

UFES – UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PROJETO DE GRADUAÇÃO

**Revisão Bibliográfica Sobre os Critérios de Falha
Segundo a Ótica da Mecânica da Fratura, em Especial,
o Desenvolvimento da Curva de Resistência dos
Materiais (Curva R).**

Vitória, dezembro de 2009

DIEGO LOUBACH DA ROCHA

**Revisão Bibliográfica Sobre os Critérios de Falha
Segundo a Ótica da Mecânica da Fratura, em Especial,
o Desenvolvimento da Curva de Resistência dos
Materiais (Curva R).**

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção da graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Cherlio Scandian

Vitória, dezembro de 2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO TECNOLÓGICO
PROGRAMA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**“Revisão Bibliográfica Sobre os Critérios de Falha
Segundo a Ótica da Mecânica da Fratura, em Especial,
o Desenvolvimento da Curva de Resistência dos
Materiais (Curva R)”**

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Cherlio Scandian – Orientador
Universidade Federal do Espírito Santo

**Prof. Dr. Marcelo Camargo S. de Macedo – Membro
Interno**
Universidade Federal do Espírito Santo

**Prof. Dr. Osvaldo Guilherme Cominelli– Membro
Interno**
Universidade Federal do Espírito Santo

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para a obtenção da graduação em Engenharia Mecânica.

Vitória, 8 de dezembro de 2009

A Deus, que tem me concedido saúde e conservado minha mente. A meus pais que sempre me apoiaram e me incentivaram a prosseguir e a sonhar, e a meus amigos por serem companheiros nas horas árduas.

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais
voltará ao seu tamanho original”
Albert Einstein

RESUMO

Este projeto foi desenvolvido com o intuito de apresentar o que tem sido desenvolvido no campo da mecânica da fratura. Primeiramente foi feito um apanhado geral sobre os mecanismos de fratura em metais. Em outra etapa foram verificadas as duas principais vertentes da mecânica da fratura, a saber, Mecânica da Fratura Linear-Elástica e Mecânica da Fratura Elasto-Plástica. Em ambas foram avaliadas tanto no que tange a conceitos como também as principais técnicas para a determinação da tenacidade à fratura dos materiais e em quais condições cada uma deve ser aplicada. Em um último estágio foram verificadas aplicações recentes referentes à utilização da curva de resistência na avaliação de um material em condições de fratura.

ABSTRACT

This project was developed with the intention to present what has been developed in the field of fracture mechanics. At first, it was done a general overview on metal fracture. In another step was verified the two main strands of fracture mechanics, namely, Linear-Elastic Fracture Mechanics and Elastic-Plastic Fracture Mechanics. Both were evaluated both for concepts such as also the main techniques for determining the tenacity to fracture of materials and on what conditions each must be applied. In a last stage were verified the recent applications concerning the use of resistance curve to evaluate a material in conditions of fracture.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fratura dúctil do tipo taça e cone em alumínio (CALLISTER, 2000).	17
Figura 2 – Nucleação, crescimento e coalescência de vazios em metais dúcteis (ANDERSON, 1995).	18
Figura 3a – Fotografia mostrando “marcas de sargento” em forma de “V” características de uma fratura frágil. As setas indicam a origem da trinca. Aproximadamente em tamanho real(CALLISTER, 2000).	20
Figura 3b – Fotografia de uma superfície de fratura frágil mostrando nervuras radiais em formato de leque. As setas indicam a origem da trinca. Aumento de 2X (CALLISTER, 2000).	20
Figura 4 – Fractografia eletrônica de varredura mostrando uma superfície de fratura intergranular. 50X (CALLISTER, 2000).	21
Figura 5 – Chapa trincada a uma carga fixa P (ANDERSON, 1995).	26
Figura 6 – Chapa trincada a um deslocamento fixado D (ANDERSON, 1995).	27
Figura 7 – Os três modos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca (ANDERSON, 1995).	28
Figura 8 – Campo de tensões de uma trinca vazante em uma chapa infinita (ANDERSON, 1995).	29
Figura 9 – Estimativas de primeira e segunda ordem para o tamanho da zona plástica (r_y e r_p respectivamente). A área hachurada clara representa a carga que deve ser redistribuída, resultando em uma zona plástica maior (ANDERSON, 1995).	32
Figura 10 – Relaxação da restrição devido ao embotamento na ponta da trinca (FORTES, 2003).	34
Figura 11 – Deformação tridimensional na ponta da trinca. A alta tensão normal na ponta da trinca faz o material da superfície se contrair, mas o material no interior do corpo está restringido a se deformar, o que resulta em um estado triaxial de tensões (ANDERSON, 1995).	35
Figura 13 – Abertura crítica na ponta da trinca (CTOD). Uma trinca aguda inicial sofre embotamento devido à deformação plástica, resultando em um deslocamento finito na ponta da trinca (ANDERSON, 1995).	38
Figura 14 – Estimativa do CTOD a partir do deslocamento efetivo da trinca na correção da zona plástica de Irwin (ANDERSON, 1995).	39

Figura 18 – Curva de resistência J esquemática para material dúctil (ANDERSON, 1995).	49
Figura 19 – Diagramas esquemáticos de Força de extensão da trinca G / Curva R (ANDERSON, 1995).	51
Figura 20 – Material elasto-plástico com deformação plástica na ponta da trinca (ANDERSON, 1995).	52
Figura 21 – Diagrama esquemático de Força de extensão da trinca G/Curva R que compara controle por carregamento e controle por carga (ANDERSON, 1995).	53

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	12
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1 – MECANISMOS DE FRATURA EM METAIS	16
2.1.1 – A Fratura Dúctil	16
2.1.2 – A Fratura Frágil	19
2.1.3 – Fratura Intergranular.....	20
2.2 – MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA.....	22
2.2.1 – A Concentração de Tensões	22
2.2.2 – O Balanço de Energia de Griffith	23
2.2.3 – A Taxa de Liberação de Energia.....	24
2.2.4 – Análise de Tensão em Trincas.....	27
2.2.4.1- <i>Tenacidade à Fratura.....</i>	30
2.2.5 – Plasticidade na Ponta da Trinca	30
2.2.5.1 <i>Restrição à Deformação Plástica</i> ^[3]	33
2.2.6 – Estado Plano de Tensão Vs. Estado Plano de Deformação	34
2.3 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA.....	37
2.3.1 – Método da Abertura Crítica na Ponta da Trinca (CTOD).....	38
2.3.1.1 – <i>Desenvolvimento da Técnica do CTOD.....</i>	39
2.3.1.2 – <i>Curvas de Projeto</i>	42
2.3.1.2.1 - <i>Uso da curva de projeto.....</i>	44
2.3.1.2.2 – <i>Confiabilidade de curvas de projeto.....</i>	45
2.3.2 – O Método da Integral J	46
2.3.2.1 – <i>Medição de J em Laboratório.....</i>	48
2.3.3 – O Método da Curva de Resistência (Curva-R)	48
2.3.2.1 – <i>Instabilidade e a Curva R.....</i>	50
2.3.2.2 – <i>Razões Para o Aspecto da Curva R.....</i>	51
2.3.2.3 – <i>Controle de Carga e Controle de Deslocamento</i>	53

2.4 – EXEMPLOS PRÁTICOS DE APLICAÇÃO DE CURVA R E SUAS POTENCIALIDADES.....	55
2.4.1 – Curva R Empregada na Avaliação de Junções com Adesivos de Epóxi	55
2.4.2 – Visão Alternativa da Curva R Avaliada em Relação à Taxa de Dissipação de Energia.....	56
2.4.4 – Avaliação da Tenacidade à Fratura em Aços Inoxidáveis Ferríticos	57
3 - CONCLUSÕES	58
4 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

1 - INTRODUÇÃO

Os metais e suas ligas são amplamente utilizados na construção de estruturas e componentes mecânicos desde o início da era moderna e grande parte da ciência que trata desse tipo de material têm sua base intrinsecamente relacionada à estrutura atômica que compõem esses metais e às propriedades químicas e mecânicas advindas dessas relações a nível microscópico.

O limite de escoamento e a tensão de ruptura, bem como o nível de ductilidade suportado por um dado material serviram de base para o projeto convencional de estruturas e componentes aplicados na engenharia moderna. Porém o incremento tecnológico que a humanidade vivenciou no século passado e motivados por estudos vivenciados naquela mesma época nasceu uma nova ciência que é conhecida atualmente por mecânica da fratura.

A mecânica da fratura apresenta outros pontos de vista para uma questão antiga. Por que os materiais falham e como prevenir de maneira mais eficiente tais ocorrências?

O projeto clássico evita o colapso plástico acrescentando ao limite de escoamento do material um fator de segurança, o qual para aços está em torno de 1,5 a 4 ou de 5 a 10 para situações mais críticas. Contudo é sabido que materiais de engenharia não são totalmente contínuos, podendo apresentar defeitos internos como trincas e porosidades que podem alterar localmente o campo de tensões nesses pontos, podendo acarretar falhas por fratura frágil que geralmente ocorrem de modo catastrófico e a níveis de tensões muito abaixo dos níveis de resistência que os materiais apresentam.

Regiões onde há grande densidade de deformações atuando em um mesmo sentido, os conhecidos fatores concentradores de tensões, ou seja, rasgos de chapeta, filetes, arestas, reduções bruscas de seção, são regiões propícias ao aparecimento de trincas.

Surge então a necessidade de mensurar tais defeitos e de saber como e quanto estes influenciarão na resistência de determinado material. Com isso a mecânica da fratura tem como objetivo determinar outra propriedade dos materiais que é a tenacidade à fratura. Para este cálculo seguem duas vertentes iniciais. A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).

A primeira emprega-se em materiais de alta resistência que apresentam baixos níveis de ductilidade e que se enquadrem no regime Linear-Elástico segundo o estado plano de deformação. Já a segunda aplica-se em materiais que falham no regime Plástico, os quais vão ser regidos pelo estado de tensão plana.

As trincas e defeitos em materiais podem ser identificados e mensurados através de ensaios não-destrutivos. Mas em ensaios de tenacidade à fratura, o passo inicial é inserir uma pré-trinca de fadiga de modo que os campos de tensões nas proximidades de uma trinca possam ser simulados. Uma contribuição importante nesse aspecto provém do método de elementos finitos, uma importante tecnologia que permite um estudo mais aprofundado de como as tensões se distribui no material ao redor de uma trinca e que tem contribuído bastante para a obtenção de relações empíricas da mecânica da fratura.

O objetivo dessa revisão é apresentar as principais maneiras de se obter a tenacidade à fratura, baseadas na mecânica da fratura, de materiais utilizados na engenharia, atentando-se principalmente para a curva de resistência (ou curva R), conceito este advindo da MFEP e com ampla aplicabilidade na solução de problemas de engenharia que envolvem falhas.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Griffith (1921) foi o primeiro a realizar um estudo aprofundado sobre a ruptura de materiais frágeis, onde realizou uma abordagem termodinâmica para a fratura, formulando o conceito de que uma trinca em um componente irá se propagar, se a energia total do sistema é abaixada com a propagação da trinca. Ou seja, se a variação da energia de deformação elástica devido à extensão da trinca for maior que a energia necessária para criar novas superfícies da trinca, ocorrerá a propagação. Seu estudo referenciou-se a materiais de comportamento linear-elástico.

Mais tarde, *Irwin* (1948) fez a extensão da teoria para materiais dúcteis e postulou que a energia devido à deformação plástica Y_p deve ser adicionada à energia de superfície associada com a criação de novas superfícies da trinca. O mesmo resultado foi obtido por *Orowan* (1948) em trabalho independente. Porém ambos se mostram limitados por estarem relacionados a quantidades de difícil obtenção

Outra contribuição de *Irwin* (1956) foi o desenvolvimento do conceito de taxa de liberação de energia, o qual está relacionado à teoria de *Griffith*, porém apresentando-se como uma técnica de maior aplicabilidade na solução de problemas de engenharia. Posteriormente, fazendo uso da aproximação que *Westergaard* (1938) havia apresentado em seu artigo, aquele autor ainda mostrou que tensões e deslocamentos próximos as pontas das trincas poderiam ser descritos simplesmente por uma constante que estaria relacionada à taxa de liberação de energia, o qual mais tarde ficou conhecido por Fator Intensidade de Tensões K .

