)} \quad (3.16)$$

onde  $f(M_\tau)$  representa a região do domínio em que a correção é aplicada, dada por (Equação 3.17):

$$f(M_\tau) = \begin{cases} 0, & M_\tau \leq M_{\tau 0} \\ M_\tau^2 - M_{\tau 0}^2, & M_\tau > M_{\tau 0} \end{cases} \quad (3.17)$$

em que  $M_\tau$  representa o número de Mach turbulento, dado por (Equação 3.18):

$$M_\tau^2 = \frac{2k}{a^2} \quad (3.18)$$

$$a = \sqrt{\gamma R T} \quad (3.19)$$

onde  $M_0 = 0, 1$ , e  $a$  é a velocidade local do som (Equação 3.19),  $\gamma$  é a constante de expansão adiabática,  $R$  é a constante específica de gás ideal e  $T$  é a temperatura em cada elemento do domínio. É importante notar que quando  $M_\tau \leq M_{\tau 0}$ , a correção de compressibilidade não acontece, revertendo o modelo SST  $k - \omega$  para sua forma

original. Na Equação 3.16,  $T_g$  representa a função do gradiente de temperatura total local normalizado pela escala local de turbulência (Equação 3.20).

$$T_g = \frac{|\nabla T_t| \frac{k^{1/2}}{\omega}}{T_t} \quad (3.20)$$

A razão pela qual o gradiente de temperatura total ( $T_t$ ) é utilizado é porque a temperatura total não é dependente do número de Mach e de seus efeitos. Desse modo, a correção ocorre apenas na camada de mistura, onde o gradiente de temperatura se localiza, e as características do escoamento que estão relacionadas com a camada de mistura, como a expansão e compressão do escoamento e choques internos, não afetam o modelo de turbulência (ALAM; NASER; BROOKS, 2009). As constantes  $m$ ,  $C_1$  e  $C_2$  na Equação 3.16 são constantes empíricas e iguais a 0,5, 1,0 e 1,2, respectivamente.

## 3.2 MÉTODO NUMÉRICO

As soluções das equações citadas na Seção 3.1 são obtidas pelo software ANSYS FLUENT (v16), que utiliza o Método dos Volumes Finitos para solução das equações diferenciais, sendo a correção de compressibilidade aplicada por meio de uma função definida pelo usuário (UDF). Os cálculos foram realizados em ambiente de precisão dupla (*Double Precision*), a fim de minimizar erros de arredondamento. O algoritmo de acoplamento Pressão-Velocidade é utilizado a fim de resolver simultaneamente as equações de continuidade e momento. A discretização dos termos advectivos é feita pelo FLUENT utilizando uma função de interpolação de segunda ordem para as equações de continuidade, momento, e as equações de  $k$  e  $\omega$  (ANSYS INC, 2013).

O critério de convergência adotado para este trabalho foi o balanço de massa e energia residuais inferiores a 0,01%, considerado aceitável para várias aplicações de engenharia (ANSYS INC, 2013).

### 3.2.1 Domínios Computacionais

Os domínios computacionais são representados pelas geometrias dos bocais a serem analisados - modelo de validação e caso AMT, juntamente com a parte onde o jato escoará livremente, com um comprimento de 70 diâmetros de saída do bocal e uma altura de 15 diâmetros. Em todos os casos, somente metade do domínio é simulado, e a condição de axissimetria é utilizada a fim de obter um menor tempo de simulação.

A malha computacional inicial para cada caso é estruturada, contendo aproximadamente 80.000 elementos. A fim de obter soluções independentes da malha, utiliza-se a adaptação de malhas durante a solução do escoamento, baseada nos

gradientes de pressão. Após essa adaptação, o número de elementos aumenta para aproximadamente 200.000. A Figura 15 mostra o domínio, a malha e as regiões onde as condições de contorno serão aplicadas. A Figura 16 mostra a malha após a adaptação.

Figura 15 – Domínio computacional utilizado, indicando as condições de contorno.

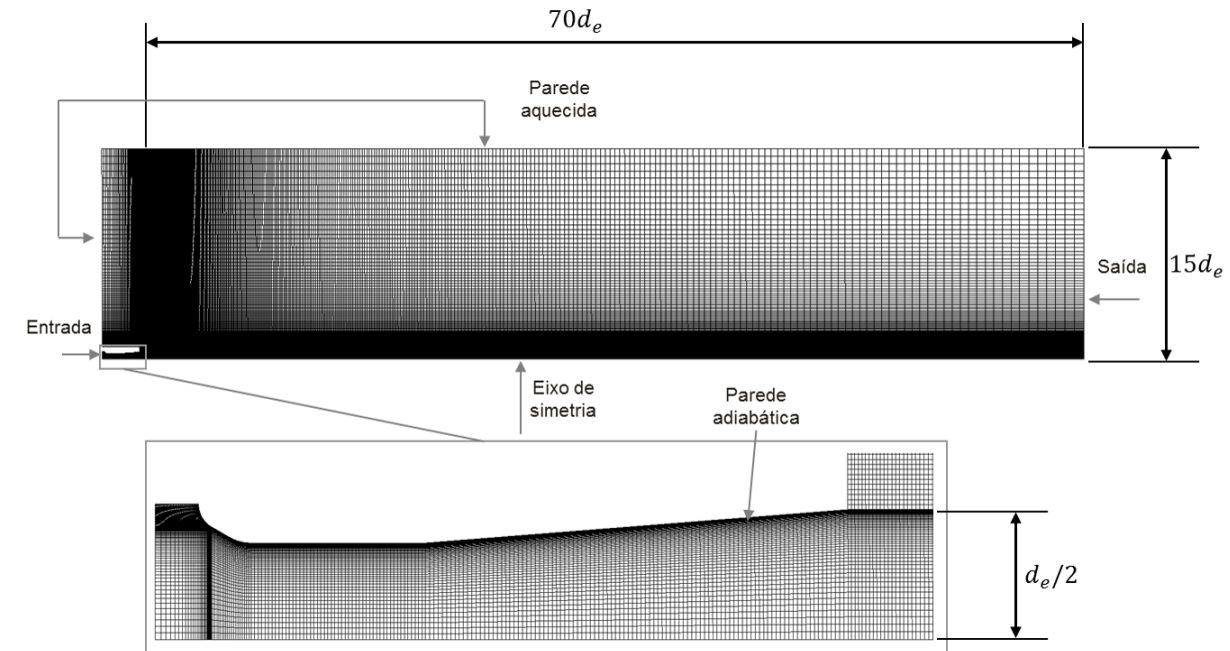
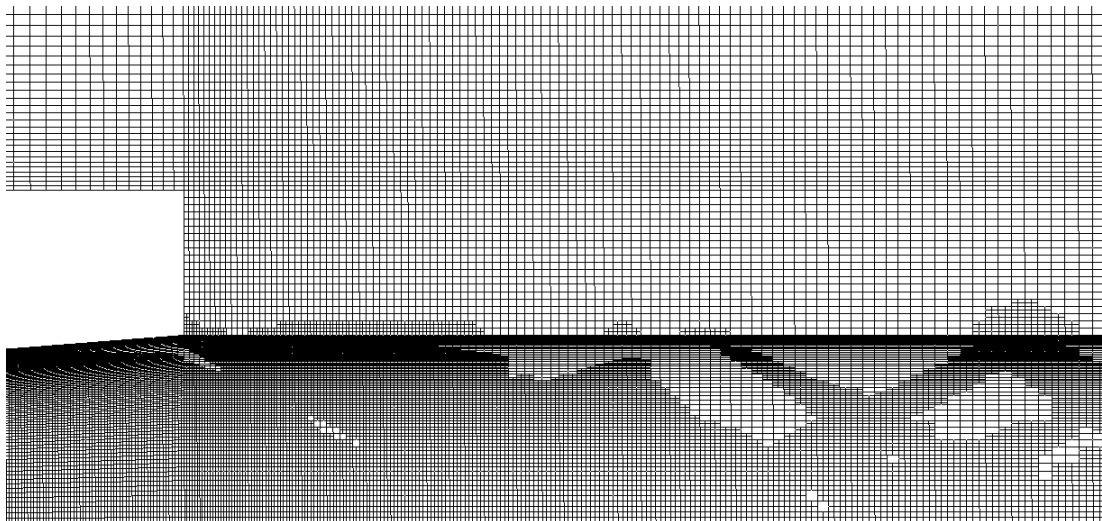


