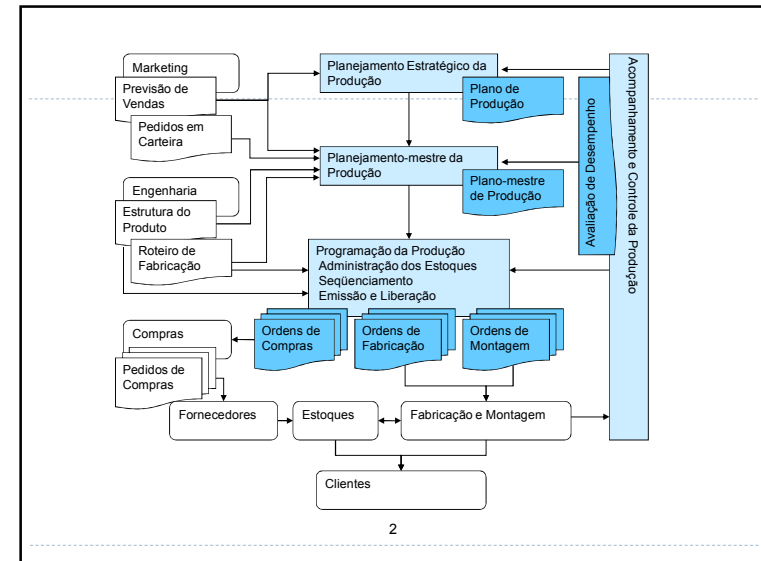


GESTÃO DA PRODUÇÃO

Introdução à Previsão de Demanda

UFES

Prof. Dr. Joao Ferreira Netto



Bibliografia Principal

- Hanke, J.E & Reitsch A.G. (1998) Business Forecasting. 6th Edition, Prentice Hall, Upper Sadle River, NJ.

Por quê Prever?

- Todas as organizações operam em uma atmosfera de incerteza.
- Apesar das incertezas, há a necessidade de tomar decisões sobre o futuro.
- Necessidade de reação rápida face a um ambiente externo dinâmico.
- Empregar métodos lógicos e científicos que se baseiam em dados gerados por eventos históricos.
- Decisões com respaldo x Decisões intuitivas.

Exemplos

- Qual será a arrecadação de tributos federais nos próximos 2 anos?
- Como as vendas serão afetadas se o orçamento com publicidade aumentar em 10%?
- Qual será o montante total concedido nas diversas linhas de empréstimo de um banco nos próximos 10 anos?
- Haverá recessão na economia nos próximos 5 anos? Quando terá início? Por quanto tempo durará? Quão severa ela será?
- Qual o futuro do sistema bancário?

Metodologia

1. **Coleta de Dados** - refere-se à coleta apropriada dos dados necessários;
2. **Preparação dos Dados** - etapa em que os dados serão adaptados para emprego dos modelos de previsão. Poderá haver excesso ou falta de dados, ou os dados poderão ser válidos apenas para determinados períodos, etc.;
3. **Elaboração do Modelo** - consiste em aderir os dados coletados a um modelo de previsão visando a minimização do erro de previsão ("forecasting error");

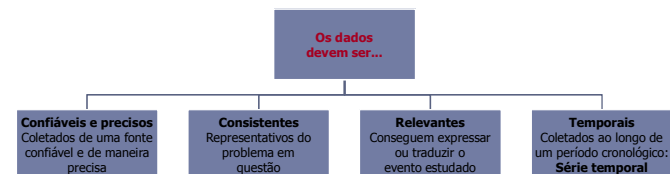
Metodologia

3. **Elaboração do Modelo** - ... quanto mais simples o modelo, maior a facilidade de compreensão e aceitação dos resultados;
4. **Extrapolação dos Resultados** - consiste da previsão propriamente dita, ou seja, da obtenção, interpretação e aplicação dos resultados obtidos.

Origem dos Dados

"Garbage in, garbage out" (GIGO)

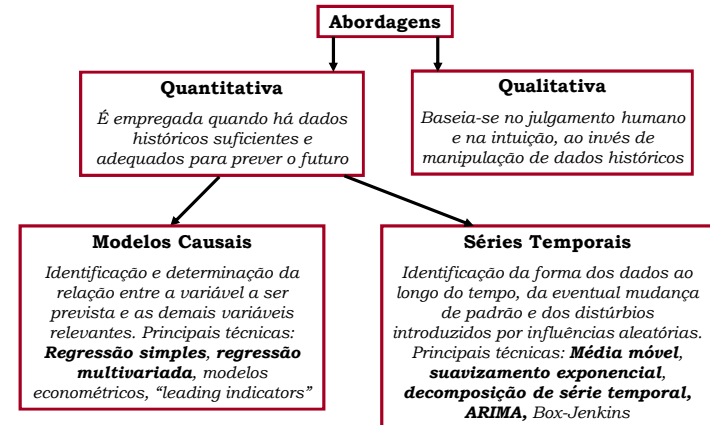
Uma previsão não oferece mais precisão do que os dados nos quais ela se baseia.



Origem dos Dados

- Fontes Primárias** – requer métodos de coleta (levantamento) dos dados brutos.
Especificação do universo
Dimensionamento da amostra
Técnicas de amostragem
- Fontes Secundárias** – dados coletados já publicados e divulgados (fontes confiáveis!?).
Internet
Órgãos governamentais
Associações de classe

Abordagens de Previsão



Modelos Qualitativos

Tipo	Características	Aspectos +	Aspectos -
Opinião Executivos	Um grupo de executivos reúnem-se e propõem uma previsão	Bom para decisões estratégicas ou previsão sobre novos produtos	Uma opinião poderá ser dominante
Pesquisa de Mercado	Uso de pesquisas e entrevistas para identificar a preferência dos clientes	Bom determinante da preferência dos consumidores	Poderá ser difícil elaborar um bom questionário
Método Delphi	Busca encontrar um consenso entre diversos especialistas	Excelente para previsão de longo prazo, considerando mudanças tecnológicas e avanços científicos	Processo demorado e caro

Série Temporal

- Uma série temporal consiste em dados que são coletados, registrados ou observados em sucessivos incrementos de tempo.
- A análise de séries temporais requer a aplicação de um procedimento sistematizado.
- Decomposição da série nas componentes: tendência, cíclica, sazonalidade e irregular.

Componente de Tendência

- A tendência é uma componente de longo prazo que representa o crescimento ou o decréscimo de uma série temporal sobre um período estendido de tempo.
- Exemplo de influências: crescimento populacional, inflação, mudanças tecnológicas, aumento de produtividade.

Componente Cíclica

- A componente cíclica é uma flutuação 'em forma de onda' em torno de uma tendência, e usualmente é afetada por questões econômicas (ciclos econômicos). Padrões cíclicos tendem a se repetir a cada 2, 3 ou mais anos.

Componente Sazonal

- A componente sazonal se refere a um padrão de mudança que se repete a cada ano. Para uma série mensal, por exemplo, deve ser determinada a variação que é observada a cada mês.

Componente Irregular

- A componente irregular mede a variabilidade da série temporal depois que as outras componentes foram removidas.

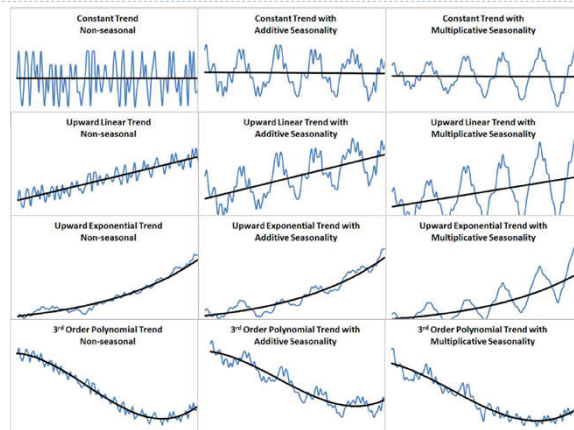
Decomposição de Série Temporal

- Uma série temporal pode ser representadas pelas diferentes componentes, consideradas de forma aditiva ou multiplicativa.
- *Aditiva:*
 $Y_t = \text{tendência} + \text{sazonalidade} + \text{ruído}$
- *Multiplicativa:*
 $Y_t = \text{tendência} * \text{sazonalidade} * \text{ruído}$
- OBS: i) 'Ruído' é a componente irregular; ii) a componente cíclica, usualmente de difícil identificação, pode ser incorporada na componente de tendência; iii) alguns autores representam Y_t ajustada por uma 'média'.

Decomposição de Série Temporal

- Um modelo multiplicativo é indicado nos casos em que as flutuações sazonais aumentam ou diminuem proporcionalmente com o aumento ou decréscimo do nível da série temporal.