Wells (1961), que trabalhara com *Irwin*, percebeu que em materiais muito dúcteis a MFLE não podia fornecer resultados muito precisos. Percebendo ainda que nestes materiais, na presença de deformação plástica, havia separação entre as faces da trinca, este autor propôs o critério alternativo de fratura baseado na abertura entre as faces da trinca que mais tarde seria

conhecido como Abertura Crítica na Ponta da Trinca (CTOD), do inglês Crack Tip Opening Displacement.

Mais tarde outro parâmetro foi utilizado por *Rice* (1968) para a caracterização do comportamento de materiais não lineares frente à presença de trincas. Este pesquisador generalizou o uso da taxa de liberação de energia para tais materiais e mostrou que esta taxa poderia ser expressa como uma integral de linha para um contorno qualquer em torno da trinca, chamando-a de Integral J . No mesmo ano, *Hutchinson, Rice e Rosengren* relacionaram a integral J com os campos de tensões na ponta da trinca para os materiais não lineares, mostrando que a mesma poderia ser vista como parâmetro não-linear de intensidade de tensões tal qual a taxa de liberação de energia.

A breve descrição de eventos ocorridos visualizada acima foi resumida da descrição completa elaborada por *Anderson* (1995).

2.1 – MECANISMOS DE FRATURA EM METAIS

Basicamente a fratura dos metais é classificada em três mecanismos principais de fratura. Em materiais dúcteis verifica-se a falha como resultado da nucleação, crescimento, e coalescência de vazios microscópicos que se formam em inclusões e partículas de segunda fase. O modo de falha presente em materiais frágeis é conhecido por clivagem e caracteriza-se pela separação através de planos cristalográficos específicos. Este modo pode ser precedido por uma alta escala de plasticidade e crescimento de trinca dúctil. Por fim, existe a fratura intergranular, a qual ocorre quando os contornos de grão são os caminhos preferenciais da falha.

2.1.1 – A Fratura Dúctil

O material atinge um ponto de instabilidade quando em carregamento de tração, e devido o endurecimento por deformação, ocorrerá a formação de uma região de empescoçamento. Em materiais impuros, o processo de fratura passa por uma sequência de estágios.

Primeiro, após o empescoçamento ter início, formam-se microvazios que irão crescer à medida que a deformação prosseguir e irão se unir e coalescer para formar uma trinca de geometria elíptica, com seu eixo principal estando perpendicular à direção do carregamento. Ainda devido a coalescência, a trinca se propagará ao redor do perímetro externo da região de empescoçamento e por tensão cisalhante em um ângulo de 45° com a direção do carregamento, segundo o qual esta tensão cisalhante é máxima e que está ilustrada na figura 1.



Figura 1 - Fratura dúctil do tipo taça e cone em alumínio (CALLISTER, 2000).

Em materiais onde inclusões e partículas de segunda fase estão inseridas na matriz, nucleação de vazios é o ponto crítico para a fratura, a qual ocorrerá tão rápido quanto ocorrer a formação desses microvazios. Quando essa nucleação ocorre com dificuldade, o mecanismo que controla a fratura dúctil é o crescimento e coalescência dos vazios.

Esses vazios se formam quando há um nível de tensão atuante capaz de promover a quebra de ligações interfaciais entre partícula (inclusões ou partículas de segunda fase) e a matriz. Uma vez formados, tensão hidrostática e deformação plástica promovem o crescimento e coalescência do vazio. Se o volume de vazios de fratura é baixo ($<10\%$), pode-se assumir que cada vazio tenha crescimento independente. Caso contrário, vazios próximos irão interagir. A figura 2 ilustra o processo de crescimento e coalescência de microvazios.

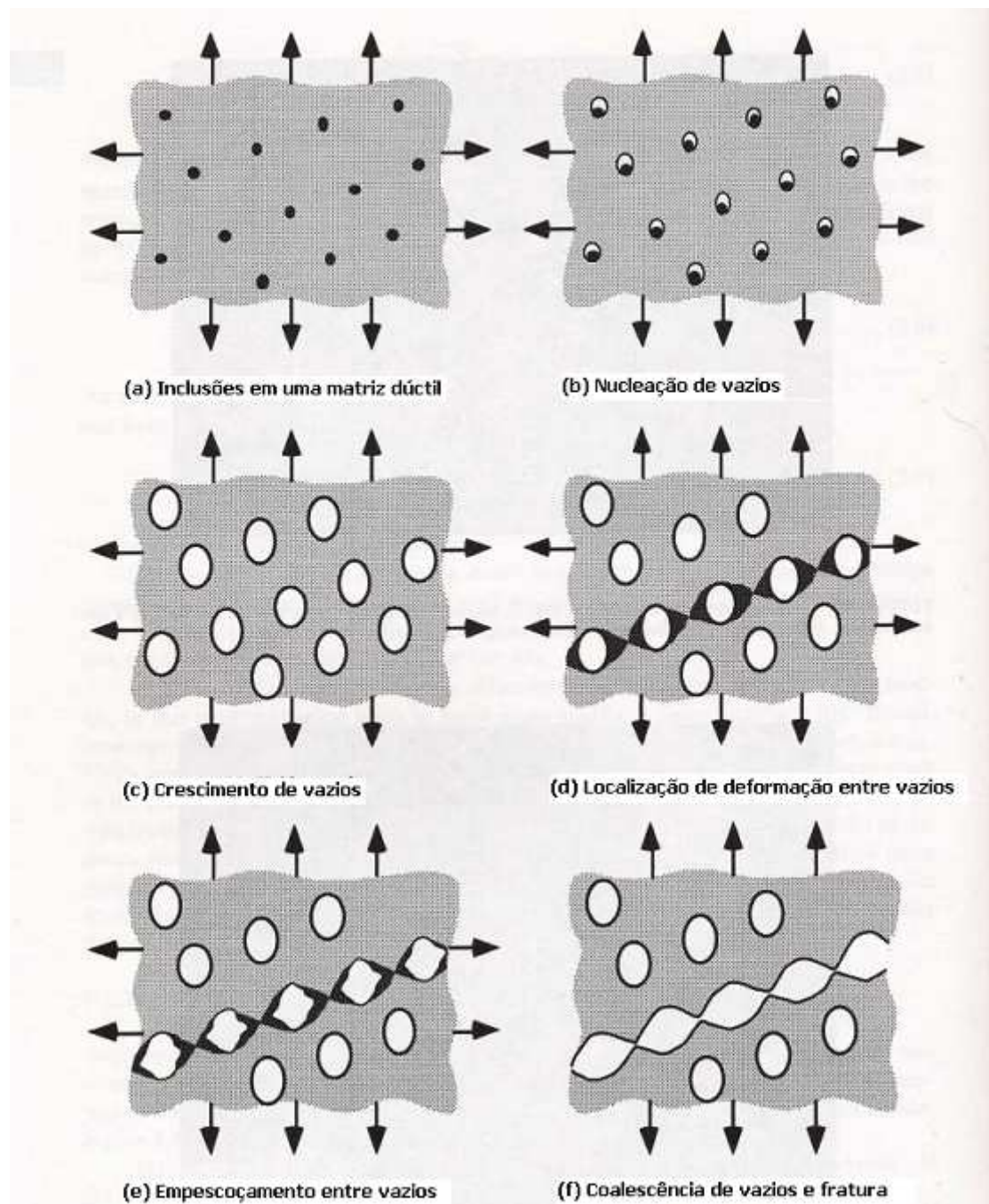


Figura 2 – Nucleação, crescimento e coalescência de vazios em metais dúcteis (ANDERSON, 1995).

2.1.2 – A Fratura Frágil

Este tipo de fratura é definido pela rápida propagação de uma trinca ao longo de um plano cristalográfico particular, o qual é determinado pela baixa densidade de empacotamento, já que deste modo, menor vai ser o número de ligações a serem quebradas. Em materiais policristalinos a fratura é transgranular, o que significa que a cada contorno de grão que a trinca encontrar, esta escolherá o plano mais favorável à sua propagação, fazendo com que a direção de propagação mude constantemente.

Na clivagem é necessário que ocorra quebra de ligações, e, portanto, a tensão local deve ser suficiente para ultrapassar a tensão coesiva do material. O que irá fazer a tensão se elevar vai ser uma descontinuidade localizada à frente da trinca macroscópica. Essa descontinuidade poderá ser uma microtrinca, uma inclusão ou partículas de segunda fase (ANDERSON, 1995).

Em aços ferríticos, como é o caso que a priori seria tratado nesse trabalho, a concentração de deformação e a tensão local são geradas pela presença da trinca macroscópica. Uma partícula de segunda fase inserida na matriz pode vir a se fraturar devido à deformação plástica em sua vizinhança, gerando assim o ponto de partida para a propagação da trinca, ocasionando a fratura por clivagem, também conhecida por fratura frágil.

De modo geral, uma superfície de clivagem é uma superfície multifacetada, onde cada face corresponderá a um grão. Em peças de aço que falharam nesse modo, uma série de “marcas de sargento”, com formato em V pode se formar, apontando em direção ao ponto de iniciação da trinca. Outras superfícies podem se apresentar com linhas ou nervuras que irão se irradiar a partir do ponto de origem da fratura em uma forma parecida com um leque. Essas superfícies podem ser ilustradas pela figura 3.

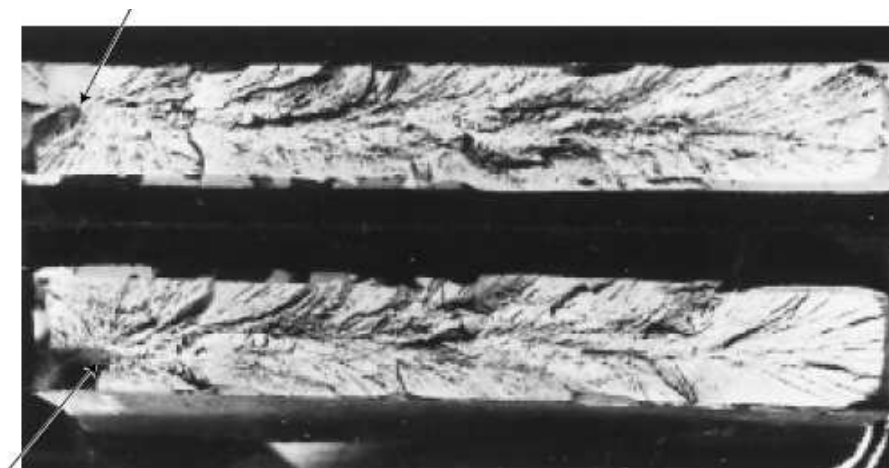


Figura 3a – Fotografia mostrando “marcas de sargento” em forma de “V” características de uma fratura frágil. As setas indicam a origem da trinca. Aproximadamente em tamanho real (CALLISTER, 2000).

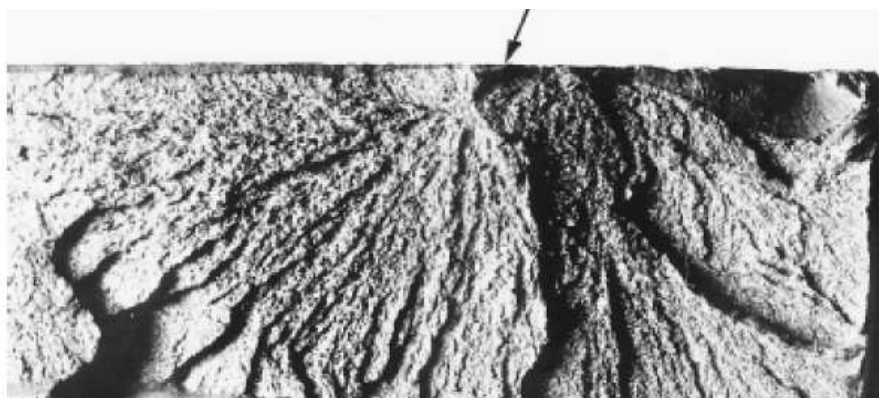


Figura 3b – Fotografia de uma superfície de fratura frágil mostrando nervuras radiais em formato de leque. As setas indicam a origem da trinca. Aumento de 2X (CALLISTER, 2000).