Figura 16 – Estado da malha após adaptação. O refino da malha ocorre somente nos locais de altos gradientes de pressão.



### 3.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno necessárias para solução do escoamento incluem a pressão total  $P_{Tin}$  e a temperatura total  $T_{Tin}$  na entrada do bocal, dadas para cada tipo de sopro, a condição de saída de pressão absoluta  $P_{abs}$  e de temperatura total do

convertedor  $T_{conv}$ , e a condição de não deslizamento e temperatura nas paredes igual a temperatura de operação do convertedor. Como a lança de oxigênio é refrigerada a água, considerou-se que não há troca de calor entre o escoamento interno no bocal e as paredes do bocal. A Tabela 1 descreve tais condições.

Tabela 1 – Condições de contorno utilizadas no trabalho

| Condição de Contorno | Parâmetro                                   |
|----------------------|---------------------------------------------|
| Entrada              | Pressão total prescrita $P_{Tin}$           |
|                      | Temperatura total prescrita $T_{Tin}$       |
| Saída                | Pressão absoluta $P_{abs}$                  |
|                      | Temperatura total $T_{Tout} = T_{Tconv}$    |
| Paredes do ambiente  | Condição de não deslizamento. $\vec{u} = 0$ |
|                      | Temperatura da parede $T_{wall} = T_{conv}$ |
| Paredes do bocal     | Condição de não deslizamento. $\vec{u} = 0$ |
|                      | Fluxo de calor $q = 0 \text{ W/m}^2$        |

### 3.4 PROPOSIÇÃO DE MELHORIAS

Os casos de referência utilizados para proposição de melhorias foram os sopros macio, normal e duro através do bocal AMT. Para cada caso, o comportamento do escoamento através do bocal foi analisado, bem como o desenvolvimento do jato livre na atmosfera. Com bases nos resultados dessa análise, foram identificadas potenciais modificações no projeto original, a saber:

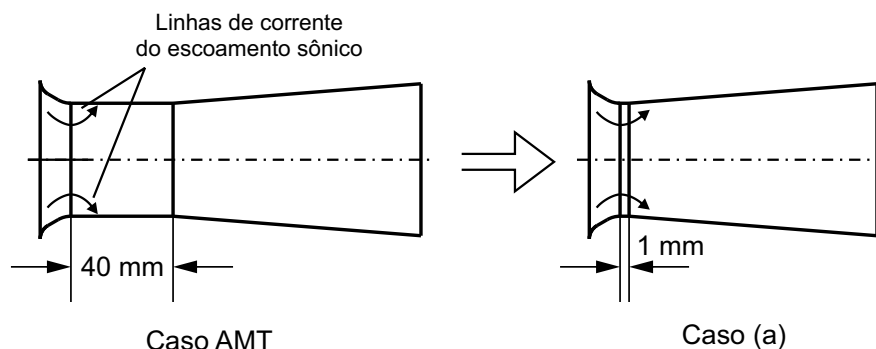
- (a) Redução do comprimento da garganta de 40 mm para 1 mm;
- (b) Aumento do diâmetro dos bocais e redução do número de bocais na lança, juntamente com a redução do comprimento da garganta dos bocais propostos de 40 mm para 1 mm.

Os resultados das propostas foram posteriormente comparados com o caso AMT para o sopro duro.

#### 3.4.1 Caso (a)

Com base no estudo sobre o comportamento das ondas de expansão, diminuiu-se o comprimento da garganta a fim de avaliar a influência da variação da área de seção transversal do bocal no escoamento, a fim de que o ângulo da parede após a expansão de  $M = 1$  para  $M > 1$  seja mais próximo do ângulo de deflexão das linhas de corrente após essa expansão, como ilustra a Figura 17:

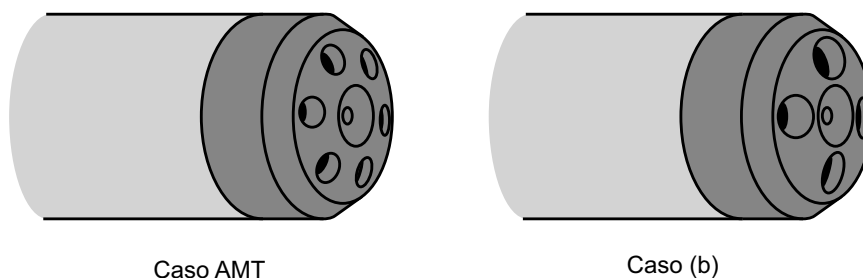
Figura 17 – Redução do comprimento da garganta de 40 mm para 1 mm.