Decomposição de Série Temporal



<http://www.datasciencecentral.com/profiles/blogs/selecting-forecasting-methods-in-data-science>

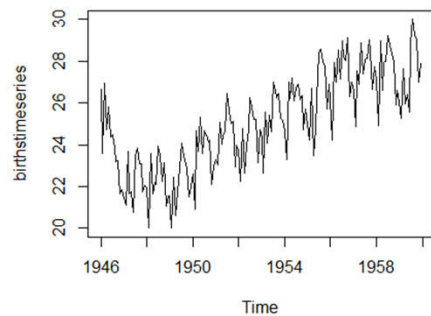
Exemplo

- Considere o registro do número de nascimentos em Nova York, entre 1946 e 1959, mês a mês.

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1946	26.663	23.598	26.931	24.740	25.806	24.364	24.477	23.901	23.175	23.227	21.672	21.870
1947	21.439	21.089	23.709	21.669	21.752	20.761	23.479	23.824	23.105	23.110	21.759	22.073
1948	21.937	20.035	23.590	21.672	22.222	22.123	23.950	23.504	22.238	23.142	21.059	21.573
1949	21.548	20.000	22.424	20.615	21.761	22.874	24.104	23.748	23.262	22.907	21.519	22.025
1950	22.604	20.894	24.677	23.673	25.320	23.583	24.671	24.454	24.122	24.252	22.084	22.991
1951	23.287	23.049	25.076	24.037	24.430	24.667	26.451	25.618	25.014	25.110	22.964	23.981
1952	23.798	22.270	24.775	22.646	23.988	24.737	26.276	25.816	25.210	25.199	23.162	24.707
1953	24.364	22.644	25.565	24.062	25.431	24.635	27.009	26.606	26.268	26.462	25.246	25.180
1954	24.657	23.304	26.982	26.199	27.210	26.122	26.706	26.878	26.152	26.379	24.712	25.688
1955	24.990	24.239	26.721	23.475	24.767	26.219	28.361	28.599	27.914	27.784	25.693	26.881
1956	26.217	24.218	27.914	26.975	28.527	27.139	28.982	28.169	28.056	29.136	26.291	26.987
1957	26.589	24.848	27.543	26.896	28.878	27.390	28.065	28.141	29.048	28.484	26.634	27.735
1958	27.132	24.924	28.963	26.589	27.931	28.009	29.229	28.759	28.405	27.945	25.912	26.619
1959	26.076	25.286	27.660	25.951	26.398	25.565	28.865	30.000	29.261	29.012	26.992	27.897

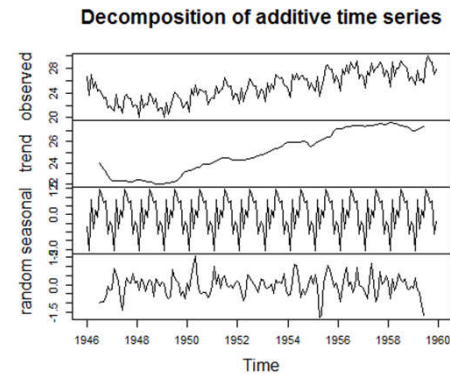
Fonte: <http://a-little-book-of-r-for-time-series.readthedocs.io/en/latest/src/timeseries.html>

Exemplo



Fonte: <http://a-little-book-of-r-for-time-series.readthedocs.io/en/latest/src/timeseries.html>

Exemplo



Fonte: <http://a-little-book-of-r-for-time-series.readthedocs.io/en/latest/src/timeseries.html>

Análise de Autocorrelação

Autocorrelação

- Autocorrelação de uma série temporal (variável medida ao longo do tempo), é a correlação desta variável com ela mesma, porém defasada de 1 ou mais períodos.

Autocorrelação

- A análise de autocorrelação fornece elementos para compreender a série de dados.
- Se a série é aleatória, a correlação entre Y_t e Y_{t-1} é próxima de zero.
- Se a série tem tendência, então Y_t e Y_{t-1} são altamente correlacionados, sendo r_k *significativamente diferente de zero* para $k = 1$ e $k = 2 \dots$, e progressivamente diminui para defasagens maiores.
- Se a série for sazonal, então a correlação será mensal, quadrimestral, etc.

Autocorrelação

- Coeficiente de autocorrelação:
- $$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$
- Onde:
 - r_k - coeficiente de autocorrelação para defasagem de k períodos
 - Y_t - observação da série temporal no instante t
 - Y_{t-k} - observação da série temporal no instante $t - k$
 - $\bar{Y}$ - valor médio da série temporal

Autocorrelação – Exemplo 1

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$ (defasagem de 1 período).

t	Mês	Y_t
1	Janeiro	123
2	Fevereiro	130
3	Março	125
4	Abril	138
5	Maio	145
6	Junho	142
7	Julho	141
8	Agosto	146
9	Setembro	147
10	Outubro	157
11	Novembro	150
12	Dezembro	160



Autocorrelação – Exemplo 1

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$ (defasagem de 1 período).

t	Mês	Y_t	Y_{t-1}	$(Y_t - \bar{Y})$	$(Y_{t-1} - \bar{Y})$	$(Y_t - \bar{Y})^2$	$(Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})$
1	Janeiro	123		-19		361	
2	Fevereiro	130	123	-12	-19	144	228
3	Março	125	130	-17	-12	289	204
4	Abril	138	125	-4	-17	16	68
5	Maio	145	138	3	-4	9	-12
6	Junho	142	145	0	3	0	0
7	Julho	141	142	-1	0	1	0
8	Agosto	146	141	4	-1	16	-4
9	Setembro	147	146	5	4	25	20
10	Outubro	157	147	15	5	225	75
11	Novembro	150	157	8	15	64	120
12	Dezembro	160	150	18	8	324	144

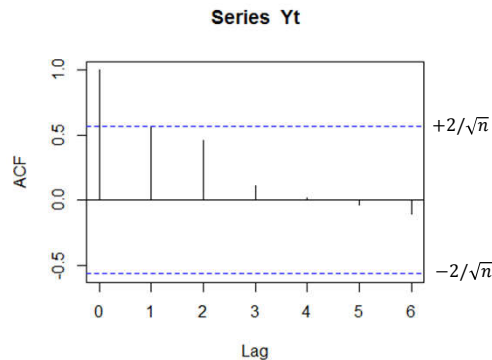
$$\bar{Y} = 142$$

$$\frac{1474}{12} = 122,83$$

$$r_1 = \frac{843}{1474} = 0,57$$

Autocorrelação

- Autocorrelograma ($r_1 = 0,57; r_2 = 0,46$)



Autocorrelação

- Como saber se os coeficientes de autocorrelação, para diferentes defasagens, são significativamente diferente de zero?
- É possível demonstrar que os coeficientes de autocorrelação de dados aleatórios podem ser aproximados por uma curva normal com média zero e desvio padrão $1/\sqrt{n}$.
- Podemos assim aplicar um teste de hipótese para determinar se os coeficientes de autocorrelação de uma amostra, para uma determinada defasagem, possuem média zero.

Autocorrelação

- Para cálculo do erro padrão dos coeficientes de autocorrelação:
- $$SEr(k) = \sqrt{\frac{1+2 \sum_{i=1}^{k-1} (r_i)^2}{n}}$$
- Onde:
 - $SEr(k)$ - erro padrão dos coeficientes de autocorrelação
 - r_i - autocorrelação com defasagem i
 - n - número de observações na série temporal

Autocorrelação

- Aproximando a curva normal pela distribuição de Student, um valor será considerado igual a zero se estiver no intervalo dado por $[-t * SEr(k), +t * SEr(k)]$, onde t é o valor da estatística da distribuição de Student para um dado nível de significância.

Autocorrelação

- Teste de hipótese: $\begin{cases} H_0: \rho_1 = 0 \\ H_1: \rho_1 \neq 0 \end{cases}$
- $t = \frac{r_k - \rho_k}{SEr(k)}$
- Para o exemplo 1, verificar se r_1 e r_2 são significativamente diferentes de zero, para nível de significância $\alpha = 5\%$, e $n - 1 = 11$ graus de liberdade.
- O valor tabelado de t é 2,2.
- Assim, se $t < -2,2$ ou $t > +2,2$, rejeita-se a hipótese nula.

Autocorrelação

- $SEr(1) = \sqrt{\frac{1+2 \sum_{i=1}^{k-1} (r_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{1+2 \sum_{i=1}^{1-1} (r_i)^2}{12}} = \sqrt{\frac{1}{12}} = 0,2887$
- $t = \frac{r_1 - \rho_1}{SEr(1)} = \frac{0,572 - 0,0}{0,2887} = 1,98 < 2,2$
- Não rejeitar a hipótese nula para $k=1$.
- $SEr(2) = \sqrt{\frac{1+2 \sum_{i=1}^{k-1} (r_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{1+2 \sum_{i=1}^{2-1} (r_i)^2}{12}} = \sqrt{\frac{1,6544}{12}} = 0,371$
- $t = \frac{r_2 - \rho_2}{SEr(2)} = \frac{0,463 - 0,0}{0,371} = 1,25 < 2,2$
- Não rejeitar a hipótese nula para $k=2$.