2.1.3 – Fratura Intergranular

Em algumas ligas, a propagação de trincas se dá ao longo dos contornos de grãos, sendo esse processo conhecido por fratura intergranular. Este tipo de falha resulta geralmente após a ocorrência de processos que enfraqueçam ou fragilizam as regiões dos contornos de grãos (CALLISTER, 2000). A figura 4 mostra uma micrografia eletrônica de varredura onde uma fratura intergranular típica é apresentada. Dentre as causas mais comuns para este tipo de falha, pode-se citar:

- (a) precipitação de uma fase frágil no contorno do grão
- (b) fragilização por hidrogênio e/ou metal líquido
- (c) corrosão intergranular
- (d) cavitação do contorno de grão e trincamento em altas temperaturas



(b)

Figura 4 – Fractografia eletrônica de varredura mostrando uma superfície de fratura intergranular. 50X (CALLISTER, 2000).

2.2 – MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA

2.2.1 – A Concentração de Tensões

A tensão coesiva dos materiais é estimada como sendo E/π , o que não é verificado em materiais frágeis, onde essa resistência é diminuída cerca de 3 a 4 ordens de grandeza (ANDERSON, 1995). A explicação para esse fenômeno é de que existem trincas no interior desses materiais que elevam o nível de tensões ao seu redor, fazendo com que a tensão em nível atômico atinja a tensão coesiva do material.

O primeiro trabalho que verificou quantitativamente este efeito foi realizado, por *Inglis* (1913), que analisou a tensão na ponta de falhas elípticas de comprimento $2a$ e altura $2b$ inseridas em placas solicitadas perpendicularmente ao eixo principal da elipse, encontrando o seguinte resultado, conforme está descrito por *Anderson* (1995).

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (2.1)$$

A razão σ_A/σ ficou então conhecida como fator concentrador de tensão, k_t , sendo que para o caso de $a = b$, ou seja, uma trinca circular tem-se $k_t = 3$. Porém para o caso em que $a \gg b$, torna-se mais eficaz expressar essa tensão em termos de a , metade do comprimento da trinca e em termos de ρ , raio de curvatura na ponta da trinca, ficando a expressão da seguinte forma

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (2.2)$$

Quando a se torna muito maior que b , o raio de curvatura se torna muito pequeno de tal maneira que a equação 2.2 pode se reduzir a forma

$$\sigma_A = 2\sigma \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (2.3)$$

Este conceito aplicado a trincas de raio de curvatura infinitesimais aceitava que tensões infinitas poderiam existir nas regiões muito próximas às pontas das trincas, o que levaria o material a falhar com cargas infinitamente pequenas. Este fato motivou Griffith a desenvolver sua teoria de fratura baseada nos fundamentos da termodinâmica.

Weertman (1996) explica fisicamente a causa para essa elevação de tensões na ponta da trinca, baseando-se no conceito de discordâncias:

A tensão é grande, pois resulta da soma dos campos de tensão de um número enorme de discordâncias concentradas e empilhadas na ponta da trinca no limiar entre os átomos da malha cristalina e o “vazio”. Dependendo do comprimento da trinca e do nível de tensão aplicada, podem surgir, no plano desta perturbação, o equivalente da continuidade de dezenas de milhares ou até mesmo milhões de discordâncias discretas em malha cristalina (WEERTMAN, 1996).

2.2.2 – O Balanço de Energia de Griffith

Griffith propôs que a trinca é formada pela eliminação súbita das tensões agindo na sua superfície, onde no momento seguinte as deformações e energias potenciais em consideração devem retornar ao seu valor original. Assumindo condições de equilíbrio, segundo a teoria termodinâmica, a energia envolvida no processo não deve mudar. Porém, para que haja a formação da trinca ou a sua propagação, é necessário que a energia potencial sobreponha-se à energia de superfície do material. O balanço de energia de *Griffith* pode então ser expresso na forma

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \Rightarrow -\frac{d\Pi}{dA} = \frac{dW_s}{dA} \quad (2.4)$$

Onde Π é a energia potencial do sistema e W_s é o trabalho necessário para a formação de novas superfícies. A partir dessas quantidades chega-se facilmente a tensão de fratura de *Griffith*,

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (2.5)$$

Onde γ_s é a energia de superfície do material. Esta expressão é válida para espessuras finas; quando a espessura é grande, tem-se a supressão da deformação ao longo de uma direção (da espessura), passando-se a condição de deformação plana. Desse modo, para um estado plano de deformação, a expressão deve ser ajustada para

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi(1-\nu^2)a} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

Esta expressão desconsidera a ocorrência de qualquer trabalho devido à deformação plástica, o que invalida sua utilização para materiais de comportamento não linear como é o caso dos metais. Para que esta pudesse ser aplicável a uma gama maior de materiais *Irwin* (1948) e *Orowan* (1948) modificaram a equação 2.5, levando em consideração o trabalho plástico realizado por unidade de área, γ_p , que é devido ao movimento de discordâncias na vizinhança da ponta da trinca, que obviamente gera um consumo adicional de energia do sistema. A expressão modificada toma então a forma.

$$\sigma_f = \left(\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

2.2.3 – A Taxa de Liberação de Energia

A taxa de liberação de energia é um conceito proposto por *Irwin* (1956), e observado em *Anderson* (1995), que é uma medida da quantidade de energia disponível do sistema para um aumento na extensão da trinca. Essa medida, que na verdade é uma aproximação, se mostrou muito útil na solução de problemas de engenharia por ser de fácil obtenção, e é descrita na forma

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.8)$$

A taxa de liberação de energia G também é chamada de força de extensão da trinca, já que é derivada de um potencial. Ao aplicar essa aproximação para uma placa infinita com uma trinca de comprimento $2a$ no estado plano de tensões, G tomará a forma

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2.9)$$

Para que haja a extensão da trinca, G deverá atingir um valor crítico G_c , podendo dessa forma ser visualizado como uma medida da tenacidade à fratura do material, o qual é obtido, de acordo com a teoria de *Griffith*, pela fórmula

$$G_c = \frac{dW_s}{dA} = 2w_f \quad (2.10)$$

Existem dois modos básicos de carregamento dos quais procede ao cálculo da taxa de liberação de energia. São estes o carregamento por carga controlada e carregamento por deslocamento controlado, que serão discutidos na seção 2.3.2.3. Para o cálculo de G tem-se que a energia potencial do corpo elástico, Π , é definido como sendo

$$\Pi = U - F \quad (2.11)$$

Onde U é a energia de deformação armazenada no corpo e F é o trabalho realizado pelas forças externas. No caso de uma placa suportando um peso morto, como é mostrado na figura 5, onde a carga é fixada num valor “ P ”, a estrutura é dita ser controlada pela carga, e assim segue que

$$F = P\Delta \quad e$$

$$U = \int_0^\Delta P d\Delta = \frac{P\Delta}{2}$$

Logo,

$$\Pi = -U \quad e$$

$$G = \frac{1}{B} \left(\frac{dU}{da} \right)_P = \frac{\Delta}{2B} \left(\frac{dP}{da} \right)_\Delta \quad (2.12)$$

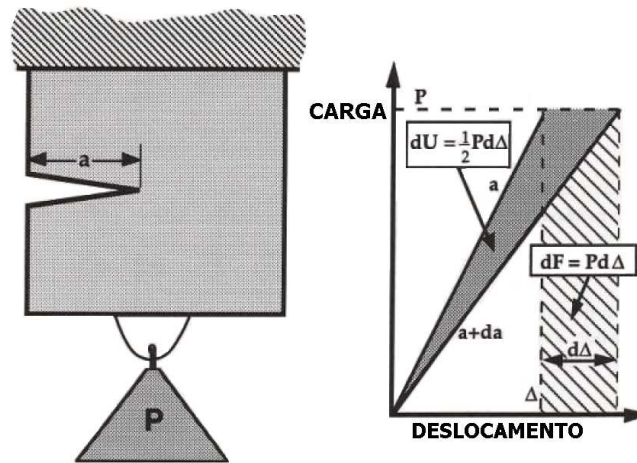


Figura 5 – Chapa trincada a uma carga fixa P (ANDERSON, 1995).

Para o caso em que o deslocamento é fixado (figura 6), a placa é dita ser controlada pelo deslocamento; $F=0$ e $\Pi=U$. Então se tem

$$G = -\frac{1}{B} \left(\frac{dU}{da} \right)_\Delta = -\frac{\Delta}{2B} \left(\frac{dP}{da} \right)_\Delta \quad (2.13)$$

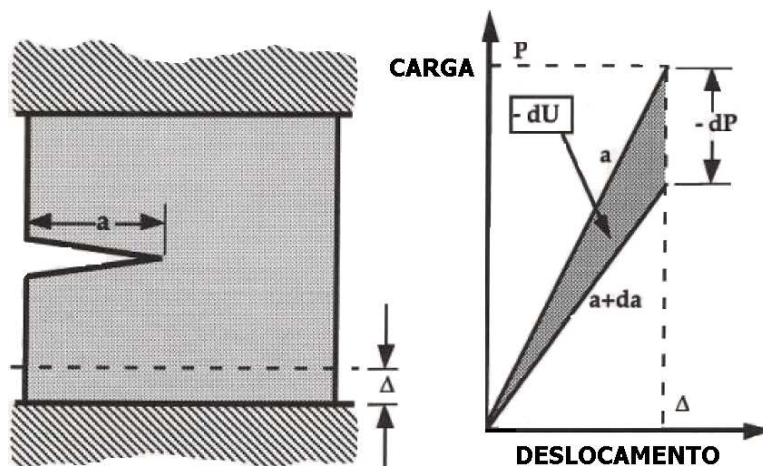


Figura 6 – Chapa trincada a um deslocamento fixado D (ANDERSON, 1995).

Para o cálculo de G é interessante introduzir o conceito de compliância (do inglês compliance) que é o inverso da rigidez da placa

$$C = \frac{\Delta}{P} \quad (2.14)$$

Pela substituição da Eq. (2.14) nas Eqs. (2.12) e (2.13) é fácil demonstrar que

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (2.15)$$

Esta é a expressão para o cálculo de G para ambos os modos de carregamento.

2.2.4 – Análise de Tensão em Trincas

Para certas configurações de trincas submetidas a forças externas, é possível obter expressões para o cálculo de tensões que atuam na vizinhança da trinca fornecendo as coordenadas do ponto de interesse (ANDERSON, 1995).

Para tal cálculo é necessário saber que existem três modos básicos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca, os quais são classificados pela direção do carregamento em relação à mesma (Figura 7),

direção esta que, conseqüentemente, irá influenciar no modo de propagação destas falhas. Segundo *Bastian* (1987), *Irwin* (1948) descreve esses modos como:

Modo I – Carregamento em tração, deslocamento das superfícies da trinca perpendicularmente a si mesmas.

Modo II – Cisalhamento puro, deslocamento das superfícies da trinca paralelamente a si mesmas e perpendicularmente à frente da propagação.

Modo III – Cisalhamento fora do plano, deslocamento das superfícies da trinca paralelamente a si mesmas.

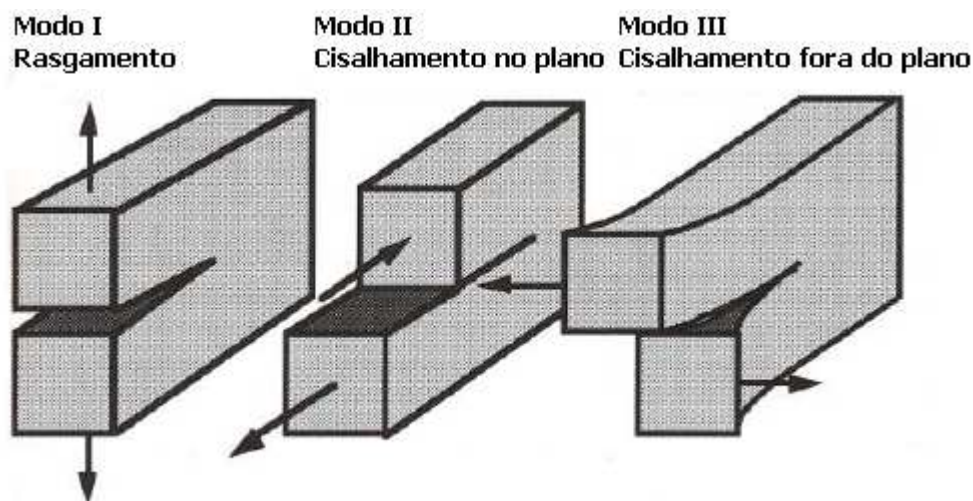


Figura 7 – Os três modos de carregamento que podem ser aplicados a uma trinca (ANDERSON, 1995).