### 3.4.2 Caso (b)

A fim de avaliar o aumento da vazão no comprimento do núcleo potencial, aumentou-se o diâmetro do bocal. Entretanto, para que a vazão de projeto seja mantida, diminuiu-se o número de bocais na ponta da lança. Desse modo, avaliou-se o aumento proporcional do diâmetro para uma lança de 5, 4 e 3 bocais. A Figura 18 mostra um exemplo da ponta da lança para 4 bocais, em comparação com a lança do caso AMT que utiliza 6 bocais.

Figura 18 – Exemplo de lança de 4 furos.



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos através do modelo computacional e das relações de escoamento isentrópico dadas na página 20. Inicialmente, a Seção 4.1 descreve os casos simulados, apresentando as condições de contorno e os parâmetros geométricos para cada um dos casos. Em seguida, a Seção 4.2 apresenta a validação do modelo numérico utilizado através da comparação de um caso base e resultados experimentais de Sumi et al. (2006). A Seção 4.3 analisa o escoamento dos sopros de oxigênio (macio, normal e duro) através do bocal supersônico da lança de oxigênio utilizada nos convertedor BOF da ArcelorMittal Tubarão (caso AMT). Por fim, os novos bocais propostos são comparados aos resultados do caso AMT na Seção 4.4.

### 4.1 CASOS SIMULADOS

A Tabela 2 apresenta os parâmetros utilizados nas simulações dos casos de validação e de cada tipo de sopro. As condições de contorno do caso de validação foram retiradas das condições utilizadas no procedimento experimental de Sumi et al. (2006). As condições de contorno para o caso base AMT são as mesmas para as condições de sopro em uma corrida típica nos convertedores BOF da ArcelorMittal Tubarão. Tais condições de entrada do bocal em cada sopro são divididas em:

- Sopro macio: pressão total de entrada de 0,73 MPa;
- Sopro normal: o sopro normal foi dividido em 2: 0,90 MPa e 1,05 MPa. A razão dessa divisão é que a pressão durante o sopro normal não é constante. A condição exata de operação para a formação de uma espuma estável é atualmente incerta, de modo que o operador possui a liberdade de alterar a vazão de oxigênio correspondente à pressão de entrada da lança durante o sopro normal até obter a estabilidade da espuma<sup>1</sup>;
- Sopro duro: pressão total de entrada de 1,20 MPa.

---

<sup>1</sup> Relato dos operadores

Tabela 2 – Condições de contorno e parâmetros geométricos dos casos de validação e caso base AMT

| Condição | Parâmetro                 | Validação (SUMI et al., 2006) | AMT                    |
|----------|---------------------------|-------------------------------|------------------------|
| Entrada  | Pressão Total[MPa]        | 0,52                          | 0,73; 0,90; 1,05; 1,20 |
|          | Temperatura Estática [K]  | 302                           | 298                    |
| Saída    | Pressão Estática [MPa]    | 0,10                          | 0,12                   |
|          | Temperatura Estática [K]  | 285; 772; 1002                | 1923                   |
| Bocal    | Diâmetro da garganta [mm] | 7,9                           | 44,2                   |
|          | Diâmetro da saída [mm]    | 9,2                           | 59,45                  |

Os parâmetros das simulações dos casos de melhorias (a e b) são apresentados na Tabela 3. Como o intuito de avaliar o comprimento do núcleo potencial, somente as condições do sopro duro foram simuladas para os casos de melhorias. O bocal do caso (a) é simulado com a mesma condição de operação do caso base AMT, isto é, pressão total na entrada de 1,20 MPa, porém com o comprimento da garganta reduzido de 44,2 mm para 1 mm.

As condições dos bocais do caso (b) foram divididas em:

- Bocal para lança de 5 furos: diâmetro da garganta de 47,7 mm e diâmetro de saída de 64,2 mm, e garganta com comprimento de 1 mm;
- Bocal para lança de 4 furos: diâmetro da garganta de 52,6 mm e diâmetro de saída de 70,8 mm, e garganta com comprimento de 1 mm;
- Bocal para lança de 3 furos: diâmetro da garganta de 64,1 mm e diâmetro de saída de 86,3 mm, e garganta com comprimento de 1 mm;