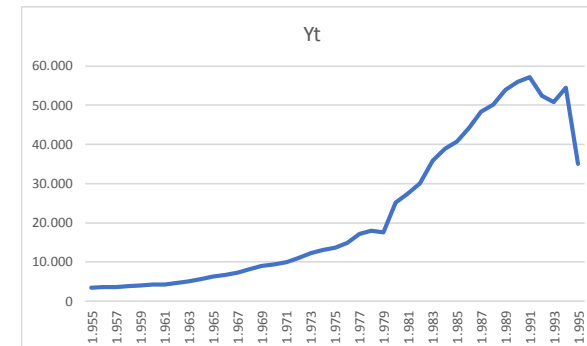
Autocorrelação – Exemplo 2

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$, $k=2$, $k=3$ e $k=4$.

t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t
1.955	3.307	1.966	6.769	1.976	14.950	1.986	44.282
1.956	3.556	1.967	7.296	1.977	17.224	1.987	48.440
1.957	3.601	1.968	8.178	1.978	17.946	1.988	50.251
1.958	3.721	1.969	8.844	1.979	17.514	1.989	53.794
1.959	4.036	1.970	9.251	1.980	25.195	1.990	55.972
1.960	4.134	1.971	10.006	1.981	27.357	1.991	57.242
1.961	4.268	1.972	10.991	1.982	30.020	1.992	52.345
1.962	4.578	1.973	12.306	1.983	35.883	1.993	50.838
1.963	5.093	1.974	13.101	1.984	38.828	1.994	54.559
1.964	5.716	1.975	13.639	1.985	40.715	1.995	34.925
1.965	6.357						

Autocorrelação – Exemplo 2

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$, $k=2$, $k=3$ e $k=4$.

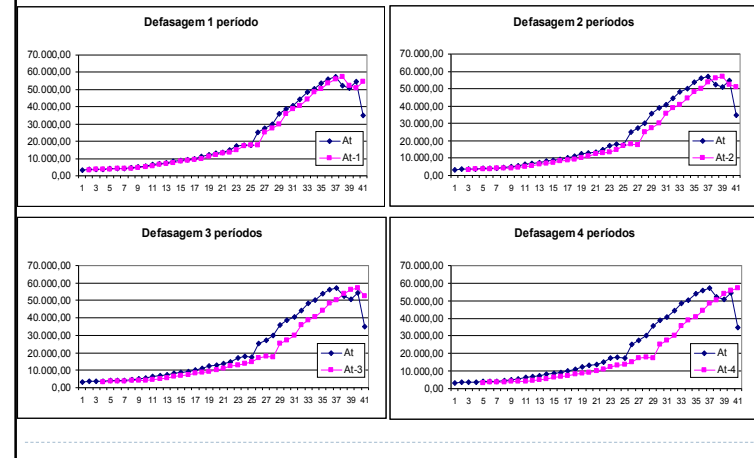


Autocorrelação – Exemplo 2

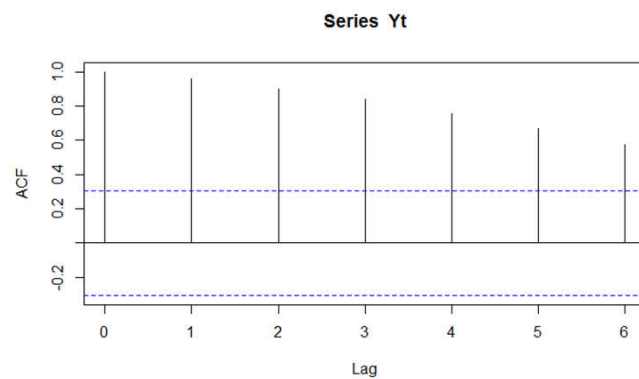
Defasagem	Coefficiente de Autocorrelação	SEr(k)	t
$k = 1$	0,960	0,156	6,150
$k = 2$	0,901	0,263	3,422
$k = 3$	0,838	0,330	2,538
$k = 4$	0,758	0,379	2,002

- Para nível de significância $\alpha = 5\%$, e $n - 1 = 40$ graus de liberdade, o valor crítico é $t = 2,02$ (no Excel: =INV.T(97,5%;40)). Assim, r_1 , r_2 e r_3 podem ser considerados diferentes de 0.

Autocorrelação – Exemplo 2



Autocorrelação – Exemplo 2



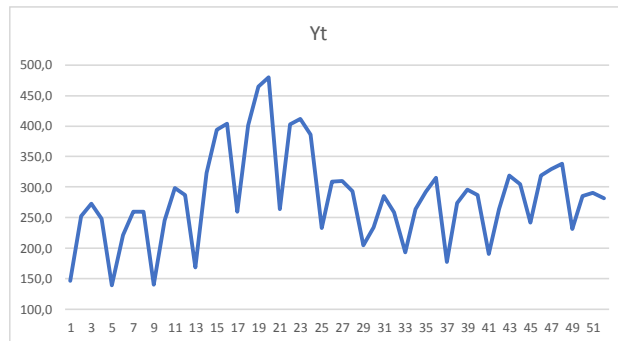
Autocorrelação – Exemplo 3

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$, $k=2$, $k=3$ e $k=4$.

Ano	Trim.	Y_t	Ano	Trim.	Y_t	Ano	Trim.	Y_t	Ano	Trim.	Y_t
1984	1	147,6	1987	2	322,6	1990	3	310,7	1993	4	286,4
1984	2	251,8	1987	3	393,5	1990	4	293,0	1994	1	190,8
1984	3	273,1	1987	4	404,3	1991	1	205,1	1994	2	263,5
1984	4	249,1	1988	1	259,7	1991	2	234,4	1994	3	318,8
1985	1	139,3	1988	2	401,1	1991	3	285,4	1994	4	305,5
1985	2	221,2	1988	3	464,6	1991	4	258,7	1995	1	242,6
1985	3	260,2	1988	4	479,7	1992	1	193,2	1995	2	318,8
1985	4	259,5	1989	1	264,4	1992	2	263,7	1995	3	329,6
1986	1	140,5	1989	2	402,6	1992	3	292,5	1995	4	338,2
1986	2	245,5	1989	3	411,3	1992	4	315,2	1996	1	232,1
1986	3	298,8	1989	4	385,9	1993	1	178,3	1996	2	285,6
1986	4	287,0	1990	1	232,7	1993	2	274,5	1996	3	291,0
1987	1	168,8	1990	2	309,2	1993	3	295,4	1996	4	281,4

Autocorrelação – Exemplo 3

- Para os dados da tabela, calcular o coeficiente de autocorrelação, para $k=1$, $k=2$, $k=3$ e $k=4$.

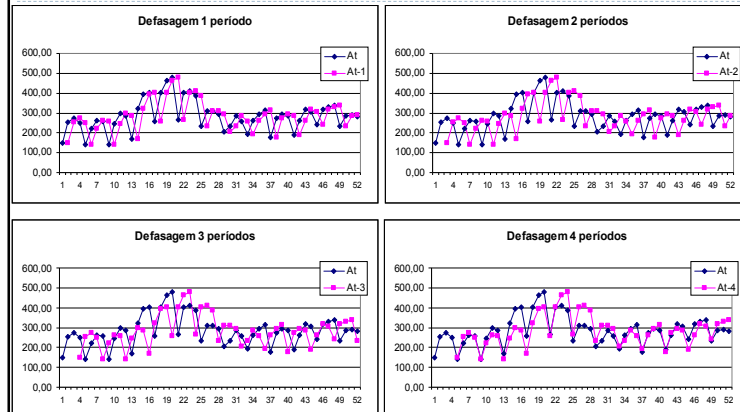


Autocorrelação – Exemplo 3

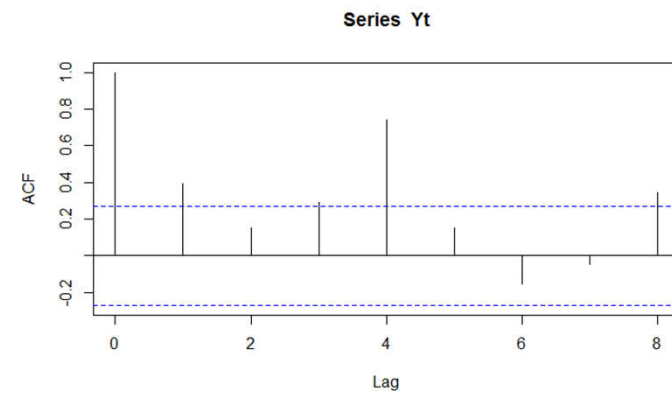
Defasagem	Coeficiente de Autocorrelação	SEr(k)	t
$k = 1$	0,393	0,139	2,833
$k = 2$	0,154	0,159	0,970
$k = 3$	0,294	0,161	1,819
$k = 4$	0,744	0,171	4,337

- Para nível de significância $\alpha = 5\%$, e $n - 1 = 51$ graus de liberdade, o valor crítico é $t = 2,01$ (no Excel: =INV.T(97,5%;51)). Assim, r_2 e r_3 não podem ser considerados diferentes de 0.