Westergaard (1939) estudou a distribuição de tensões nas vizinhanças de uma trinca aguda, vazante, de comprimento $2a$, em uma chapa infinita de um material elástico linear, com propagação pelo modo I, figura 8. O modo I é encontrado com mais freqüência e somente este será tratado nesse trabalho.

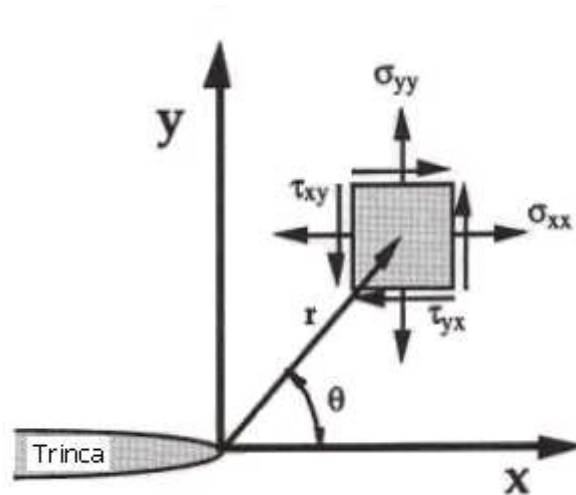


Figura 8 – Campo de tensões de uma trinca vazante em uma chapa infinita (ANDERSON, 1995).

Usando os princípios da teoria elástica e a notação indicada, as tensões de tração (σ_{xx} , σ_{yy}) e de cisalhamento (τ_{xy}) são funções tanto da distância radial r como do ângulo θ , de acordo com o seguinte:

$$\sigma_{xx} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.16a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] \quad (2.16b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.16c)$$

Pelas eqs. 2.16 fica claro que para determinar a tensão em um ponto na vizinhança de uma trinca, basta somente fornecer a coordenada polar desse ponto e conhecer a constante K , que no modo I será K_I . Esta constante é conhecida por fator intensidade de tensão. O fator de intensidade de tensões leva em consideração a tensão aplicada ao componente mecânico e o tamanho e geometria da trinca existente, segundo uma relação do tipo:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.17)$$

Aqui Y representa um parâmetro ou função adimensional que depende tanto dos tamanhos quanto das geometrias da trinca e da amostra, bem como da maneira de aplicação da carga.

2.2.4.1- Tenacidade à Fratura

Da mesma maneira que uma taxa de liberação de energia que atinge um valor crítico (G_c) pode ser definida como a tenacidade à fratura do material, é conveniente definir um valor crítico de K_I a partir do qual a tensão atingirá um valor que irá promover a propagação da trinca.

Por definição, a tenacidade à fratura é uma propriedade que representa a medida da resistência de um material à fratura frágil quando na presença de uma trinca (CALLISTER, 2000) e sua unidade é expressa em $\text{MPa(m)}^{1/2}$ ou $\text{psi(pol.)}^{1/2}$. Materiais considerados frágeis, onde não se verifica uma deformação plástica significativa na frente de uma trinca em avanço, apresentam baixos valores de K_{Ic} , sendo vulneráveis a fraturas catastróficas.

Em contrapartida, verificam-se em materiais dúcteis valores de K_{Ic} relativamente altos. Esta propriedade é influenciada por muitos fatores, onde os mais expressivos são a temperatura, a taxa de deformação e a microestrutura do material. De maneira geral, K_{Ic} diminui com o aumento da taxa de deformação e a diminuição da temperatura e aumenta com a redução do tamanho de grão, quando se mantêm constante a composição e outras variáveis macroestruturais (CALLISTER, 2000)

2.2.5 – Plasticidade na Ponta da Trinca

Observa-se que as equações 2.16 prevêm que à medida que r tende a zero as tensões tendem para o infinito. Evidentemente, em materiais reais, estas tensões serão limitadas pelo escoamento localizado que ocorre em uma região à frente da trinca, denominada de zona plástica (BASTIAN, 1987). O tamanho da zona plástica depende do modo de carregamento e da geometria do corpo,

mas uma primeira estimativa pode ser dada pela equação 2.18 condicionada ao estado plano de tensão.

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \quad (2.18)$$

onde: σ_e é a tensão de escoamento e r_y é o raio da zona plástica

Para o estado plano de deformação, ocorre que o escoamento é suprimido pelo estado triaxial de tensões que se forma na ponta da trinca, diminuindo o raio da zona plástica por um fator 3, segundo a equação

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \quad (2.19)$$

Assim, embora a distribuição de tensões elásticas caracterizada pelo parâmetro K_I seja válida apenas nas proximidades da extremidade da trinca, isto é, quando $r \rightarrow 0$, ela não é uma solução correta exatamente na extremidade do defeito na região caracterizada pela distância r_y da eq. 2.18. No entanto, uma vez que o tamanho da zona plástica seja pequeno comparado ao campo governado pelo fator de intensidade de tensões K_I , a zona plástica poderá ser considerada meramente como uma pequena perturbação no campo elástico controlado por K_I .

Experimentalmente, verificou-se que esta condição de "pequena" zona plástica está assegurada quando o seu tamanho for, pelo menos, 15 vezes menor que as dimensões significativas do componente (espessura, seção remanescente e tamanho da trinca). De fato, a norma para determinação do valor de K_{Ic} da American Society of Testing and Materials (ASTM) determina que:

$$a, B, (W - a) \geq 2.5 \left(\frac{K_I}{\sigma_e} \right)^2 \quad (2.20)$$

Para o caso em que o tamanho da zona plástica for significativo para o campo de tensões, deverá ser levado em conta a redistribuição de tensão devido ao escoamento. A área hachurada da figura 9 mostra forças que estariam presentes em materiais elásticos, mas que não seriam suportadas por materiais elasto-plásticos devido ao fato de não suportarem o escoamento. Assim a zona plástica deve crescer em tamanho para acomodar essas forças remanescentes. Um balanço de força leva a uma estimativa de segunda ordem para a zona plástica, r_p , sendo mensurado agora pela equação

$$r_p = \frac{1}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_e^2} \quad (2.21)$$

O qual é duas vezes maior que a primeira estimativa, eq. 2.18

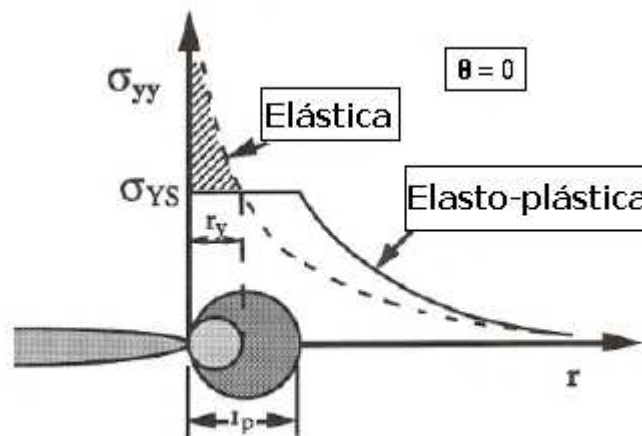


Figura 9 – Estimativas de primeira e segunda ordem para o tamanho da zona plástica (r_y e r_p respectivamente). A área hachurada clara representa a carga que deve ser redistribuída, resultando em uma zona plástica maior (ANDERSON, 1995).

Nessa nova condição, a tensão redistribuída na região elástica se torna maior do que é previsto pela eq. 2.17, sendo necessário, segundo *Anderson* (1995), o cálculo de um fator de intensidade de tensão efetivo K_{efe} que é logicamente maior que K_c . Para esse cálculo *Irwin* adota um comprimento da trinca efetivo a_{efe} como sendo:

$$a_{efe} = a + r_y$$

Esse a_{efe} sendo entrada para a eq. 2.17 vai gerar o K_{efe} através de algumas interações numéricas. Para o caso mais comum, modo I, tem-se

$$K_{efe} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)^2}} \quad (2.22)$$

2.2.5.1 Restrição à Deformação Plástica

À frente da ponta de uma trinca aguda, existe uma restrição lateral à deformação plástica, que aumenta com o aumento da espessura da placa (FORTES, 2003). Essa restrição pode ser descrita como uma inibição do escoamento plástico devido à triaxialidade de tensões. O grau de inibição é diretamente relacionado ao grau de triaxialidade, isto é, o grau ao qual as tensões σ_{xx} e σ_{zz} aproximam-se do valor da tensão σ_{yy} . Se as três tensões de referência forem iguais, teremos a restrição absoluta, de modo que não haverá escoamento plástico. Essa condição não é atingida porque o sistema de tensões resulta em um valor maior para σ_{yy} e por isso o escoamento flui na direção de carregamento.

O grau mínimo de comportamento dúctil que pode ser obtido para um material é aquele relacionado com a máxima condição de restrição ao escoamento plástico. Desse modo, a resistência à fratura do material para esse nível de máxima restrição torna-se independente de aumentos posteriores no tamanho da trinca, o que é muito interessante em aplicações de Engenharia.

A Figura 10 mostra um fenômeno, definido por *Pellini* e relatado em *Fortes* (2003) como relaxação da restrição. Para discutirmos relaxação da restrição, é necessário considerarmos a acuidade da trinca. A trinca natural em uma estrutura e a de um corpo de prova devem ser equivalentemente agudas. O arredondamento da ponta da trinca diminui a restrição e o desenvolvimento de

escoamento plástico na ponta de uma trinca causa algum grau de arredondamento durante o carregamento.

Um material frágil praticamente não apresenta embotamento da ponta da trinca, e esse comportamento é conhecido como “fratura sob condições de restrição sob deformação plana”. Contudo, para um material dúctil, que resiste a uma fratura precoce, o aumento na deformação plástica resulta em um significativo embotamento da ponta da trinca. Como resultado, o limite (capacidade) de restrição sob deformação plana imposto pelo sistema é excedido. Os efeitos são sinérgicos, onde o embotamento da trinca causa relaxação da restrição (excedendo o limite de restrição), que aumenta o escoamento plástico, levando a um embotamento adicional e assim por diante, até um estado final de fratura em excesso de condições de deformação plana.



Figura 10 – Relaxação da restrição devido ao embotamento na ponta da trinca (FORTES, 2003).

2.2.6 – Estado Plano de Tensão vs Estado Plano de Deformação

Esta seção tem o objetivo de esclarecer as razões para as diferenças entre os estados de deformação e de tensão plana. Primeiramente considere um sólido

elástico com uma trinca vazante submetido a uma tensão aplicada perpendicularmente ao plano da trinca, como está ilustrando na figura 11.

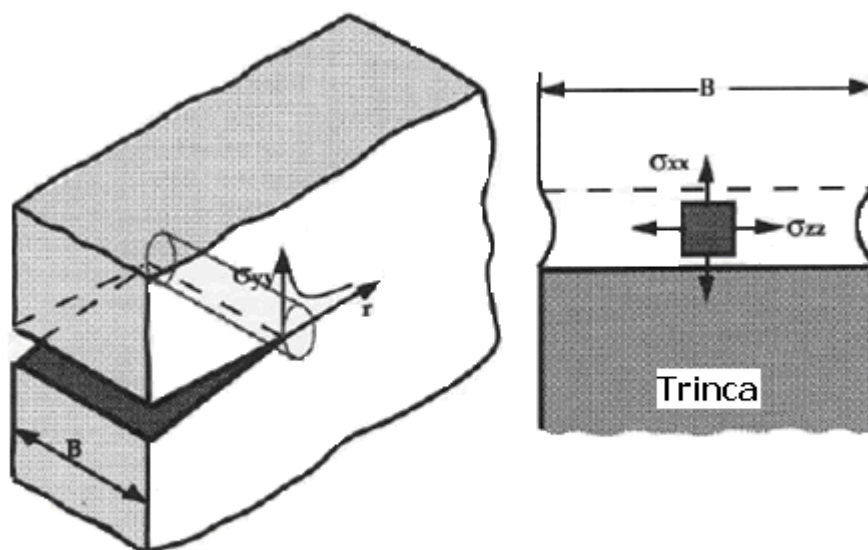


Figura 11 – Deformação tridimensional na ponta da trinca. A alta tensão normal na ponta da trinca faz o material da superfície se contrair, mas o material no interior do corpo está restringido a se deformar, o que resulta em um estado triaxial de tensões (ANDERSON, 1995).