Tabela 3 – Condições de contorno e parâmetros geométricos dos casos de melhorias

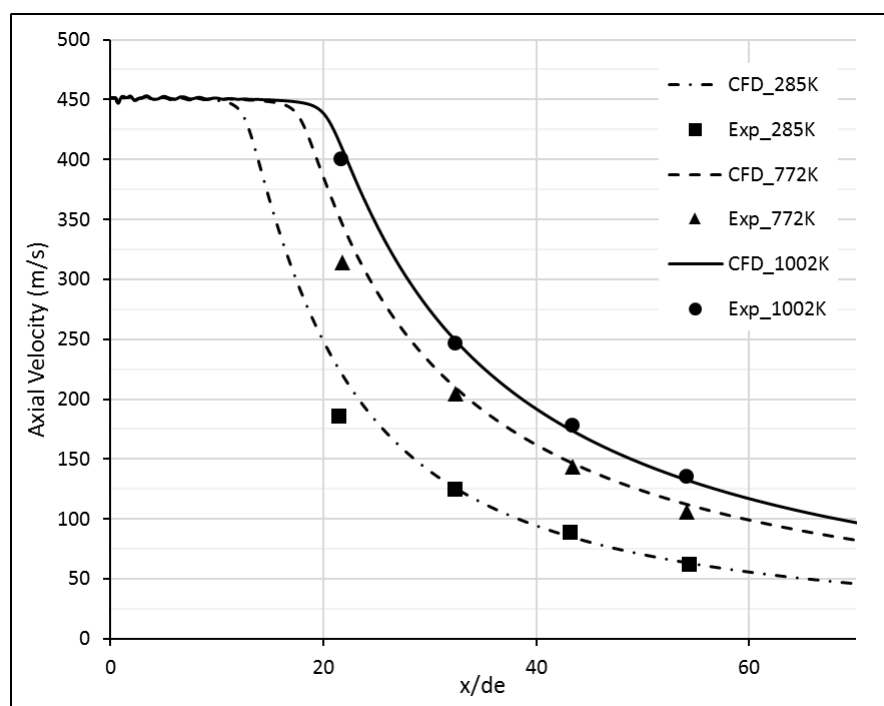
| Condição | Parâmetro                 | Caso (a) | Caso (b)         |
|----------|---------------------------|----------|------------------|
| Entrada  | Pressão Total[MPa]        | 1,20     | 1,20             |
|          | Temperatura Estática [K]  | 298      | 298              |
| Saída    | Pressão Estática [MPa]    | 0,12     | 0,12             |
|          | Temperatura Estática [K]  | 1923     | 1923             |
| Bocal    | Número de bocais          | 6        | 5; 4; 3          |
|          | Diâmetro da garganta [mm] | 44,2     | 47,7; 52,6; 64,1 |
|          | Diâmetro da saída [mm]    | 59,45    | 64,2; 70,8; 86,3 |

As simulações foram realizadas em processamento paralelo em um computador Intel Core® i7 4700mq, utilizando 4 núcleos a 2,4 GHz. Como todos os casos simulados são similares no que tange o domínio computacional, compostos por 1 bocal e o ambiente onde escoar o jato livre, todas as simulações foram processadas com o mesmo tempo de 10 horas.

## 4.2 CASO DE VALIDAÇÃO

Para validar as simulações, simulações com a correção de compressibilidade de Li, Zhang e Cang (2017) foram realizadas e seus resultados comparados com os resultados experimentais de Sumi et al. (2006). A Figura 19 mostra os resultados da velocidade axial do jato livre, comparando os resultados das medições dos autores do experimento com os resultados obtidos pelo modelo deste trabalho e utilizando as mesmas condições de operação do experimento dadas na Tabela 2, na página 37. As velocidades do gráfico são expostas em função da distância adimensional a partir da saída do bocal,  $x/d_e$ , que representa o número de diâmetros da saída do bocal. Os autores mediram a velocidade axial do jato livre em um ambiente a diferentes temperaturas. O intuito da variação da temperatura ambiente de 285 K, 772 K, e 1002 K foi para avaliar o comportamento do núcleo potencial do jato quando a temperatura ambiente é aumentada. Os resultados experimentais são representados pelos pontos, enquanto que os resultados das simulações são representados pelas linhas. Como pode ser observado pela Figura 19, o modelo numérico com a correção de compressibilidade de Li, Zhang e Cang (2017) apresenta uma boa proximidade aos dados experimentais, demonstrando que o comprimento do núcleo potencial, isto é, a região do jato em que a velocidade axial permanece constante, cresce com o aumento da temperatura ambiente.

Figura 19 – Perfis de velocidade axial do jato a partir da saída do bocal do caso de validação, comparados com os resultados experimentais de Sumi et al. (2006)



### 4.3 ANÁLISE DO ESCOAMENTO DO CASO BASE AMT

Nesta seção será estudado o caso da atual lança de oxigênio da ArcelorMittal Tubarão. Conforme descrito nos objetivos específicos, as condições operacionais dos sopros macio, normal e duro são avaliadas, onde a pressão de entrada é a variável modificada. Desse modo, quatro pressões são consideradas, a saber:

- Sopro macio a  $P_0 = 0,73MPa$ ;
- Sopro normal a  $P_0 = 0,90MPa$ ;
- Sopro normal a  $P_0 = 1,05MPa$ ;
- Sopro duro a  $P_0 = 1,20MPa$ ;

A Figura 20 mostra os resultados das simulações para as quatro pressões de entrada dadas na Tabela 2. Nela foram traçados linhas representando os números de Mach para auxiliar na visualização, e o mapa de cores representa valores de Mach iguais e maiores que 1. Os resultados da Figura 20 mostram que para todos os tipos de sopros (macio, normal e duro), o escoamento se torna supersônico após a garganta. Quando comparados qualitativamente aos casos teóricos da Figura 8, o escoamento na saída do bocal para a pressão de entrada  $P_o = 0,73MPa$  é superexpandido, e para a pressão  $P_o = 1,20MPa$  é subexpandido. Os escoamentos intermediários correspondentes às pressões  $P_o = 0,90MPa$  e  $P_o = 1,05MPa$  mostram a transição da condição sobreexpandida para subexpandida, respectivamente. Uma análise teórica e quantitativa utilizando a Equação 2.2 através do bocal suporta essas afirmações, sendo os resultados desta análise expostos na Figura 21.

Figura 20 – Contornos do Número de Mach para diferentes pressões de entrada do bocal ( $P_o$ ).