Autocorrelação – Exemplo 3

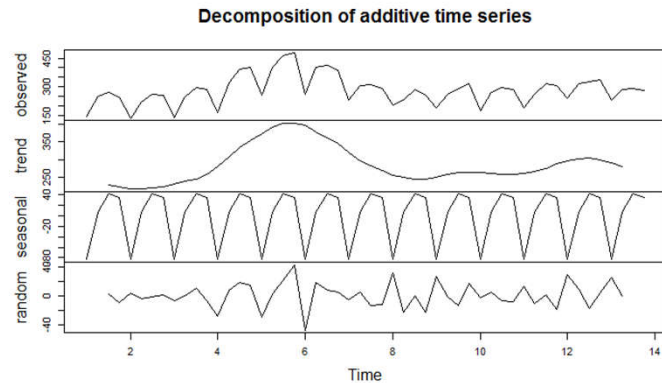


Autocorrelação – Exemplo 3



A série de dados possui correlação sazonal, com defasagem de 4 períodos.

Autocorrelação – Exemplo 3



Escolha de uma Técnica de Previsão

Escolha de uma Técnica de Previsão

- Perguntas essenciais:
 - Por quê a previsão é necessária?
 - Quem fará uso?
 - Quais as características dos dados existentes?
 - Que período deverá ser previsto?
 - Qual a precisão desejada?
 - Qual o custo da previsão?

Escolha de uma Técnica de Previsão

- Envolve:
 - Definir a natureza do problema.
 - Explicar a natureza dos dados.
 - Descrever os benefícios e as limitações das possíveis técnicas de previsão.
 - Estabelecer critérios para selecionar uma determinada técnica de previsão.

Técnica de Previsão para Dados Estacionários

Séries estacionárias são aquelas em que o valor médio não muda ao longo do tempo.

As condições que influenciam uma série de dados são estáveis. Ex: vendas de um produto que já alcançou um estado de maturação; produção de uma linha de montagem onde a taxa de falha das máquinas é conhecida e controlada.

Os dados são estáveis pois passaram por fatores de correção ou ajustes, como crescimento populacional ou inflação.

A série foi transformada em uma série estável aplicando logaritmo, raiz quadrada, etc.

Técnicas aplicáveis: métodos ingênuos, média móvel, suavizamento exponencial, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados com Tendência

Série com componente de longo prazo que representa o crescimento ou o decréscimo de uma série temporal sobre um período estendido de tempo.

Aumento de produtividade, ou era tecnológica introduzindo mudanças no estilo de vida. Ex: aumento de demanda por componentes eletrônicos com a evolução de computadores de smart-phones.

Aumento da população, que resulta no aumento de demanda por matéria prima e produtos acabados.

Aumento progressivo da fatia de mercado de um determinado produto.

Técnicas aplicáveis: média móvel, suavizamento exponencial linear de Holt e de Brown, suavizamento exponencial quadrático de Brown, modlo de Gompertz, curvas de crescimento.

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Componente sazonal indica um padrão de mudança que se repete a cada ano, e requer a aplicação de modelos aditivos ou multiplicativos, que permitam estimar os índices de sazonalidade.

Questões meteorológicas influenciando as variáveis de interesse. Ex: consumo de bebida e sorvete no verão.

Calendário anual influenciando as variáveis de interesse. Ex: vendas no período que antecede a volta às aulas; vendas no Natal, dia das Mães, etc.

Técnicas aplicáveis: suavizamento exponencial de Winter, regressão multivariada, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados Cíclicos

A componente cíclica é uma flutuação 'em forma de onda' em torno de uma tendência, e usualmente é afetada por questões econômicas (ciclos econômicos)

Ciclos econômicos.

Mudanças no comportamento / preferências / hábitos da população.

Variação da população (Ex: reduções causadas por migração, mortes, desastres naturais, etc.)

Técnicas aplicáveis: técnicas de decomposição, indicadores econômicos, modelos econométricos, regressão multi-variada, método de Box-Jenkins.

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Método	Forma dos Dados	Horizonte de Planejamento	Tipo de Modelo	Requisito Mínimo de Dados	
				Não Sazonal	Sazonal
Ingênuo	ST, T, S	S	TS	1	
Média simples	ST	S	TS	30	
Média móvel	ST	S	TS	4-20	
Suavizamento exponencial	ST	S	TS	2	
Suavizamento exponencial linear	T	S	TS	3	
Suavizamento exponencial quadrático	T	S	TS	4	
Suavizamento exponencial sazonal	S	S	TS		2xL
Filtro adaptativo	S	S	TS		5xL
Regressão simples	T	I	C	10	
Regressão multivariada	C, S	I	C	10xV	

Forma dos Dados ST: Estacionário; T: Tendência; S: Sazonal; C: Cíclico
Horizonte de Planejamento S: Curto Prazo (menos de 3 meses); I: Intermediário; L: Longo prazo
Tipo de Modelo TS: Série temporal; C: Causal
Sazonal L: Extensão da sazonalidade
Variável V: Número de variáveis

Técnica de Previsão para Dados com Sazonalidade

Método	Forma dos dados	Horizonte de Planejamento	Tipo de Modelo	Requisito Mínimo de Dados	
				Não Sazonal	Sazonal
Decomposição clássica	S	S	TS		5xL
Modelos de tendência exponencial	T	I, L	TS	10	
Ajuste de curva-S	T	I, L	TS	10	
Modelos de Gompertz	T	I, L	TS	10	
Curvas de crescimento	T	I, L	TS	10	
Census II	S	S	TS		6xL
Box-Jenkins	ST, T, C, S	S	TS	24	3xL
Indicadores principais	C	S	C	24	
Modelos econométricos	C	S	C	30	
Regressão de série temporal múltipla	T, S	I, L	C		6xL

Forma dos Dados ST: Estacionário; T: Tendência; S: Sazonal; C: Cíclico
Horizonte de Planejamento S: Curto Prazo (menos de 3 meses); I: Intermediário; L: Longo prazo
Tipo de Modelo TS: Série temporal; C: Causal
Sazonal L: Extensão da sazonalidade
Variável V: Número de variáveis

Medindo o Erro de Previsão

Medindo o Erro de Previsão

- Notação matemática:
 - Y_t valor da série temporal no instante t
 - $\hat{Y}_t$ valor previsto para o instante t
 - $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ erro de previsão ou residuo
- Um modelo de previsão consiste, para uma série histórica de dados, fazer previsões para os valores desta série.

MAD - Mean Absolute Deviation Desvio Absoluto Médio

- $MAD = \frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|}{n}$
- Esta medida de erro refere-se à média das magnitudes dos erros de previsão, e tem como vantagem ter a mesma unidade de medida da série original.

MSE - Mean Square Error Erro Quadrático Médio

- $MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}$
- Esta medida de erro penaliza os maiores desvios, já que computa o erro quadrático. Pode ser que o modelo desejado de previsão seja aquele que erre 'pouco', e o MSE dará subsídios para comparar diferentes técnicas.

MAPE - Mean Absolute Percentage Error Erro Absoluto Percentual Médio

- $MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{n}$
- Esta medida de erro expressa o valor do erro (desvio), em relação ao valor da série de dados, indicando, assim, o erro percentual médio.

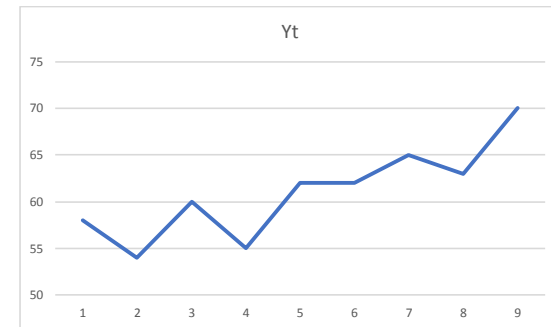
MPE - Mean Percentage Error Erro Percentual Médio

- $MPE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{Y}_t)}{Y_t}}{n}$
- Esta medida de erro permite avaliar se há viés no modelo de previsão. Se o modelo não for enviesado, então o MPE será próximo de zero. Caso MPE seja 'muito' positivo, conclui-se que o modelo, em média, subestima o valor da série temporal. Em caso contrário, o modelo de previsão, em média, superestima o valor da série temporal.

Exemplo

- Seja o seguinte conjunto de dados: 58, 54, 60, 55, 62, 62, 65, 63, 70. Estes dados indicam o número de clientes que procuram um determinado serviço especializado.
- Considerando que o valor da série histórica de um período é uma boa forma de prever o que vai ocorrer no período seguinte, calcule a previsão para o instante 10, e os erros de previsão associados.