Devido a esta tensão, desenvolve-se uma tensão σ_{yy} segundo a direção y, a qual é intensificada na região próxima da ponta da trinca, e decaindo com o aumento de r , gerando um gradiente de tensão principal. Para que a continuidade do sólido seja mantida, deverá haver um gradiente de tensão na direção x. Esta tensão será nula no ponto da trinca, pois não há restrição a deformação plástica nessa região, e irá se desenvolver à medida que se afastar da ponta até um valor máximo no interior do sólido, decaindo em magnitude a partir desse ponto com o aumento de r (ANDERSON, 1995).

Agora em termos da tensão na direção z, ter-se-á duas condições possíveis:

a) Se o corpo de prova for pouco espesso, praticamente não se desenvolvem tensões segundo a direção z, pois nesse caso não há restrição à deformação plástica, caracterizando o estado de tensão plana.

b) Se o corpo de prova tiver uma espessura significativa, a tensão σ_{zz} nas proximidades da superfície será nula, pois não existe a restrição a deformação elástica. Esta tensão aumentará à medida que se adentra para o interior do sólido, ficando dessa maneira o corpo submetido ao estado plano de deformação em suas regiões mais internas. Já nas regiões próximas as superfícies o estado plano de tensão é o dominante. Essa variação está ilustrada na figura 12.

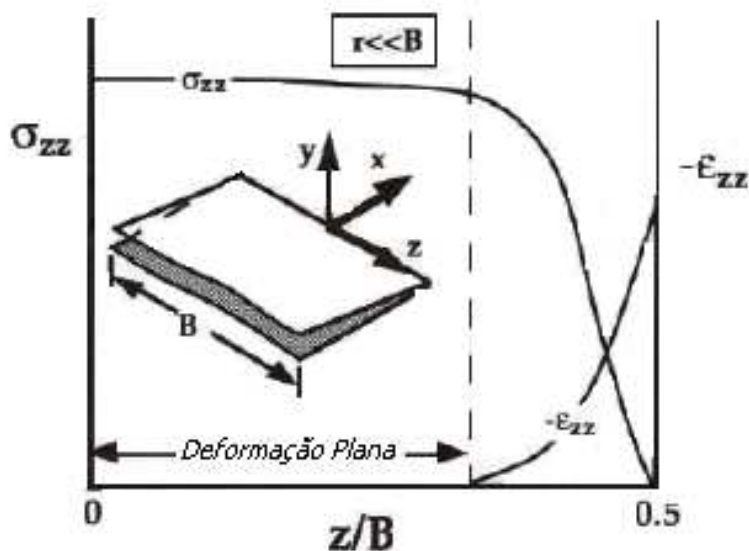


Figura 12 – Variação esquemática da tensão transversal e da deformação ao longo da espessura na ponta da trinca (ANDERSON, 1995).

2.3 – MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA

A mecânica da fratura elasto-plástica é uma abordagem que basicamente se estende da teoria linear-elástica. Quando a plasticidade na ponta da trinca toma proporções significativas em um componente, a MFLE não é mais capaz de fornecer resultados precisos. Esse é o caso da maioria dos metais e suas ligas utilizadas atualmente na indústria de modo geral. Com resistência mecânica em patamares menores dos que os materiais frágeis como é o caso das cerâmicas, rochas, vidros e etc., e relativo aumento da tenacidade à fratura, aqueles materiais apresentam substancial aumento no tamanho da zona plástica e afastamento das condições de utilização da MFLE, o que não os impede, contudo, de falharem de maneira catastrófica.

De modo a evitar esse tipo de fratura a qual pode gerar tragédias em componentes e estruturas constituídos desses materiais de baixa resistência e alta tenacidade à fratura, alguns métodos foram desenvolvidos, dentre os quais podemos citar o CTOD (Abertura Crítica na Ponta da Trinca), a Integral J, e a curva de resistência R. Este último será o método de determinação da tenacidade à fratura de interesse no presente trabalho.

A avaliação do comportamento à fratura apresentado pelos materiais no regime elasto-plástico é dos mais importantes uma vez que se trata do regime que normalmente acompanha a maioria das aplicações estruturais envolvendo aços de média e baixa resistência mecânica. No entanto, nem seria de se esperar que fosse possível a obtenção de um parâmetro simples que viesse a traduzir este regime de deformação não linear. Contudo, o desenvolvimento do método CTOD, com auxílio de uma curva de projeto, apresenta-se como uma ótima abordagem, sendo consagrada por uma infinidade de aplicações práticas.

Esta metodologia tem o mérito de levar em consideração:

- a) tensões residuais
- b) efeito de concentradores de tensões
- c) tipos de defeitos (internos, superficiais)

2.3.1 – Método da Abertura Crítica na Ponta da Trinca (CTOD)

Da mesma forma que na MFLE, a abordagem do CTOD, na MFEP, permite relacionar as condições de tensões ou deformações aplicadas com um tamanho de defeito permissível no material.

De acordo com *Bastian* (1987), os conceitos básicos do método CTOD foram desenvolvidos, de forma independente, por *Wells e Cottrell* e *Bareblat*. O objetivo era a obtenção de um critério de fratura para materiais que apresentassem uma capacidade maior de deformação plástica à ponta de um defeito. Há uma dificuldade inerente, para materiais de maior ductilidade, em se obter um parâmetro único que caracterize completamente o campo de tensões e deformações à ponta de uma trinca.

Wells (1963) verificou em seu estudo que as faces da trinca haviam se movido em relação à posição anterior a fratura, percebendo ainda que a deformação plástica causava um embotamento em uma trinca inicialmente pontiaguda, como está ilustrado na figura 13, e que o grau de embotamento da mesma aumentava proporcionalmente ao nível de tenacidade do material.

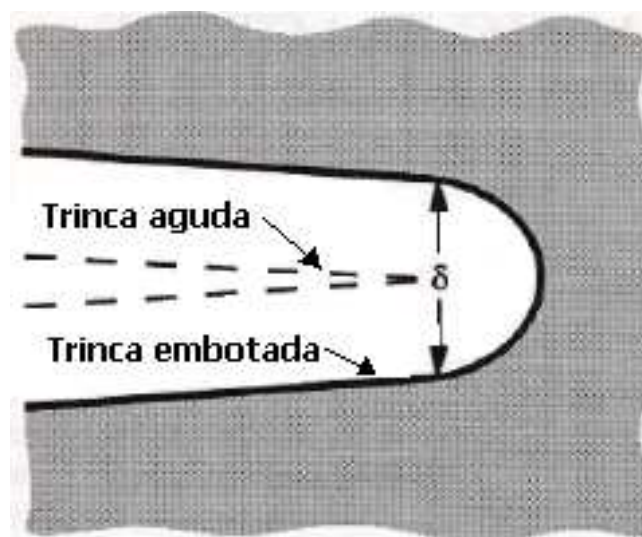


Figura 13 – Abertura crítica na ponta da trinca (CTOD). Uma trinca aguda inicial sofre embotamento devido à deformação plástica, resultando em um deslocamento finito na ponta da trinca (ANDERSON, 1995).

Para quantificar o valor do CTOD, *Wells* utilizou o trabalho de *Irwin* o qual mostrou que a plasticidade na ponta da trinca faz a trinca comportar-se como se fosse ligeiramente maior, ilustrado na figura 14. Desse modo, *Wells* mostrou que o CTOD (δ) pode ser obtido pela expressão

$$\delta = \frac{4 K_I^2}{\pi \sigma_e E} \quad (2.23)$$

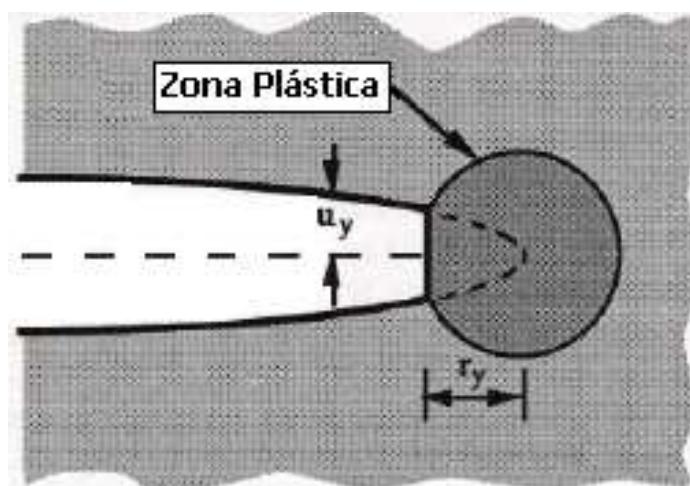


Figura 14 – Estimativa do CTOD a partir do deslocamento efetivo da trinca na correção da zona plástica de Irwin (ANDERSON, 1995).

Ainda segundo *Wells e Cottrell e Bareblat*, a ruptura de um componente contendo um defeito prévio, mesmo em materiais com boa capacidade de deformação localizada, dar-se-á a partir de um valor crítico de abertura de trinca (δ_c). Este valor crítico de abertura de trinca pode ser tratado como uma característica da região à frente da trinca para um dado material testado sob um dado conjunto de condições.

2.3.1.1 – Desenvolvimento da Técnica do CTOD

Uma vez estabelecida a existência de uma singularidade no evento de fratura no regime elasto-plástico, surgiu a possibilidade de se relacionar este parâmetro com situações práticas. O que na MFLE é feito de uma forma direta porque o fator de intensidade de tensões está diretamente relacionado com a tensão aplicada e com o tamanho da trinca em um dado elemento, na MFEP

exige uma metodologia bem mais complexa. Para a técnica CTOD, a solução encontrada para relacionar uma trinca permissível com a tensão aplicada foi a utilização de uma curva de projeto, de origem semi-empírica.

A dificuldade de utilização do critério de abertura de trinca admitida pelo material reside no fato de que, em serviço, não é possível ficar monitorando a abertura de trinca na ponta de defeitos que porventura existam. A alternativa, empregada por *Wells* (1963), foi a de relacionar a abertura de trinca com a deformação imposta em serviço. Esta metodologia é extremamente prática uma vez que é perfeitamente viável estimar deformações localizadas na região de um defeito (STROHAECKER, 1998).

Burdekin e Stone (1966), segundo consta em *Strohaecker* (1998), também desenvolveram uma expressão para o cálculo de δ , tomando como base uma trinca de comprimento $2a$ em uma chapa infinita submetida a uma tensão trativa uniforme σ na direção perpendicular ao plano da trinca (y) e assumindo condições de estado plano de tensões. A expressão encontrada foi

$$\delta = \frac{8\sigma_e a}{\pi E} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_e} \right) \quad (2.24)$$

Através da expansão em séries, chega-se às expressões simplificadas para δ_c referindo-se aos valores de G_c e K_{Ic}

$$\delta = \frac{K_{Ic}}{\sigma_e E} = \frac{G_c}{\sigma_e} \quad (2.25)$$

Posteriormente, a abertura de trinca foi expressa de forma adimensional também por *Wells*, seguido por *Burdekin e Dawes* (BASTIAN, 1987). Esse recurso é utilizado na construção das curvas de projeto, as quais fornecem os valores toleráveis para tamanhos de defeitos e ambos serão discutidos a seguir.

2.3.1.1.1 – Ensaio CTOD

Inicialmente, os corpos de prova para o ensaio de CTOD eram apenas entalhados, sem abertura da pré-trinca de fadiga. Contudo, a presença da pré-trinca de fadiga mostrou-se importante porque simula uma condição mais crítica de trinca real na peça e também porque mantém uma continuidade com o ensaio de K_{Ic} (FORTES,2003).