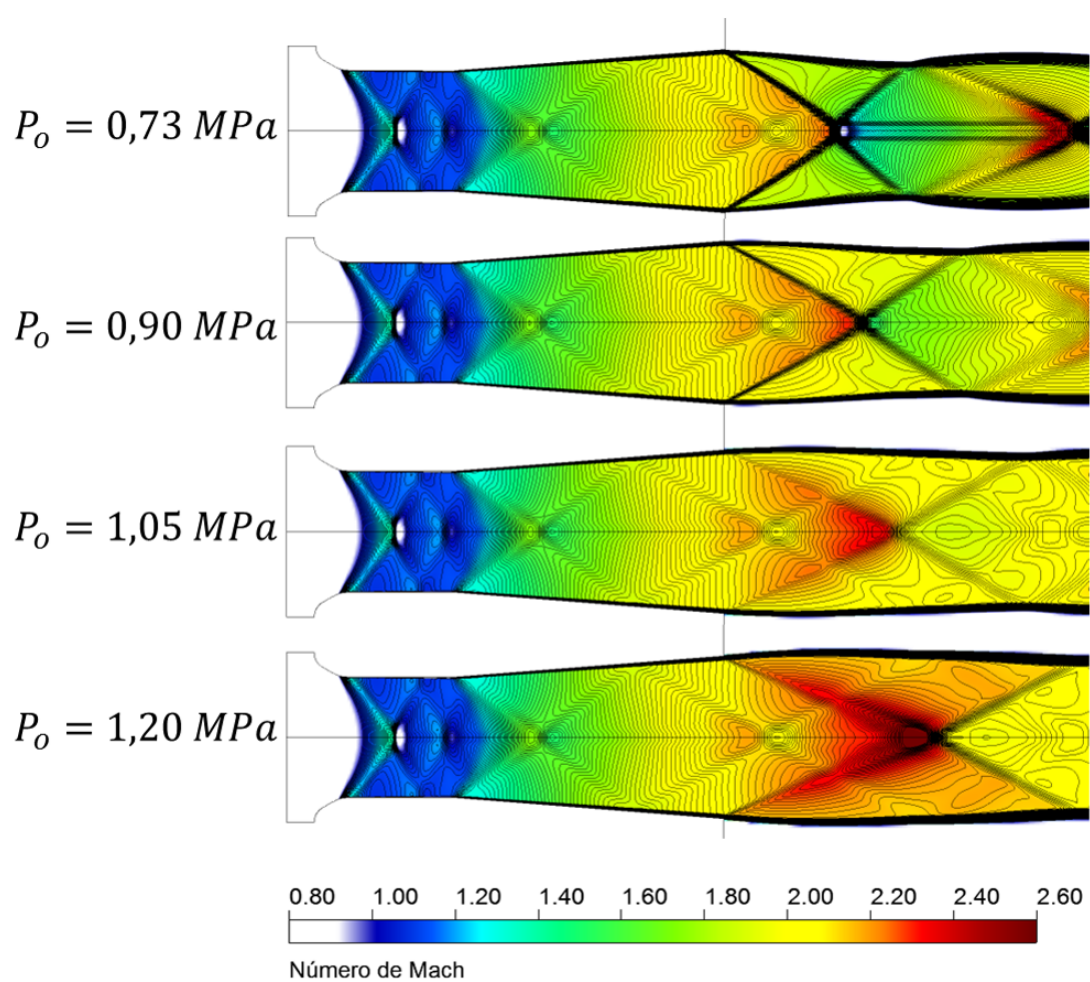
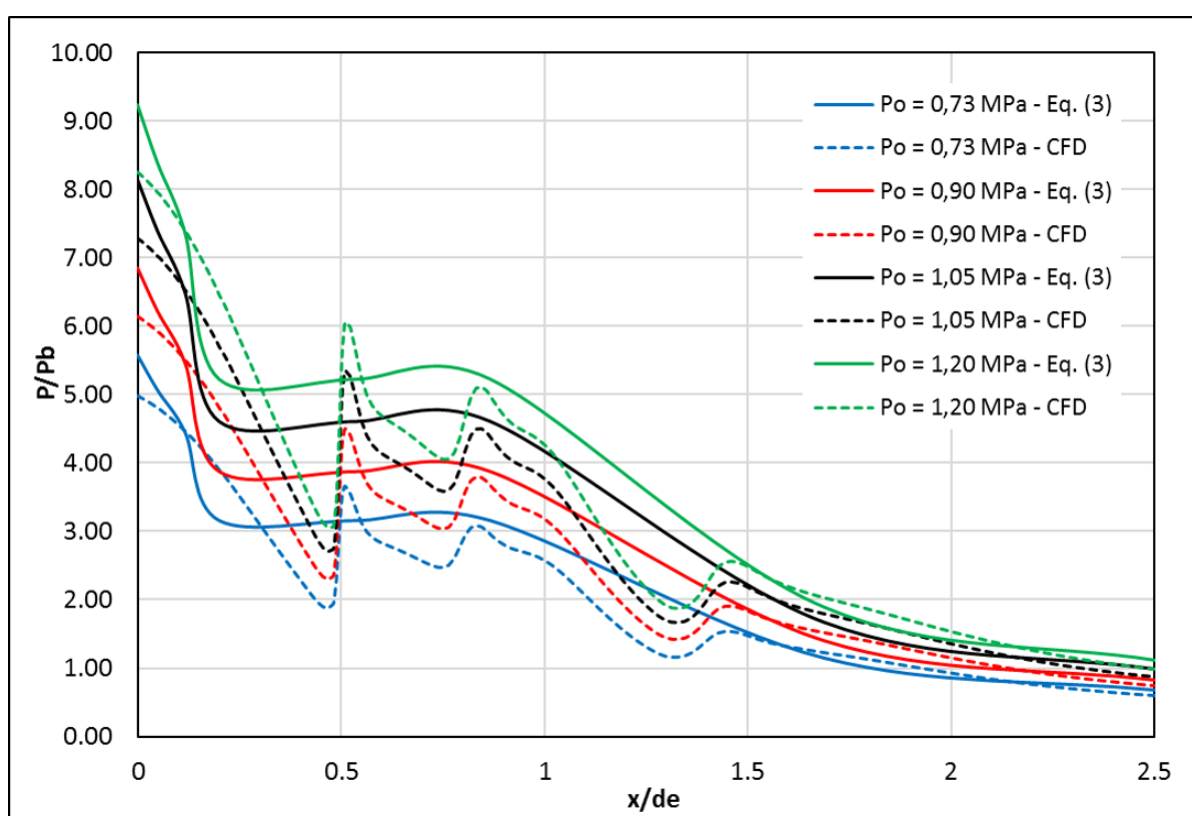
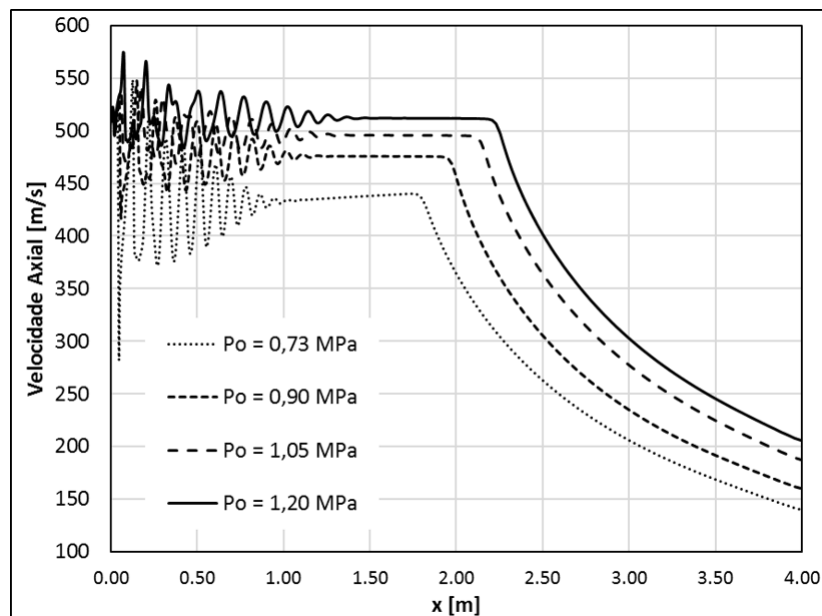