Exemplo



Exemplo

t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1	58						
2	54	58	-4	4	16	7,4%	-7,4%
3	60	54	6	6	36	10,0%	10,0%
4	55	60	-5	5	25	9,1%	-9,1%
5	62	55	7	7	49	11,3%	11,3%
6	62	62	0	0	0	0,0%	0,0%
7	65	62	3	3	9	4,6%	4,6%
8	63	65	-2	2	4	3,2%	-3,2%
9	70	63	7	7	49	10,0%	10,0%
		MAD	MSE	MAPE	MPE		
		1,5	4,25	23,5	6,9%	2,0%	

- Os erros indicam que o desvio médio é 4,25 clientes (6,9%); a previsão não apresenta viés, já que o MPE $\sim$ 2,0%. A previsão para o período 10 é 70.

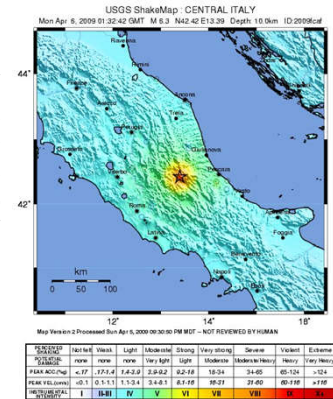
Critério de Aceitação do Modelo de Previsão

- Os resíduos podem ser considerados como uma série aleatória? Para isso, aplicar uma análise de autocorrelação aos resíduos.
- Os resíduos são distribuídos aproximadamente por uma curva normal?
- A técnica é simples de ser usada, e de fácil compreensão pelos tomadores de decisão?

Terremoto em L'Aquila, Itália (2009)

Terremoto em L'Aquila, Itália (2009)

O sismo de Áquila de 2009 foi um sismo de 6,3 graus na escala de magnitude de momento sísmico, segundo o United States Geological Survey (6.7 graus na escala de Richter) registado em 6 de abril de 2009 na zona central da península Itálica. O epicentro foi sob a cidade de Áquila, região de Abruzzos. Em Roma, a sua magnitude foi de 4,6 graus Richter. O sismo deixou 309 mortos, cerca de 1000 feridos, 15 desaparecidos e centenas de edificações total ou parcialmente destruídas, sobretudo na cidade de Áquila, mas também em outras localidades próximas, como Onna.



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Sismo_de_3%81quila_de_2009

Terremoto em L'Aquila, Itália (2009)

- Por não prevenirem a população local a respeito do risco do terremoto, apesar dos quase 200 tremores de menor intensidade, os geólogos responsáveis pela análise sísmica foram considerados culpados pela morte de 309 pessoas, e presos.
- Italy scientists on trial over L'Aquila earthquake - <http://www.bbc.com/news/world-europe-14981921>
- Can we predict when and where quakes will strike? - <http://www.bbc.com/news/science-environment-14991654>
- Jailing of Italian seismologists leaves scientific community in shock - <https://www.theguardian.com/world/2012/oct/23/jail-ing-italian-seismologists-scientific-community>

Italy scientists on trial over L'Aquila earthquake

The 6.3 magnitude quake devastated the city and killed 309 people. Prosecutors allege the defendants gave a falsely reassuring statement before the quake after studying hundreds of tremors that had shaken the city. *The defence argues that there is no way to predict major earthquakes even in a seismically active area.* The prosecutors accuse the seven of "negligence and imprudence... of having provided an approximate, generic and ineffective assessment of seismic activity risks as well as incomplete, imprecise and contradictory information". As the trial opened, L'Aquila prosecutor Alfredo Rossini told reporters: "We simply want justice". The defendants face up to 15 years in jail. Lawyers for civil plaintiffs - who include the local council - are seeking damages of 50m euros (£45m). The civil portion of the case will be heard alongside the criminal case. Only one of the seven defendants - who include some of Italy's most distinguished geophysicists and members of the country's civil protection agency - was present on the opening day of the trial, which has now been adjourned until 1 October. "I thought it was important to be here because this is my land, and I also wanted to underline the professionalism and the quality of the other public officials," said Bernardo De Bernardinis, former vice-president of the Civil Protection Agency's technical department. "I am from Abruzzo and I owe it to the people of this area". <http://www.bbc.com/news/world-europe-14981921>

Métodos

- Serão estudados métodos orientados pelos dados (“data-driven” methods).
- Conseguem captar variações locais (oscilações) dos dados.

Roteiro

1. Modelos Ingênuos
2. Média Simples
3. Média Móvel
4. Média Móvel Dupla
5. Suavizamento Exponencial
6. Suavizamento Exponencial Duplo
7. Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)
8. Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Winter)

1. Modelos Ingênuos

- Os métodos ingênuos assumem que o uso das informações mais recentes é a melhor forma de previsão.
- Na sua forma mais simples $\hat{Y}_{t+1} = Y_t$, onde $\hat{Y}_{t+1}$ é a previsão para o período $t + 1$, feita no período t .

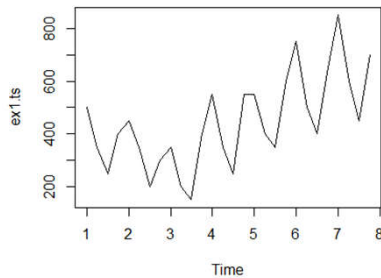
1. Modelos Ingênuos

- Considere uma empresa em que as vendas foram agrupadas trimestralmente.

Ano	Trimestre	t	Y_t	Ano	Trimestre	t	Y_t
1990	1	1	500	1994	1	17	550
	2	2	350		2	18	400
	3	3	250		3	19	350
	4	4	400		4	20	600
1991	1	5	450	1995	1	21	750
	2	6	350		2	22	500
	3	7	200		3	23	400
	4	8	300		4	24	650
1992	1	9	350	1996	1	25	850
	2	10	200		2	26	600
	3	11	150		3	27	450
	4	12	400		4	28	700
1993	1	13	550				
	2	14	350				
	3	15	250				
	4	16	550				

1. Modelos Ingênuos

- Considere uma empresa em que as vendas foram agrupadas trimestralmente.



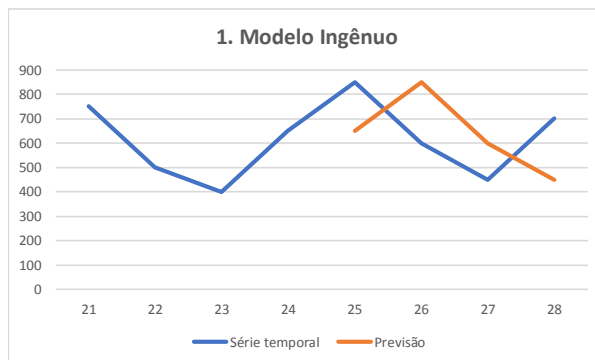
1. Modelos Ingênuos

- Aplique o modelo ingênuo $\hat{Y}_{t+1} = Y_t$, para o período de testes iniciando em $t = 25$.

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	650	200	200	40.000	23,5%	23,5%
	2	26	600	850	-250	250	62.500	41,7%	-41,7%
	3	27	450	600	-150	150	22.500	33,3%	-33,3%
	4	28	700	450	250	250	62.500	35,7%	35,7%
					700				
					MAD		MSE	MAPE	MPE
					213		46.875	33,6%	-3,9%

1. Modelos Ingênuos

- $\hat{Y}_{t+1} = Y_t$



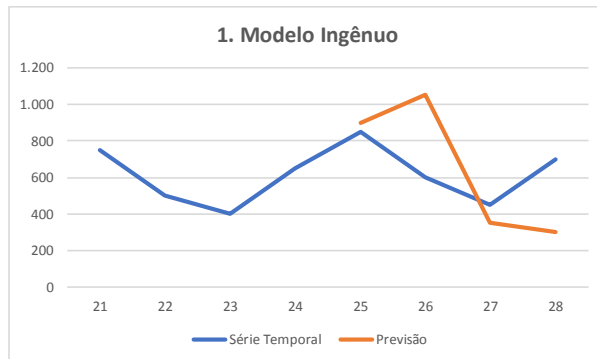
1. Modelos Ingênuos

- Tendo em vista que os dados apresentam uma tendência de crescimento, o modelo ingênuo pode ser adaptado para contemplar a componente de tendência: $\hat{Y}_{t+1} = Y_t + (Y_t - Y_{t-1})$.

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	900	-50	50	2.500	5,9%	-5,9%
	2	26	600	1.050	-450	450	202.500	75,0%	-75,0%
	3	27	450	350	100	100	10.000	22,2%	22,2%
	4	28	700	300	400	400	160.000	57,1%	57,1%
					950				
					MAD		MSE	MAPE	MPE
					250		93.750	40,1%	-0,4%

1. Modelos Ingênuos

➤ $\hat{Y}_{t+1} = Y_t + (Y_t - Y_{t-1})$



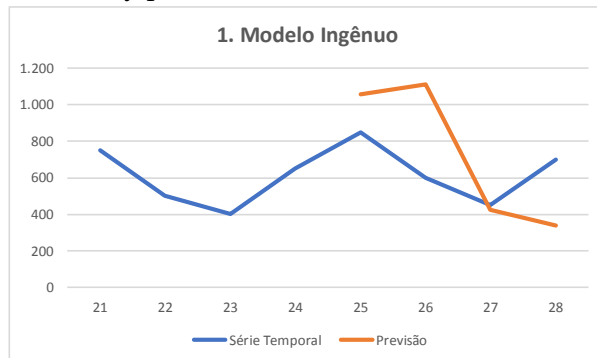
1. Modelos Ingênuos

- Às vezes, a taxa de variação poderá ser mais apropriada que o valor absoluto da mudança, tendo como modelo de previsão: $\hat{Y}_{t+1} = Y_t \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$.