Com a introdução da pré-trinca de fadiga, tornou-se necessário o desenvolvimento de uma equação que calculasse o valor de CTOD a partir de medições da abertura da boca da trinca. O CTOD é, assim, calculado de maneira aproximada por relações geométricas de semelhança de triângulos e dividindo a influência de fatores elásticos e plásticos, segundo está mostrado na figura 15 e na equação 2.26.

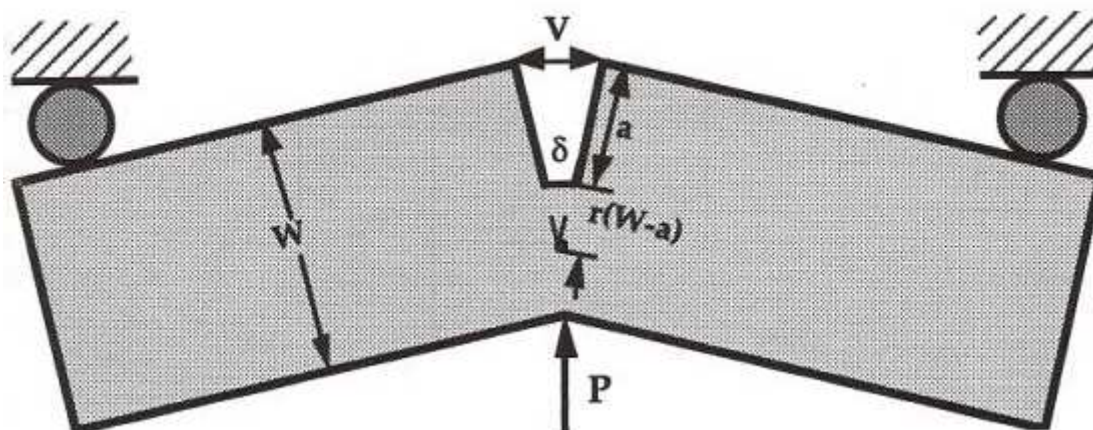


FIGURA 15 – Modelo para estimar o CTOD em amostras sob flexão apoiadas em três pontos (ANDERSON, 1995).

$$\delta = \delta_{el} + \delta_p = \frac{K_I^2}{m\sigma_e E'} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a) + a} \quad 2.26$$

r_p – Fator rotacional plástico, que para materiais típicos de amostras está em torno de 0.44.

m – Constante adimensional que varia de 1.0 em tensão plana 2.0 em deformação plana

E' – Modulo de elasticidade quando na condição de deformação plana.

2.3.1.2 – Curvas de Projeto

A primeira curva de projeto foi desenvolvida por *Wells*, que foi o primeiro modelo de aceitação internacional, e estabeleceu a sistemática da curva de projeto de δ , que é a forma de utilização de δ no projeto, até o presente. A curva de projeto de *Wells* foi pioneira, tendo-se seguido por outras, como as de *Burdekin* e *Dawes*, que permitem avaliações mais realistas.

O fundamento de uma curva de projeto baseia-se na relação em tensão plana entre um valor de CTOD adimensional (Φ) e uma razão de deformação sobre uma base de medida $2y_1$ normal ao plano da trinca.

Segundo observado em *Strohaecker* (1998), *Harrison*, *Burdekin* e *Young* propuseram em 1968 a expressão

$$a = C \left(\frac{\delta}{\varepsilon_y} \right) \quad (2.27)$$

onde a constante C depende da tensão aplicada.

Para 2/3 da tensão de escoamento essa constante seria 0.5, apresentando-se na forma geral como

$$\Phi = 0.5 \left(\varepsilon / \varepsilon_y \right) \quad (2.28)$$

O autor ainda fornece o valor da constante C para várias situações típicas na engenharia, listados aqui na tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Proposta de *Harrison et al.* para o cálculo de tamanho de um defeito permissível.

Tamanho do defeito	Com alívio de tensões	Como soldado	Com alívio de tensões e $K_{Ic} = 3$	Como Soldado e $K_{Ic} = 3$
$a_{máx}$	$0,5(\bar{\delta}/\varepsilon_y)$	$0,15(\bar{\delta}/\varepsilon_y)$	$0,15(\bar{\delta}/\varepsilon_y)$	$0,1(\bar{\delta}/\varepsilon_y)$

Entretanto, resultados adicionais mostraram que a equação 2.27 não apresentava segurança para altas tensões aplicadas (superestimava a trinca admissível). Em um trabalho posterior segundo *Strohacker* (1998), *Burdekin* e *Dawes* em 1971, propuseram a seguinte expressão:

$$\Phi = \frac{4}{\pi^2} \ln \sec \left(\frac{\pi}{2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right), \quad \text{para } \varepsilon/\varepsilon_y \leq 0.86 \quad (2.29a)$$

e

$$\Phi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} - 0.25, \quad \text{para } \varepsilon/\varepsilon_y > 0.86 \quad (2.29b)$$

Em seguida, com a disponibilidade de resultados experimentais adicionais, foi constatada a falta de segurança desta proposta para baixas tensões. Isto não se constituiu em uma surpresa visto que a expressão original de *Burdekin* e *Stone* realmente não tinha embutido qualquer fator de segurança. Assim, *Dawes* em 1974, modificou a curva de projeto, a fim de aumentar a segurança, além de aumentar a facilidade de sua utilização.

$$\Phi = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right)^2, \quad \text{para } \varepsilon/\varepsilon_y \leq 0.5 \quad (2.30a)$$

$$\Phi = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} - 0.25, \quad \text{para } \varepsilon/\varepsilon_y > 0.5 \quad (2.30b)$$

Um resultado importante foi que dessa maneira, segundo *Bastian* (1987), o conceito de CTOD crítico pôde ser utilizado como critério para a previsão de ocorrência de fratura frágil, em situações de carregamento elástico ($\sigma < \sigma_y$), mesmo quando o nível de deformação plástica na ponta da trinca atinge valores suficientemente elevados para invalidar a utilização da MFLE.

A figura 16 mostra as várias curvas de projeto superpostas. Nesta comparação nota-se que para uma razão de $\varepsilon/\varepsilon_y$ de até 0,86, a curva de Dawes apresenta-se como a mais conservadora. Acima deste valor a Curva de Projeto de Wells apresenta um excesso de conservadorismo, sendo a expressão de Dawes a mais indicada.

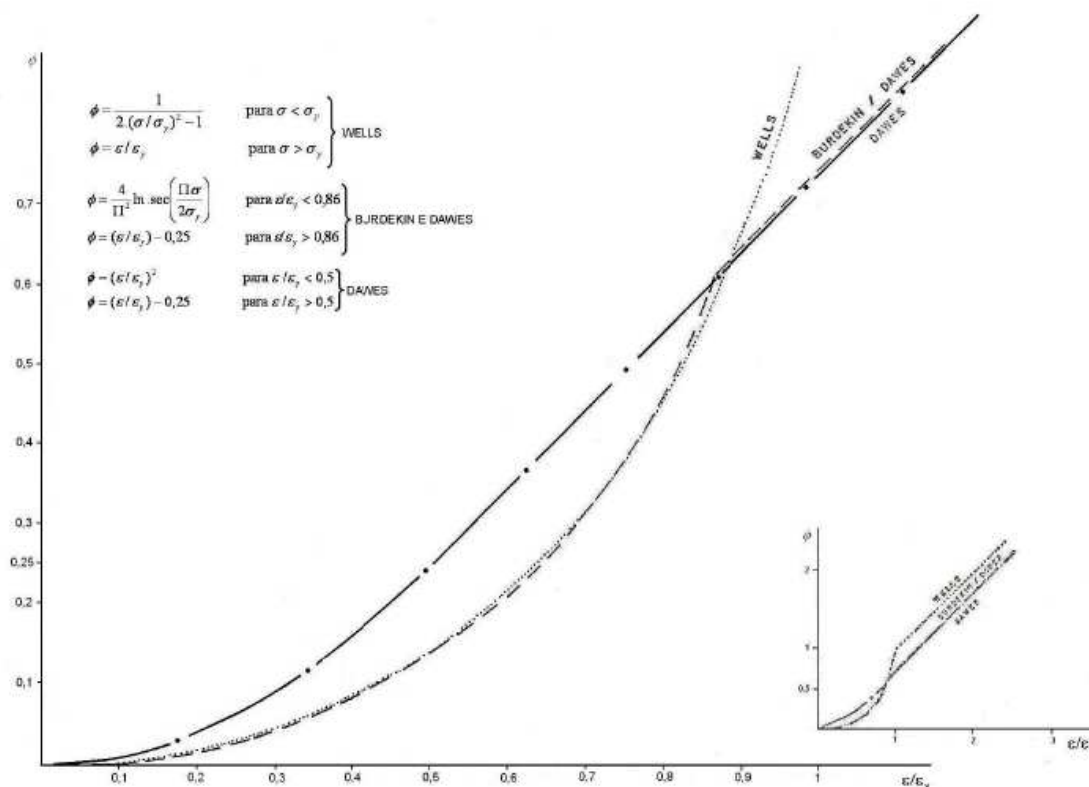


Figura 16 – Curvas de projeto (STROHAECKER, 1998).

2.3.1.2.1 - Uso da curva de projeto

Obtido o valor de CTOD do material, pode-se segundo *Strohaecker* (1998), através da curva de projeto:

- estipular o tamanho do defeito permissível para uma determinada sollicitação da estrutura em questão,
- caracterizar a tensão admissível em uma estrutura para determinado tamanho de defeito identificado na mesma.

c) de servir como parâmetro para seleção de materiais para determinada utilização específica.

Da curva de projeto, a partir da razão da tensão ou deformação imposta pela tensão ou deformação de escoamento do material, determina-se o CTOD adimensional (Φ). A partir deste obtém-se o valor do tamanho da trinca passante admissível no componente analisado. Pelo caminho inverso, a partir do tamanho de um defeito, porventura existente, calcula-se o CTOD adimensional e, através da curva de projeto, obtém-se a tensão admissível.

Inicialmente o desenvolvimento da técnica CTOD esteve voltado para defeitos passantes, mas posteriormente foi estendida por *Dawes* (1974) para defeitos internos e superficiais.

2.3.1.2.2 – Confiabilidade de curvas de projeto

A incidência de fraturas frágeis catastróficas foi reduzida substancialmente nos últimos anos chegando a ser uma ocorrência rara. Este fato tem um significado especial se lembrarmos do crescimento sem precedentes do ritmo de construções estruturais, além das condições cada vez mais severas do regime de operação, condições ambientais, etc.

O aumento da segurança está diretamente relacionado com o melhor entendimento dos mecanismos de fratura. Este conhecimento propiciou a mudança da filosofia de "defeitos não permissíveis" para a de "adequação para o uso" ("fitness for purpose") reconhecendo-se, assim, o fato das limitações práticas na obtenção de maiores valores de tenacidade dentro de parâmetros econômicos.

Dentro da MFEP a técnica CTOD é uma das abordagens mais utilizadas pois, através da implementação da curva de projeto de origem semi-empírica, possibilita calcular o tamanho de defeitos admissíveis para o nível de tensões a ser imposto à estrutura na prática.

A curva de projeto permite definir um tamanho de defeito permissível e não o crítico, ficando associado a um fator de segurança em torno de dois. Uma maneira de avaliar a segurança associada à curva de projeto é através da utilização do ensaio em chapa larga (Wide Plate Test), as quais podem ser ensaiadas tanto para tração quanto para flexão na presença de um defeito.

Um dos métodos para testar a confiabilidade da curva de projeto é de: fixando um determinado nível de tensões ou de deformação a ser imposta na chapa larga, variar o tamanho do defeito até obter a fratura. O tamanho do defeito, acima do qual houvesse a fratura, seria o defeito crítico ($a_{\text{crít}}$). A comparação deste valor com aquele obtido pela técnica CTOD, através do ensaio de corpos de prova para obter o valor de CTOD crítico e do uso da curva de projeto para calcular o tamanho da trinca admissível (a_{adm}), daria o coeficiente de segurança "S". Tal procedimento está ilustrado no diagrama da figura 17.