Figura 21 – Valores da razão entre a pressão de saída e pressão ambiente ( $P/P_b$ ) através do comprimento do bocal, para os casos analíticos e simulados.



A diferença entre os resultados analíticos e simulados na Figura 21 é porque a Equação (2.2) considera um escoamento isentrópico, livre de ondas de choque, e essas descontinuidades são visivelmente presentes na Figura 20, e serão exploradas mais adiante. As pressões calculadas tanto pela Equação (2.2) quanto pelas simulações na saída do bocal ( $x/de = 2.5$ ) indicam que as condições de saída dos sopros macio e início do normal são superexpandidas, enquanto que o fim do normal e o duro são subexpandidos.

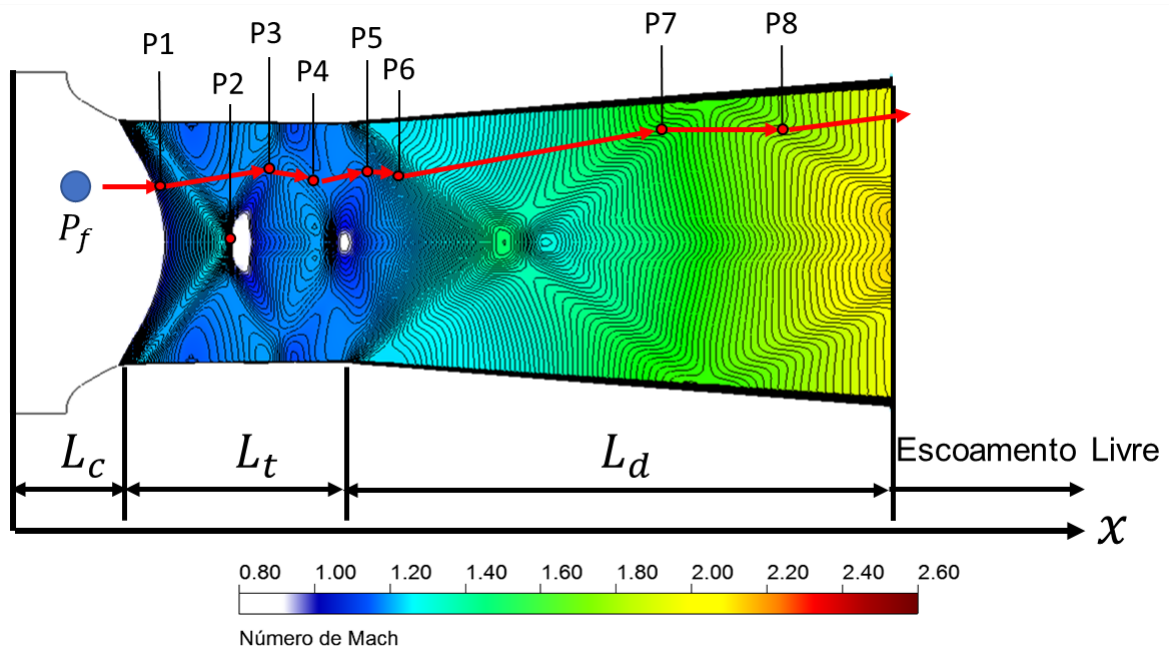
Figura 22 – Perfis de velocidade axial do jato a partir da saída do bocal para diferentes pressões de entrada do caso AMT.



Complementando a análise da Figura 22, a velocidade de saída do bocal e o comprimento do núcleo potencial aumentam com o aumento da pressão de entrada. Este fenômeno pode ser atribuído ao aumento da pressão e, conseqüentemente, da temperatura ao longo do escoamento, acarretando no aumento da velocidade local do som (Equação 3.19). Isto implica que a velocidade correspondente ao valor de Mach na saída é maior quando a pressão de entrada é maior.

A Figura 23 permite a visualização das descontinuidades presentes no escoamento supersônico no interior do bocal, considerando que a distribuição do número de Mach é similar para todas as condições de entrada de acordo com a Figura 20. O oxigênio escoar na direção positiva de  $x$ . As seções do bocal são divididas em: convergente ( $L_c$ ), garganta ( $L_t$ ), e divergente ( $L_d$ ). O oxigênio escoar livremente após a saída do bocal.

Figura 23 – Descontinuidades de expansão e compressão no escoamento através do bocal. Apenas o escoamento supersônico ( $M > 1$ ) é representado.