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	1.056	-206	206	42.539	24,3%	-24,3%
	2	26	600	1.112	-512	512	261.672	85,3%	-85,3%
	3	27	450	424	26	26	701	5,9%	5,9%
	4	28	700	338	363	363	131.406	51,8%	51,8%
					1.089				
					MAD		MSE	MAPE	MPE
					277		109.079	41,8%	-13,0%

1. Modelos Ingênuos

➤ $\hat{Y}_{t+1} = Y_t \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$



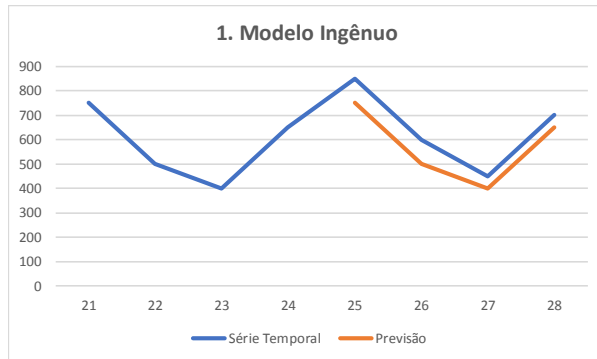
1. Modelos Ingênuos

- Como existe variação sazonal, então uma forma possível de prever é: $\hat{Y}_{t+1} = Y_{t-3}$.

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	750	100	100	10.000	11,8%	11,8%
	2	26	600	500	100	100	10.000	16,7%	16,7%
	3	27	450	400	50	50	2.500	11,1%	11,1%
	4	28	700	650	50	50	2.500	7,1%	7,1%
					850				
					MAD		MSE	MAPE	MPE
					75		6.250	11,7%	11,7%

1. Modelos Ingênuos

➤ $\hat{Y}_{t+1} = Y_{t-3}$



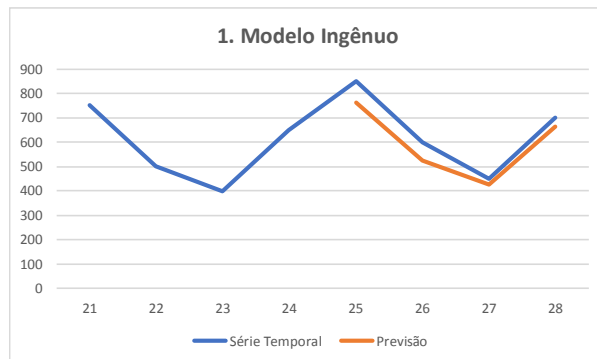
1. Modelos Ingênuos

➤ Adicionalmente, a tendência poderá ser considerada: $\hat{Y}_{t+1} = Y_{t-3} + \frac{(Y_t - Y_{t-1}) + \dots + (Y_{t-3} - Y_{t-4})}{4}$.

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	763	88	88	7.656	10,3%	10,3%
	2	26	600	525	75	75	5.625	12,5%	12,5%
	3	27	450	425	25	25	625	5,6%	5,6%
	4	28	700	663	38	38	1.406	5,4%	5,4%
			863			MAD	MSE	MAPE	MPE
						56	3.828	8,4%	8,4%

1. Modelos Ingênuos

➤ $\hat{Y}_{t+1} = Y_{t-3} + \frac{(Y_t - Y_{t-1}) + \dots + (Y_{t-3} - Y_{t-4})}{4}$



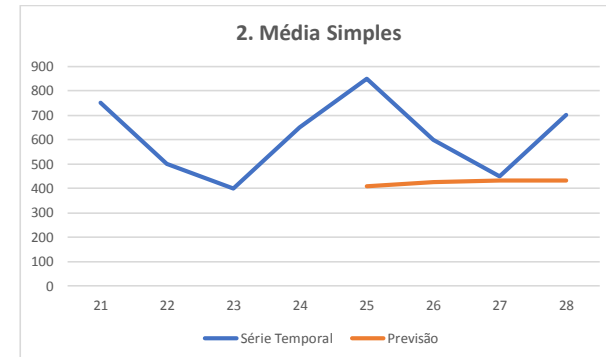
2. Média Simples

➤ Os dados históricos são suavizados por meio de uma curva média simples, e as flutuações observadas podem ser consideradas como variações aleatórias. Os t períodos iniciais são considerados com períodos de inicialização. A previsão é dada por: $\hat{Y}_{t+1} = \frac{\sum_{s=1}^t Y_s}{t}$

2. Média Simples

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1995	1	21	750						
	2	22	500						
	3	23	400						
	4	24	650						
1996	1	25	850	408,3	442	442	195.069	52,0%	52,0%
	2	26	600	426,0	174	174	30.276	29,0%	29,0%
	3	27	450	432,7	17	17	300	3,8%	3,8%
	4	28	700	433,3	267	267	71.111	38,1%	38,1%
				442,9					
					MAD	MSE	MAPE	MPE	
					225	74.189	30,7%	30,7%	

2. Média Simples



3. Média Móvel

- A técnica da média simples utiliza todo o histórico para prever. Contudo, muitas vezes a informação mais relevante para prever é a mais recente.
- A técnica da média móvel considera os últimos n dados como relevantes para previsão. Assim: $\hat{Y}_{t+1} = M_t = \frac{Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-n+1}}{n}$
- O mesmo peso é dado a cada registro da série histórica.

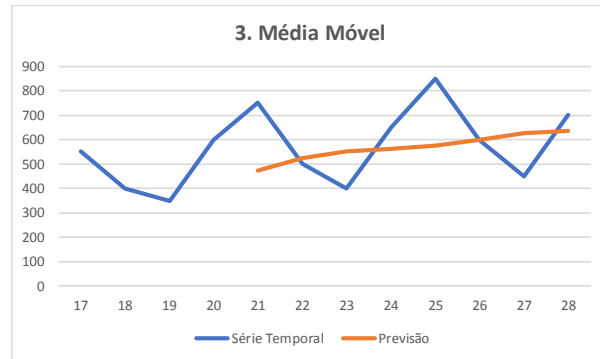
3. Média Móvel

- Média móvel $n=4$;

Ano	Trimestre	t	Y_t	M_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1994	1	17	550							
	2	18	400							
	3	19	350							
	4	20	600	475,0						
1995	1	21	750	525,0	475,0	275,0	275,0	75.625,0	36,7%	36,7%
	2	22	500	550,0	525,0	-25,0	25,0	625,0	5,0%	-5,0%
	3	23	400	562,5	550,0	-150,0	150,0	22.500,0	37,5%	-37,5%
	4	24	650	575,0	562,5	87,5	87,5	7.656,3	13,5%	13,5%
1996	1	25	850	600,0	575,0	275,0	275,0	75.625,0	32,4%	32,4%
	2	26	600	625,0	600,0	0,0	0,0	0,0	0,0%	0,0%
	3	27	450	637,5	625,0	-175,0	175,0	30.625,0	38,9%	-38,9%
	4	28	700	650,0	637,5	62,5	62,5	3.906,3	8,9%	8,9%
					650,0					
						MAD	MSE	MAPE	MPE	
						131	27.070	21,6%	1,3%	

3. Média Móvel

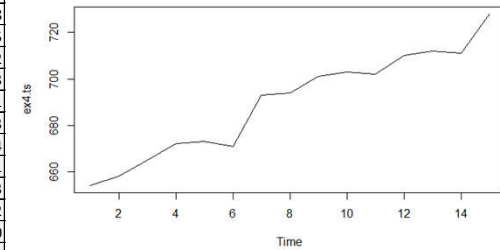
- Média móvel $n=4$;



3. Média Móvel

- Exemplo 2 – Série com tendência

t	Y_t
1	654
2	658
3	665
4	672
5	673
6	671
7	693
8	694
9	701
10	703
11	702
12	710
13	712
14	711
15	728