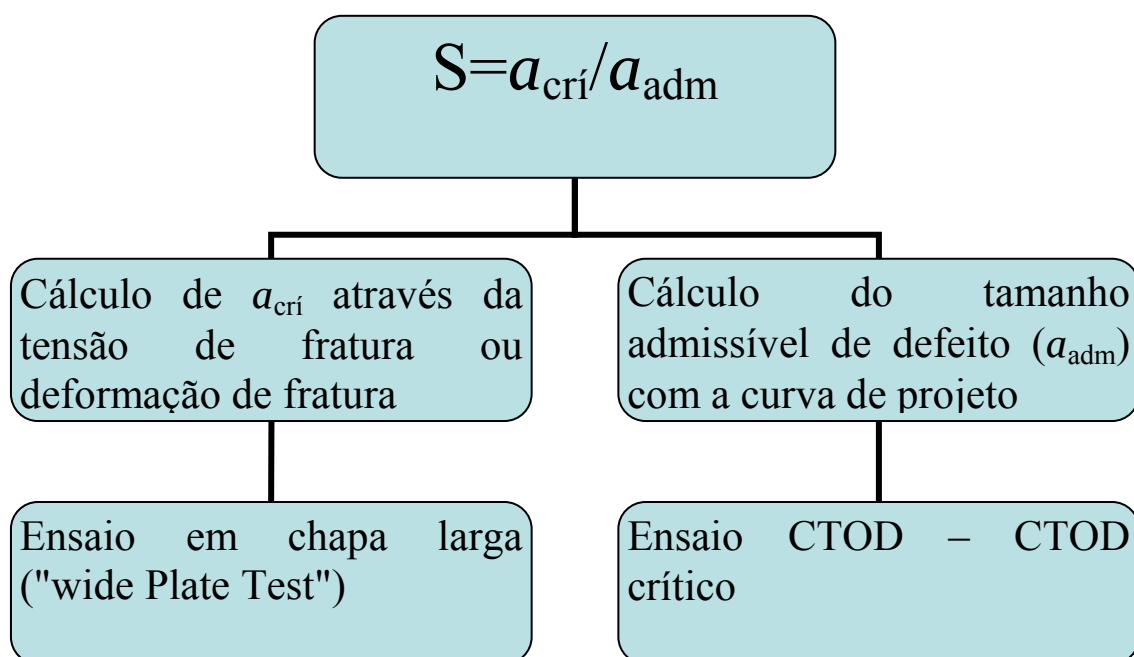


Figura 17 - Procedimento para testar a confiabilidade da Curva de Projeto

2.3.2 – O Método da Integral J

O método da integral J apresentou grande sucesso na análise de fratura para materiais não lineares. Esses materiais, diferentemente dos materiais elásticos,

não apresentam uma curva tensão-deformação linear, mas o mesmo perfil para o carregamento é seguido durante o descarregamento. Esse fato não se verifica para materiais elasto-plásticos, os quais apresentam uma histerese referente à deformação plástica irreversível quando descarregados para níveis de tensão além da tensão de escoamento do material.

Conforme descrito em *Anderson* (1995), *Rice* (1968) analisou o comportamento dos materiais não lineares na presença de trincas, mostrando que a integral J , que é uma taxa de liberação de energia, poderia ser escrita como uma integral de linha independente do caminho.

Hutchinson et al. (1968) ainda mostraram que J caracteriza as tensões e deformações na ponta de uma trinca em materiais não lineares e que a mesma pode ser vista tanto como um parâmetro energético quanto parâmetro de intensidade de tensão.

Do mesmo modo que foi mostrado pela equação 2.8, podemos descrever quantitativamente J em termos de energias envolvidas simplesmente substituindo o G pelo J naquela equação (ANDERSON, 1995).

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.31)$$

E da mesma forma chega-se às equações que são equivalentes tanto para a condição de carga controlada quanto para a condição de deslocamento controlado, as quais são

$$J = \left(\frac{dU^*}{da} \right)_P = \left(\frac{dU}{da} \right)_\Delta \quad (2.32)$$

Os três pesquisadores citados mostraram ainda que para que a independência da integral J em relação ao caminho, tensão e deformação devem variar em função de $1/r$ em regiões próximas a ponta da trinca sendo segundo as equações

$$\sigma_{ij} = k_1 \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (2.33a)$$

$$\varepsilon_{ij} = k_2 \left(\frac{J}{r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (2.33b)$$

Sendo:

i, j – Índices que definem o vetor normal ao contorno da integral

n – Coeficiente de encruamento do material

K_1 e K_2 : Constantes de proporcionalidade

2.3.2.1 – Medição de J em Laboratório

A ASTM padronizou dois tipos de testes de J . Um publicado em 1981, E 813, descreve um método para a obtenção do J_{Ic} quando ocorre a iniciação de crescimento dúctil de trinca. O outro, E 1152, publicado em 1987, padroniza o método para obtenção da curva J - R , que é uma curva de resistência expressa em termos de J e da extensão da trinca semelhante ao modo como é feito para o teste de curva R utilizando o conceito de CTOD.

Entretanto estes métodos tornaram-se obsoletos, dando lugar ao método que compreende tanto os conceitos de J_{Ic} e Curva J - R como também direciona a avaliação de J para materiais que experimentam fratura instável como é o caso da clivagem em aços ferríticos.

Na seção seguinte a técnica de obtenção e avaliação da curva- R tanto para CTOD como para J terá uma abordagem mais aprofundada

2.3.3 – O Método da Curva de Resistência (Curva- R)

Muitos materiais de alta tenacidade não falham de modo catastrófico em um valor específico de CTOD ou de J . Em contrapartida estes materiais

apresentam uma curva R ascendente, em que J e CTOD aumentam com a extensão da trinca. No caso dos metais esta curva R ascendente está associada com o crescimento e coalescência de microvazios, como foi discutido previamente na seção 2.1.1

A figura 18 ilustra esquematicamente uma curva J-R típica para um material dúctil. Para os estágios iniciais de deformação, a curva é aproximadamente vertical e existe um crescimento de trinca aparente devido ao embotamento na ponta da trinca. À medida que os valores de J aumentam, ocorre a falha local do material na ponta da trinca, promovendo o avanço desta.

Enquanto valores iniciais de tenacidade fornecem alguma informação sobre o comportamento sobre fratura referente a materiais dúcteis, a extensão total da curva R prove uma descrição mais detalhada.

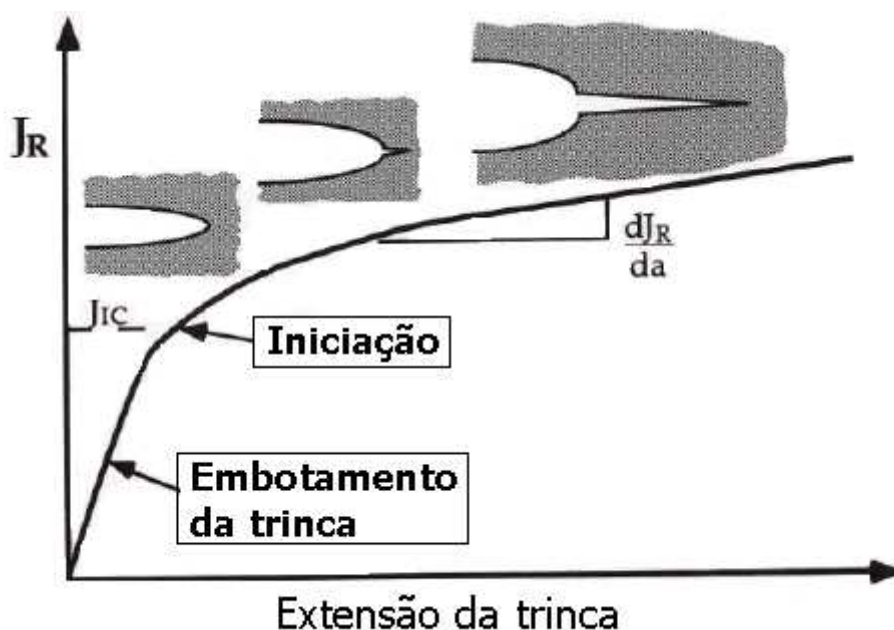


Figura 18 – Curva de resistência J esquemática para material dúctil (ANDERSON, 1995).

A inclinação da curva em uma dada quantidade de extensão da trinca é um indicativo de relativa estabilidade do crescimento da trinca; um material com uma curva R íngreme é menos suscetível a experimentar um crescimento instável de trinca

2.3.2.1 – Instabilidade e a Curva R

A extensão de trinca irá ocorrer quando G atingir o valor da resistência do material, R , que é equivalente a $2w_f$, onde w_f é a energia de fratura. Esta extensão pode se apresentar de forma estável ou instável, dependendo de como G e w_f irão variar com o tamanho da trinca. Na figura 19 está ilustrada esquematicamente a configuração de G e curva R para dois tipos de comportamento de materiais.

Para o caso a, a resistência do material é constante com o tamanho da trinca, sendo o seu crescimento estável para σ_1 . Quando a tensão se torna σ_2 , a propagação da trinca se torna instável, pois G aumenta com o tamanho da trinca, porém a resistência se mantém constante.

Já para o caso b onde o material apresenta uma curva R ascendente, para tensões abaixo de σ_4 , G aumenta a uma taxa menor do que a taxa de incremento de R . para valores de tensão acima de σ_4 observa-se o oposto, caracterizando uma propagação instável da trinca. Condições para crescimento estável de trinca são expressas como segue

$$G = R \quad (2.34a)$$

$$\frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da} \quad (2.34b)$$

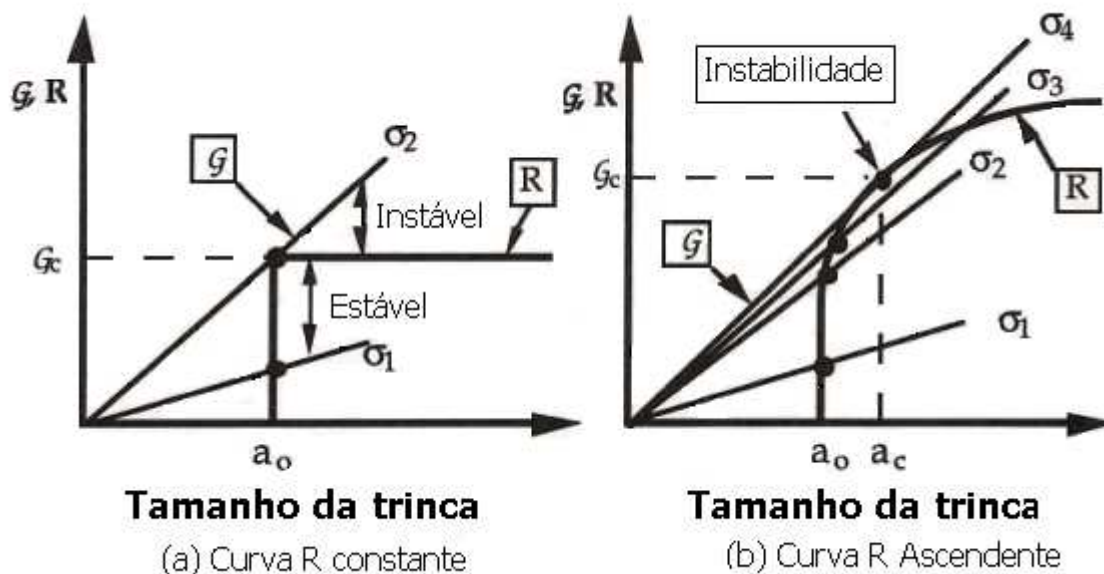


Figura 19 – Diagramas esquemáticos de Força de extensão da trinca G / Curva R (ANDERSON, 1995).

A curva R pode ser expressa em termos de K , G , CTOD ou qualquer outro parâmetro equivalente dentro do contexto da MFLE ou escoamento de escala reduzida (KANNINEN AND POPELAR, 1985). Pode ser realizada uma análise utilizando qualquer um destes parâmetros de fratura. Além disso, uma abordagem em termos de energia é selecionada porque ela pode ser facilmente estendida para a análise do crescimento de trinca elasto-plástico estável.

2.3.2.2 – Razões Para o Aspecto da Curva R

Alguns materiais exibem uma curva R crescente, enquanto a curva R para outros materiais é linear. A forma da curva R depende mais do comportamento do material, do que da configuração da estrutura da trinca.