Uma partícula de oxigênio  $P_f$ , ao encontrar a linha correspondente à Mach igual a 1 (ponto  $P1$ ), passa por uma onda de expansão, virando gradativamente em direção à parede da garganta e sofrendo uma aceleração. No entanto, após passar por essa onda de expansão, a área de seção transversal constante da garganta impede que o fluido se expanda, e uma onda de choque é formada a fim de redirecionar o fluxo de volta à direção axial do escoamento. Devido a essa contração abrupta do escoamento, essa onda de choque tem caráter normal em  $P2$  e oblíqua em  $P3$ . Imediatamente após  $P2$ , a perda de energia devido à onda de choque normal é suficiente para que o escoamento volte a ser sônico (os valores de Mach menores que 1 estão fora da escala na Figura 23, correspondendo à uma região subsônica imediatamente após  $P2$ ). Em seguida,  $P3$  deflete  $P_f$  de volta à direção axial do fluxo, porém em um ângulo maior que o necessário para a retificação do escoamento, sendo necessária outra onda de choque em  $P4$ , mais fraca que a anterior, para corrigir a direção da partícula. Outra onda de choque ainda mais fraca em  $P5$  se forma para aproximar o escoamento de um fluxo totalmente axial. Após o término da seção da garganta  $L_t$ , uma segunda onda de expansão se forma a fim de expandir o escoamento durante sua passagem pela seção cônica  $L_d$  do bocal, e acelerá-lo à velocidade terminal de saída para o ambiente. Ainda que a área de seção transversal de  $L_d$  é variável até a saída do bocal, a expansão onde  $P6$  é localizado é maior que a capacidade do difusor de expandir o escoamento, e a partícula  $P_f$  vira novamente em direção à parede em um ângulo em relação ao eixo do bocal maior que o ângulo da parede. Duas ondas de choque se formam novamente em  $P7$  e  $P8$ , na tentativa de compensar a diferença entre esses ângulos, até que a

partícula passe pela saída do bocal e escoe livremente no ambiente.

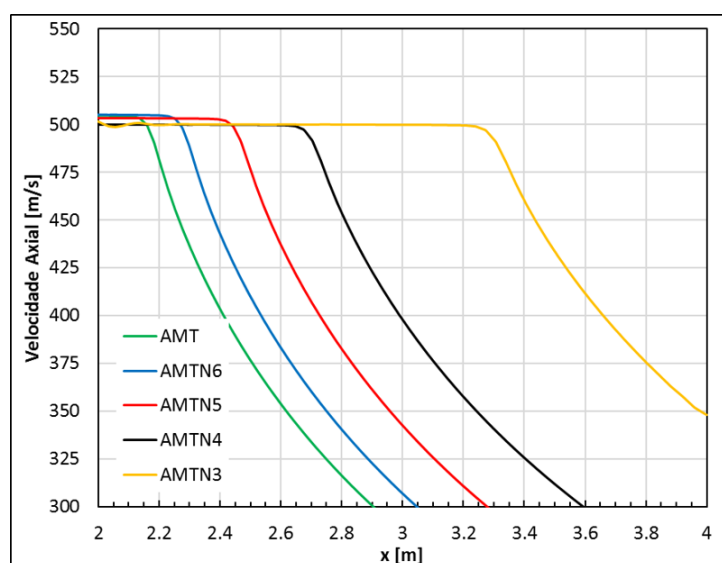
#### 4.4 COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DO CASOS (A) E (B) EM RELAÇÃO AO BOCAL AMT

A Tabela 4 sintetiza os resultados das simulações de quatro bocais CD, conforme descrito na Metodologia para os casos (a) e (b), e comparados com o caso AMT, e nesta seção são referidos pela sigla AMTN. A Figura 24 mostra o comportamento da magnitude da velocidade axial dos jatos para cada variação do diâmetro dos bocais do caso (b). Atualmente, a aciaria da ArcelorMittal Tubarão utiliza uma lança de oxigênio de seis furos. Portanto, a primeira geometria proposta (AMTN6) corresponde à substituição de cada um dos seis bocais da lança atual pelo caso AMTN6. O diâmetro da garganta do AMTN6 é o mesmo do caso AMT, conforme apresentado nas Tabelas 2 e 3, na página 37, e operando a uma mesma vazão.

Tabela 4 – Comparação dos diferentes bocais CD projetados com o caso AMT.

| Caso  | Comprimento do Núcleo Potencial [m] |
|-------|-------------------------------------|
| AMT   | 2,20                                |
| AMTN6 | 2,23                                |
| AMTN5 | 2,40                                |
| AMTN4 | 2,65                                |
| AMTN3 | 3,23                                |

Figura 24 – Perfis de velocidade axial para cada bocal do caso (b).

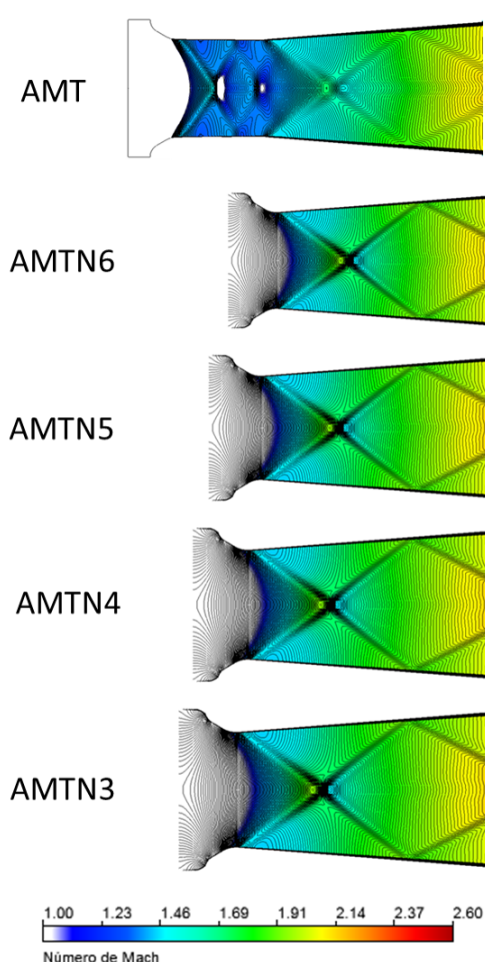


O aumento da vazão, e consequentemente do diâmetro, é realizado dividindo-se a vazão total de operação pelo número de bocais. Deste modo, AMTN5, AMTN4 e AMTN3 correspondem a lanças de 5, 4 e 3 furos, respectivamente, operando nas

mesmas condições que a lança utilizada atualmente pela ArcelorMittal Tubarão. Ao aumentar o diâmetro dos bocais, a vazão individual também aumenta.

No caso AMTN6, o núcleo potencial aumentou 9 centímetros, devido à eliminação dos choques normais no interior do bocal. A Figura 25 mostra os valores de Mach para os casos simulados. Em todos os quatro bocais projetados, com a redução do comprimento da garganta de 40 mm para 1 mm, as ondas de choque fortes (normais) foram eliminadas.