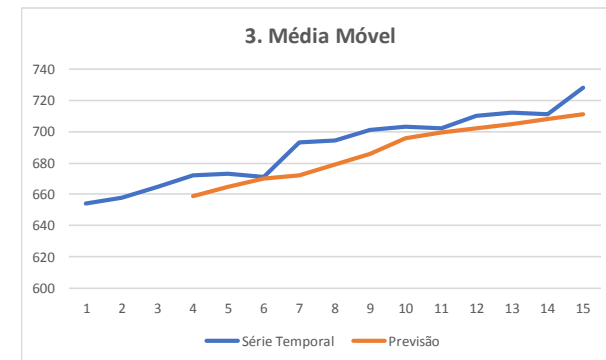
3. Média Móvel

- Média móvel $n=3$;

t	Y_t	M_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1	654							
2	658							
3	665	659,0						
4	672	665,0	659,0	13,0	13,0	169,0	1,9%	1,9%
5	673	670,0	665,0	8,0	8,0	64,0	1,2%	1,2%
6	671	672,0	670,0	1,0	1,0	1,0	0,1%	0,1%
7	693	679,0	672,0	21,0	21,0	441,0	3,0%	3,0%
8	694	686,0	679,0	15,0	15,0	225,0	2,2%	2,2%
9	701	696,0	686,0	15,0	15,0	225,0	2,1%	2,1%
10	703	699,3	696,0	7,0	7,0	49,0	1,0%	1,0%
11	702	702,0	699,3	2,7	2,7	7,1	0,4%	0,4%
12	710	705,0	702,0	8,0	8,0	64,0	1,1%	1,1%
13	712	708,0	705,0	7,0	7,0	49,0	1,0%	1,0%
14	711	711,0	708,0	3,0	3,0	9,0	0,4%	0,4%
15	728	717,0	711,0	17,0	17,0	289,0	2,3%	2,3%
				717,0				
				MAD	MSE	MAPE	MPE	
				9,8	132,7	1,4%	1,4%	

3. Média Móvel

- Média móvel $n=3$;



Previsão de Demanda

Exercício

Uma casa de shows teve nos últimos 6 meses o seguinte volume de vendas para seu produto "Bebida Tonner Beer" em unidades:

Março/2007	= 4.200	Junho/2007	= 4.500
Abril/2007	= 4.650	Julho/2007	= 4.800
Maio/2007	= 4.850	Agosto/2007	= 5.000

Com base nestes dados defina o tipo de evolução de consumo (faça o gráfico), calcule a previsão de demanda para o próximo mês (Setembro de 2.007) pelo método ingênuo, pelo método da média simples e pela média móvel N=2

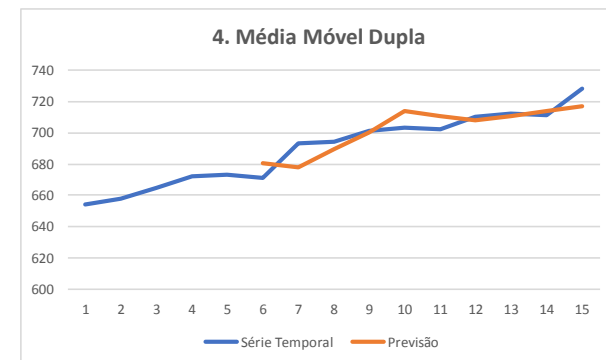
4. Média Móvel Dupla

- Se os dados apresentarem tendência, então a média móvel dupla poderá gerar uma maior precisão na previsão.
- A previsão será dada por uma combinação da média móvel dos valores observados com a média móvel das médias.
- $M_t = \frac{Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-n+1}}{n}$
- $M'_t = \frac{M_t + M_{t-1} + M_{t-2} + \dots + M_{t-n+1}}{n}$
- $a_t = 2M_t - M'_t$; $b_t = \frac{2}{n-1}(M_t - M'_t)$
- $\hat{Y}_{t+p} = a_t + b_t p$

4. Média Móvel Dupla

t	Y_t	M_t	M'_t	a	b	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1	654										
2	658										
3	665	659,0									
4	672	665,0									
5	673	670,0	664,7	675,3	5,3						
6	671	672,0	669,0	675,0	3,0	680,7	-9,7	9,7	93,4	1,4%	-1,4%
7	693	679,0	673,7	684,3	5,3	678,0	15,0	15,0	225,0	2,2%	2,2%
8	694	686,0	679,0	693,0	7,0	689,7	4,3	4,3	18,8	0,6%	0,6%
9	701	696,0	687,0	705,0	9,0	700,0	1,0	1,0	1,0	0,1%	0,1%
10	703	699,3	693,8	704,9	5,6	714,0	-11,0	11,0	121,0	1,6%	-1,6%
11	702	702,0	699,1	704,9	2,9	710,4	-8,4	8,4	71,3	1,2%	-1,2%
12	710	705,0	702,1	707,9	2,9	707,8	2,2	2,2	4,9	0,3%	0,3%
13	712	708,0	705,0	711,0	3,0	710,8	1,2	1,2	1,5	0,2%	0,2%
14	711	711,0	708,0	714,0	3,0	714,0	-3,0	3,0	9,0	0,4%	-0,4%
15	728	717,0	712,0	722,0	5,0	717,0	11,0	11,0	121,0	1,5%	1,5%
						727,0					
							MAD	MSE	MAPE	MPE	
							6,7	66,7	1,0%	0,0%	

4. Média Móvel Dupla



5. Suavizamento Exponencial

- É um procedimento que continuamente revisa as previsões feitas, à luz de dados mais recentes.
- A previsão (para o instante $t+1$) consiste em uma média ponderada do dado observado no instante t e da previsão feita para o instante t .
- $\hat{Y}_{t+1} = S_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \hat{Y}_t \quad (0 < \alpha < 1)$
- α = constante de suavizamento
- S_t = valor suavizado no instante t

5. Suavizamento Exponencial

$$S_2 = \alpha Y_2 + (1 - \alpha) S_1$$

$$S_3 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha) S_2$$

$$S_4 = \alpha Y_4 + (1 - \alpha) S_3$$

$$S_3 = \alpha Y_3 + (1 - \alpha)[\alpha Y_2 + (1 - \alpha) S_1]$$

$$S_3 = \alpha Y_3 + \alpha Y_2 + (1 - \alpha) S_1 - \alpha^2 Y_2 - \alpha(1 - \alpha) S_1$$

$$S_3 = \alpha Y_3 + \alpha Y_2 + (1 - \alpha) S_1 - \alpha^2 Y_2 - \alpha S_1 + \alpha^2 S_1$$

$$S_3 = \alpha Y_3 + \alpha Y_2 + S_1 - \alpha S_1 - \alpha^2 Y_2 - \alpha S_1 + \alpha^2 S_1$$

$$S_3 = S_1 + \alpha(Y_3 + Y_2 - 2S_1) + \alpha^2(S_1 - Y_2)$$

$$S_4 = \alpha Y_4 + (1 - \alpha)[S_1 + \alpha(Y_3 + Y_2 - 2S_1) + \alpha^2(S_1 - Y_2)]$$

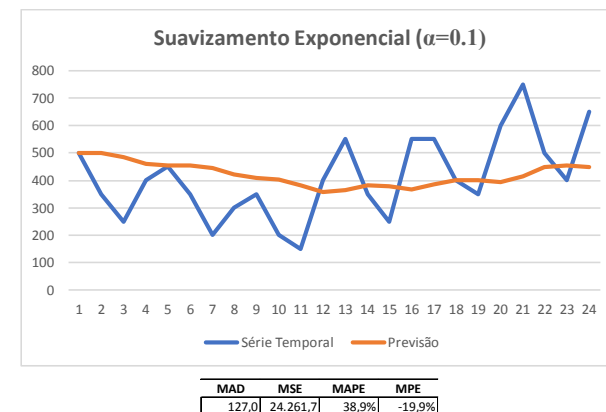
$$S_4 = f(\alpha, \alpha^2, \alpha^3)$$

$$S_5 = f(\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4)$$

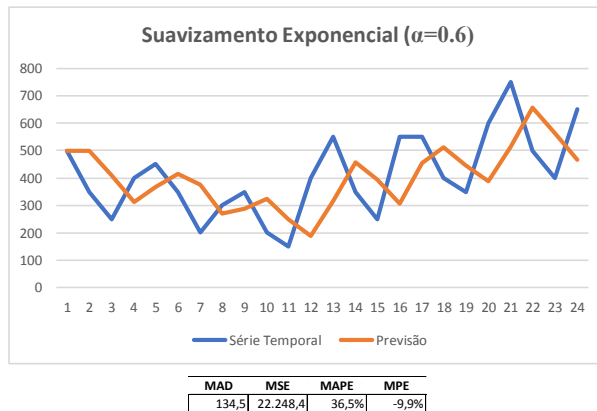
5. Suavizamento Exponencial

Ano	Trimestre	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	$ e_t $	e_t^2	$ e_t /Y_t$	e_t/Y_t
1990	1	1	500	500,0	0,0	0,0	0,0	0,0%	0,0%
	2	2	350	500,0	-150,0	150,0	22.500,0	42,9%	-42,9%
	3	3	250	485,0	-235,0	235,0	55.225,0	94,0%	-94,0%
	4	4	400	461,5	-61,5	61,5	3.782,3	15,4%	-15,4%
1991	1	5	450	455,4	-5,4	5,4	28,6	1,2%	-1,2%
	2	6	350	454,8	-104,8	104,8	10.986,2	29,9%	-29,9%
	3	7	200	444,3	-244,3	244,3	59.698,9	122,2%	-122,2%
	4	8	300	419,9	-119,9	119,9	14.376,0	40,0%	-40,0%
1992	1	9	350	407,9	-57,9	57,9	3.353,6	16,5%	-16,5%
	2	10	200	402,1	-202,1	202,1	40.852,1	101,1%	-101,1%
	3	11	150	381,9	-231,9	231,9	53.781,0	154,6%	-154,6%
	4	12	400	358,7	-41,3	41,3	1.704,3	10,3%	-10,3%
1993	1	13	550	362,8	-187,2	187,2	35.027,1	34,0%	-34,0%
	2	14	350	381,6	-31,6	31,6	996,1	9,0%	-9,0%
	3	15	250	378,4	-128,4	128,4	16.487,7	51,4%	-51,4%
	4	16	550	365,6	-184,4	184,4	34.016,7	33,5%	-33,5%
1994	1	17	550	384,0	-166,0	166,0	27.553,5	30,2%	-30,2%
	2	18	400	400,6	-6,6	6,6	0,4	0,2%	-0,2%
	3	19	350	400,5	-50,5	50,5	2.554,9	14,4%	-14,4%
	4	20	600	395,5	-204,5	204,5	41.823,7	34,1%	-34,1%
1995	1	21	750	415,9	-334,1	334,1	111.594,5	44,5%	-44,5%
	2	22	500	449,3	-50,7	50,7	2.565,6	10,1%	-10,1%
	3	23	400	454,4	-54,4	54,4	2.960,8	13,6%	-13,6%
	4	24	650	449,0	-201,0	201,0	40.412,3	30,9%	-30,9%
				469,1					
					MAD	MSE	MAPE	MPE	
					127,0	24.261,7	38,9%	-19,9%	

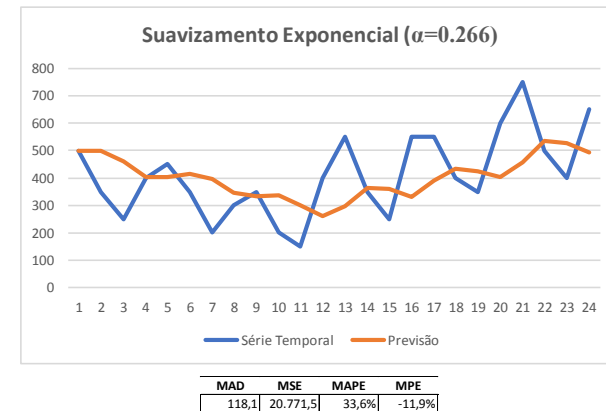
5. Suavizamento Exponencial



5. Suavizamento Exponencial



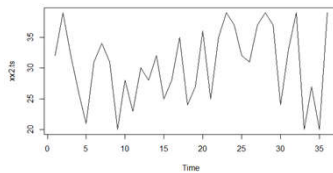
5. Suavizamento Exponencial



Exercício

- Para a série temporal abaixo, aplique os seguintes métodos de previsão: modelo ingênuo, média simples, média móvel ($n=3$, $n=4$), suavizamento exponencial. Calcule os resíduos, e identifique se a método de previsão é válido.

t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t
1	32	10	28	19	27	28	39
2	39	11	23	20	36	29	37
3	32	12	30	21	25	30	24
4	26	13	28	22	35	31	33
5	21	14	32	23	39	32	39
6	31	15	25	24	37	33	20
7	34	16	28	25	32	34	27
8	31	17	35	26	31	35	20
9	20	18	24	27	37	36	39

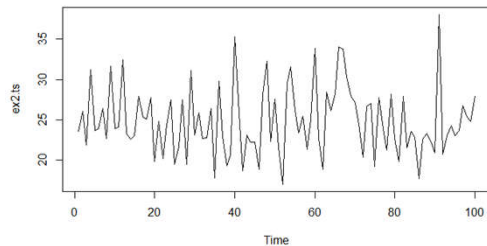


Suavizamento Exponencial

- A previsão (para o instante $t+1$) consiste em uma média ponderada do dado observado no instante t e da previsão feita para o instante t .
- $\hat{Y}_{t+1} = S_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha) \hat{Y}_t \quad (0 < \alpha < 1)$
- α = constante de suavizamento
- S_t = valor suavizado no instante t

Suavizamento Exponencial

- Exemplo: ache a curva de suavizamento para uma série histórica de nível de precipitação (polegadas/ano) em Londres, de 1813 a 1912 (Exemplo 0).



Suavizamento Exponencial

- Exemplo: resolva o problema no Excel, e ache o peso ótimo de alfa, que minimiza o erro quadrático médio.

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Método de suavizamento que incorpora a modelagem de uma componente de tendência linear.
- $A_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$
- $T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$
- $\hat{Y}_{t+p} = A_t + pT_t$
- Onde: Y_t - valor observado no período t ; A_t - valor suavizado; T_t - componente de tendência; α - constante de suavizamento ($0 < \alpha < 1$); β - constante de suavizamento para a componente de tendência ($0 < \beta < 1$); $\hat{Y}_{t+p}$ - previsão para p períodos futuros.

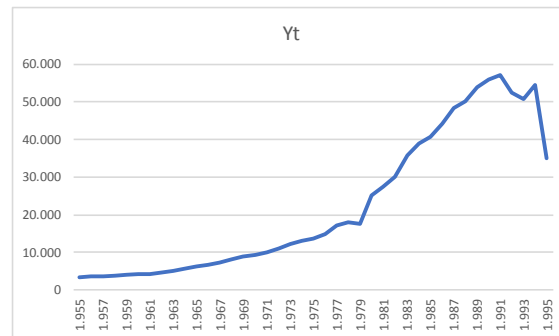
Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Considere o histórico de vendas de uma grande rede varejista.

t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t	t	Y_t
1.955	3.307	1.966	6.769	1.976	14.950	1.986	44.282
1.956	3.556	1.967	7.296	1.977	17.224	1.987	48.440
1.957	3.601	1.968	8.178	1.978	17.946	1.988	50.251
1.958	3.721	1.969	8.844	1.979	17.514	1.989	53.794
1.959	4.036	1.970	9.251	1.980	25.195	1.990	55.972
1.960	4.134	1.971	10.006	1.981	27.357	1.991	57.242
1.961	4.268	1.972	10.991	1.982	30.020	1.992	52.345
1.962	4.578	1.973	12.306	1.983	35.883	1.993	50.838
1.963	5.093	1.974	13.101	1.984	38.828	1.994	54.559
1.964	5.716	1.975	13.639	1.985	40.715	1.995	34.925
1.965	6.357						

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

- Considere o histórico de vendas de uma grande rede varejista.



Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

Excel - Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência (Método de Holt)

Ano	t	Y_t	A_t	T_t	S_t	e_t
1955	1	3307	=D5	0		=D5-G5
1956	2	3556	=SF\$3*D6+(1-SF\$3)*(E5+F5)	=SH\$3*(E6-E5)+(1-SH\$3)*F5	=E5+F5	=D6-G6
1957	3	3601	=SF\$3*D7+(1-SF\$3)*(E6+F6)	=SH\$3*(E7-E6)+(1-SH\$3)*F6	=E6+F6	=D7-G7
1958	4	3721	=SF\$3*D8+(1-SF\$3)*(E7+F7)	=SH\$3*(E8-E7)+(1-SH\$3)*F7	=E7+F7	=D8-G8
1959	5	4036	=SF\$3*D9+(1-SF\$3)*(E8+F8)	=SH\$3*(E9-E8)+(1-SH\$3)*F8	=E8+F8	=D9-G9
1960	6	4134	=SF\$3*D10+(1-SF\$3)*(E9+F9)	=SH\$3*(E10-E9)+(1-SH\$3)*F9	=E9+F9	=D10-G10
1961	7	4268	=SF\$3*D11+(1-SF\$3)*(E10+F10)	=SH\$3*(E11-E10)+(1-SH\$3)*F10	=E10+F10	=D11-G11
1962	8	4578	=SF\$3*D12+(1-SF\$3)*(E11+F11)	=SH\$3*(E12-E11)+(1-SH\$3)*F11	=E11+F11	=D12-G12

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Holt-Winter)

- Método de suavizamento que incorpora a modelagem de uma componente de tendência linear e sazonalidade.
- $A_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-L}} + (1 - \alpha)(A_{t-1} + T_{t-1})$
- $T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1}$
- $S_t = \gamma \frac{Y_t}{A_t} + (1 - \gamma)S_{t-L}$
- $\hat{Y}_{t+p} = (A_t + pT_t)S_{t-L+p}$

Suavizamento Exponencial com Ajuste de Tendência e Sazonalidade (Método de Holt-Winter)

- Onde: Y_t - valor observado no período t ; A_t - valor suavizado; T_t - componente de tendência; S_t - componente de sazonalidade; α - constante de suavizamento ($0 < \alpha < 1$); β - constante de suavizamento para a componente de tendência ($0 < \beta < 1$); γ - constante de suavizamento para a componente de sazonalidade ($0 < \gamma < 1$); $\hat{Y}_{t+p}$ - previsão para p períodos futuros.