Figura 25 – Contornos do Número de Mach maiores que 1 para os casos AMT e AMTN simulados.



Como previsto no estudo de Allemand et al. (2001), aumentando-se a vazão individual de cada bocal, aumenta-se o comprimento do núcleo potencial. A simulação do bocal AMTN3 apresentou o maior comprimento do núcleo potencial, com 3,23 m, devido este operar com uma maior vazão individual em relação ao caso AMT.

A análise da Figura 23 permite inferir que o comprimento da garganta do bocal convergente-divergente deve ser o menor possível (idealmente igual a zero), para que não ocorram ondas de choque fortes, que ocasionam perdas de velocidade ao longo do escoamento.

## 5 CONCLUSÕES

Através da análise fluidodinâmica computacional, é possível observar e compreender o comportamento do escoamento de oxigênio através do bocal convergente-divergente, para os diferentes tipos de sopro de um convertedor BOF.

Ainda que o número de Mach seja o mesmo no interior do bocal para cada condição de entrada, as pressões ao longo do bocal não são iguais, podendo as condições de saída serem sobre ou subexpandidas, dependendo da diferença entre as pressões de saída do bocal e ambiente. Nos casos do sopro macio e início do sopro normal, a condição de sobreexpansão do jato torna o interior do bocal vulnerável ao contato com gases a alta temperatura do convertedor, visto que a natureza instável do choque oblíquo na saída do bocal pode ocasionar o descolamento da camada limite em torno da saída, permitindo que esses gases entrem dentro do bocal.

A diminuição do comprimento da garganta no caso (a) mostrou ser vantajoso na obtenção de um núcleo potencial maior. Ao eliminar as ondas de choque normais dentro do bocal, o comprimento do núcleo potencial do caso AMTN6 aumentou 7 cm comparado com o caso base AMT. Adicionalmente, devido à redução do comprimento da garganta, os bocais projetados possuem menor comprimento que o bocal AMT. Pode-se inferir que menos material é necessário na fabricação da ponta da lança, onde são usinados os bocais, para um bocal AMTN com mesmo diâmetro do bocal AMT.

O aumento do diâmetro, e consequentemente a redução do número de bocais na lança, também mostrou grande vantagem na obtenção de um comprimento maior do núcleo potencial. As lanças de 5, 4, e 3 furos apresentaram um comprimento do núcleo potencial 24 cm, 49 cm e 100 cm maior que o do caso base AMT, respectivamente. A partir desses resultados, infere-se que quanto menor for o número de bocais, mantendo a mesma vazão, maior poderá ser a altura da lança em relação ao banho.

A fim de obter maior confiabilidade dos resultados das simulações, é recomendável a validação experimental da influência do comprimento da garganta no comprimento do núcleo potencial. A distribuição geométrica dos bocais na lança deve ser simulada em modelagem numérica tridimensional visando avaliar o momento do jato de oxigênio sobre a superfície do banho.

## REFERÊNCIAS

- ALAM, M.; NASER, J.; BROOKS, G. A. Cfd simulation of supersonic oxygen jet behaviour inside a high temperature field. In: *Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6.
- ALLEMAND, B. et al. Theoretical and experimental study of supersonic oxygen jets. industrial application in eaf. *Revue de Métallurgie–International Journal of Metallurgy*, EDP Sciences, v. 98, n. 6, p. 571–587, 2001.
- ANDERSON, J. D. *Modern compressible flow: with historical perspective*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1990. v. 12.
- ANSYS INC. *ANSYS Fluent Theory Guide*. [S.l.], 2013.
- ASPROULIAS, I. *RANS Modelling for Compressible Turbulent Flows Involving Shock Wave Boundary Layer Interactions*. Tese (Doutorado) — University of Manchester, 2014.
- CHAVES, A. J. M. *Avaliação do desempenho operacional de um convertedor LD através do desenvolvimento do processo de sopro com lança de quatro furos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia da UFMG, Mestrado em Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, Belo Horizonte, 2006.
- CHU, K.-Y. et al. The effects of bottom blowing gas flow rate distribution during the steelmaking converter process on mixing efficiency. *Metallurgical and Materials Transactions B*, Springer, v. 47, n. 2, p. 948–962, 2016.
- FRUEHAN, R. *The Making, Shaping, and Treating of Steel: Steelmaking and refining volume*. [S.l.]: AISE Steel Foundation, 1998. (The Making, Shaping, and Treating of Steel). ISBN 9780930767020.
- GAUNTNER, J. W.; HRYCAK, P.; LIVINGOOD, J. Survey of literature on flow characteristics of a single turbulent jet impinging on a flat plate. 1970.
- LI, M. et al. Effect of operation parameters on supersonic jet behaviour of bof six-nozzle oxygen lance. *Ironmaking & Steelmaking*, Taylor & Francis, v. 41, n. 9, p. 699–709, 2014.
- LI, Z.-l.; ZHANG, L.-l.; CANG, D.-q. Temperature corrected turbulence model for supersonic oxygen jet at high ambient temperature. *ISIJ International*, The Iron and Steel Institute of Japan, v. 57, n. 4, p. 602–608, 2017.
- MACHADO, M.; V.P.F, M. S.; ARRIVABENE, L. *Siderurgia para não siderurgistas*. [S.l.: s.n.], 2003.
- NAITO, K.-i. et al. Characteristics of jets from top-blown lance in converter. *ISIJ international*, The Iron and Steel Institute of Japan, v. 40, n. 1, p. 23–30, 2000.
- SUMI, I. et al. Effect of high-temperature field on supersonic oxygen jet behavior. *ISIJ international*, The Iron and Steel Institute of Japan, v. 46, n. 9, p. 1312–1317, 2006.

TAGO, Y.; HIGUCHI, Y. Fluid flow analysis of jets from nozzles in top blown process. *ISIJ international*, The Iron and Steel Institute of Japan, v. 43, n. 2, p. 209–215, 2003.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. [S.l.]: Pearson Education, 2007.

WHITE, F. M.; CORFIELD, I. *Viscous fluid flow*. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education Boston, 2006. v. 3.

ZUCROW, M. J.; HOFFMAN, J. D. Gas dynamics. *New York: Wiley*, 1976, 1976.