A curva R para um material frágil ideal é linear porque a energia de superfície é uma propriedade invariante do material. Quando o comportamento do material não linear acompanha a fratura, a curva R pode tomar uma variedade de formas. Por exemplo, para fratura dúctil em metais o resultado é normalmente uma curva R crescente; uma zona plástica na ponta da trinca aumenta em tamanho quando a trinca cresce. A força motriz deve aumentar nestes

materiais para manter o crescimento da trinca. Se o corpo trincado é infinito (ou seja, a zona plástica é pequena comparada às dimensões do corpo) o tamanho da zona plástica e eventualmente R alcança um valor estacionário, e a curva R se torna linear com posteriores crescimentos.

Alguns materiais podem exibir uma queda na curva R . Quando um metal falha por clivagem, por exemplo, a resistência do material é fornecida pela energia de superfície e dissipação da energia plástica local, como ilustrado na figura 20. A curva R seria relativamente linear se o crescimento da trinca fosse estável. Enquanto a propagação de trinca por clivagem é normalmente instável; o material próximo da ponta da trinca crescente está sujeito a altas taxas de deformação, o qual suprime deformações plásticas. Assim a resistência de uma trinca por clivagem que cresce rapidamente é menor que a resistência inicial no início da fratura.

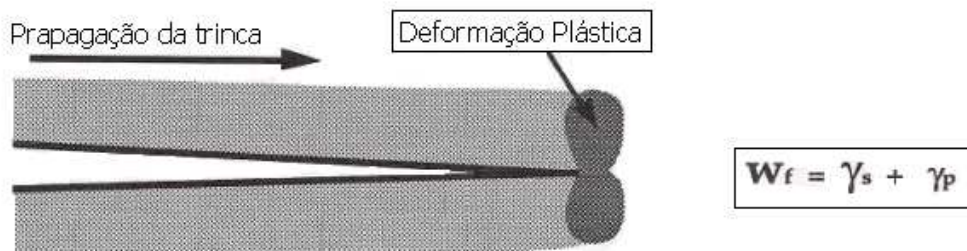


Figura 20 – Material elasto-plástico com deformação plástica na ponta da trinca (ANDERSON, 1995).

O tamanho e geometria da estrutura trincada pode exercer alguma influência na forma da curva R . Uma trinca numa folha fina tende a produzir uma curva R mais íngreme que uma trinca em uma placa grossa porque a folha fina é predominantemente carregada sob tensões planas, enquanto o material próximo à ponta da trinca na placa grossa pode está em deformação plana. A curva R também pode ser afetada se a trinca que está se propagando atingir uma superfície livre na estrutura. Assim uma placa larga (infinita) pode exibir alguma diferença no comportamento da resistência no crescimento da trinca em relação a uma placa estreita do mesmo material.

Idealmente, a curva R, assim como outros métodos de medir a tenacidade a fratura, seria uma propriedade somente do material e não dependente do tamanho ou forma do corpo trincado. No conceito da mecânica da fratura é assumido que a tenacidade a fratura é uma propriedade do material. Efeitos de configuração podem ocorrer, entretanto; uma metodologia de mecânica da fratura deve atender estes efeitos e a sua potencial influência na precisão de uma análise.

2.3.2.3 – Controle de Carga e Controle de Deslocamento

Conforme as equações (2.34) a estabilidade do crescimento de trinca depende da taxa de variação em G , isto é a segunda derivada da energia potencial. Embora a força motriz (G) seja a mesma para ambos (ou seja, controle por carga e controle por deslocamento), a taxa de variação da curva de força motriz depende de como a estrutura está carregada. Controle por deslocamento tende a ser mais estável que os controles por carga (ANDERSON, 1995). Para algumas configurações, a força motriz de fato diminui com o crescimento da trinca no caso do controle por deslocamento. Um exemplo típico é ilustrado na figura 21.



Figura 21 – Diagrama esquemático de Força de extensão da trinca G /Curva R que compara controle por carregamento e controle por carga (ANDERSON, 1995).

Referindo-se a figura acima, considere uma estrutura trincada sujeita a uma carga P_3 e um deslocamento Δ_3 . Se a estrutura é controlada por carga, é no ponto de instabilidade, onde a curva da força motriz é tangente a curva R. Enquanto que no controle por deslocamento, a estrutura é estável porque a força motriz diminui com o crescimento da trinca; o deslocamento deve ser aumentado para um posterior crescimento de trinca.

Quando uma curva R é determinada experimentalmente, o corpo de prova é normalmente testado na condição de controle por deslocamento (ou na condição mais próxima disso dependendo da máquina). Então a maioria das geometrias de corpos de provas de testes comuns exibe uma queda na curva de força motriz no controle por deslocamento, sendo possível obter uma quantidade significativa de crescimento estável da trinca. Se uma instabilidade ocorre durante o teste, a curva R não pode ser definida após o ponto que ocorreu o crescimento instável da trinca.

2.4 – EXEMPLOS PRÁTICOS DE APLICAÇÃO DE CURVA R E SUAS POTENCIALIDADES

Além da grande aplicabilidade para o caso dos metais, a curva de resistência (curva R) vem sendo empregada na avaliação da tenacidade à fratura também nos novos materiais de engenharia que estão sendo largamente inseridos como partes integrantes de componentes na indústria. Dentre estes enquadram-se materiais cerâmicos, compósitos, polímeros e outros.

A curva R também vem passando por várias revisões quanto a metodologia e os parâmetros empregados na obtenção da mesma. Esta seção aparece então na intenção de apresentar alguns desses testes e revisões realizados por diversos pesquisadores no mundo.

2.4.1 – Curva R Empregada na Avaliação de Junções com Adesivos de Epóxi

Ameli et al. (2009) avaliou o comportamento da curva R de duas junções tenazes adesivas a base de epóxi em função da razão de modo. Um modelo matemático bilinear foi usado para caracterizar o comportamento de resistência à fratura (curva R) partindo da iniciação da trinca para a propagação da mesma no estado estacionário. O autor explica o mecanismo de falha nesse tipo de materiais:

Extensão de trinca em junções tenazes adesivas a base de epóxi começa com a cavitação de partículas do polímero, seguido de crescimento de vazios, sendo estes posteriormente distorcidos pelo escoamento da matriz em cisalhamento. Estes processos levam ao desenvolvimento progressivo de uma zona de falha constituída por material escoado e micro-fissuras distribuídas (AMELI *et al.*, 2009).

Foi verificado que à medida que a carga na junção aumenta as micro-trincas maiores coalescem para formar uma macro-trinca, que cresce, em seguida, como novas micro-trincas e a zona de falha avança para a camada adesiva. Durante essas fases iniciais de ruptura, a zona de falha continua a expandir-se à frente da macro-trinca crescente, levando a um progressivo endurecimento da junta, onde incrementos de energia de deformação são dissipados pela

deformação plástica e pelo micro-trincamento. Este processo resulta na curva de resistência (curva R) de G_c versus o comprimento de trinca.

Eventualmente, a zona de falha atinge um tamanho de estado estacionário e o G_c torna-se constante, já não aumentando com comprimento da macro-trinca. Este valor de estado estacionário de G_c (G_{cs}) foi utilizado para prever a ruptura de uma vasta gama de junções adesivas. No entanto, junções com sobreposições relativamente curtas podem chegar a sua força final e falhar catastróficamente antes que G_c atinja seu valor de estado estacionário, G_{cs} . Neste caso, o uso do G_{cs} como um critério de falha irá superestimar a resistência da junção e então o limite de resistência deverá ser baseado nos valores de G_c extraídos da curva R em um comprimento de trinca apropriado.

Os experimentos do autor mostraram que os parâmetros do modelo dependiam fortemente do modo de carregamento e da espessura da interface dos adesivos, mas eram largamente independentes em relação a geometria da amostra. Por fim o autor cita que os resultados são relevantes para a previsão da carga de início da trinca e ruptura de juntas adesivas.

2.4.2 – Visão Alternativa da Curva R Avaliada em Relação à Taxa de Dissipação de Energia

Os resultados obtidos com a curva R têm sido efetivamente aceitos por parte da teoria da mecânica da fratura. Os dois pressupostos centrais da teoria são que o G representa a força de extensão da trinca (taxa de entrada de energia por unidade de avanço de trinca e que a resistência do material frente ao crescimento da trinca, designada R, aumenta com a extensão da trinca.

Sumpter (1999) mostra em seu trabalho que ambos estes pressupostos estão errados. Quando a taxa real de dissipação de energia, D, necessária para promover o avanço de trinca é deduzida, é visto que esta taxa excede a resistência R por uma margem significativa.

A conclusão acima referida tem sido ilustrada por uma série de ensaios publicados em chapas largas e finas de alumínio. Verificou-se que as tensões de instabilidade obtidas pela abordagem convencional da curva R e pela teoria da taxa de dissipação de energia são muito semelhantes, e a razão para isso foi então identificada. Segundo o autor, a teoria da taxa de dissipação de energia deve ser preferida porque esta fornece uma melhor descrição dos fenômenos físicos reais, pois dá uma melhor compreensão das margens de segurança estrutural e devido ao fato do parâmetro relevante de tenacidade poder ser derivado de um teste de escala reduzida.

As idéias acima são de fundamental importância para o entendimento correto do crescimento estável e instável da trinca em metais dúcteis (SUMPTER, 1999). Elas sugerem uma mudança na direção dos ensaios futuros e métodos de análise, tornando a taxa de dissipação de energia o índice preferido na avaliação da resistência de crescimento de trinca.

2.4.4 – Avaliação da Tenacidade à Fratura em Aços Inoxidáveis Ferríticos

Soares (2009) determinou a tenacidade à fratura em estruturas contendo trincas em suas juntas soldadas. A autora ensaiou o aço inoxidável ferrítico 4105 que é usado, por exemplo, em construções de equipamentos para indústria petroquímica. Utilizando duas condições diferentes: material no estado “como recebido” e “soldado”, e ensaiando dois corpos de prova para cada condição, a tenacidade à fratura foi avaliada segundo o critério da Curva de Resistência (Curva R), que fornece o tamanho e a abertura máxima da trinca sem que ocorra a ruptura do material. A principal conclusão foi que o material soldado apresentou melhores valores daquela propriedade em relação ao não soldado.

3 - CONCLUSÕES

A mecânica da fratura é uma ciência que, quando comparada com as demais disciplinas correlatas pode ser considerada como recente. Essa teoria apresenta várias vertentes de análise de materiais perante a fratura, onde sua principal contribuição refere-se ao fato que, além de avaliar as propriedades dos materiais, estuda também o comportamento destes perante trincas e falhas presentes em sua matriz.

O critério que usa o fator intensidade de tensão aplica-se a materiais rigorosamente elásticos de relevante resistência mecânica. Para materiais dúcteis, o método CTOD e o método de integral J são os mais adequados.

Um método também muito utilizado para a avaliação de materiais de alta ductilidade é o método da curva de resistência. Esse conceito utiliza os conceitos dos outros critérios para analisar em que ponto uma trinca irá se propagar rapidamente, sendo por isso muito empregado em situações que envolvam risco de fratura catastrófica.

A mecânica da fratura tem se desenvolvido amplamente durante a última metade do século passado e auxiliado projetistas no mundo inteiro na intenção de reduzir os danos e prejuízos que falhas catastróficas de componentes e estruturas causam à sociedade.

4 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] AMELI, A., PAPINI, M., SCHROEDER, J.A., SPELT, J.K. **Fracture R-curve Characterization of Toughened Epoxy Adhesives.** *Fracture Mechanics Engineer*, 2009.
- [2] ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications.** Segunda edição, Editora CRC Press, 1995.
- [3] BASTIAN, Fernando Luiz, CAMINHA, Herick Marques Jr. e MORAIS, Marcelo Melo. **Apostila de Mecânica da Fratura**, 1987.
- [4] CALLISTER, WILLIAM D. Jr. **Ciência e Engenharia de Materiais.** Quinta edição, Editora LTC, 2002.
- [5] FORTES, Cleber. **Apostila de Mecânica da Fratura.** Escola Superior Aberta do Brasil. 2003.
- [6] GRIFFITH, A.A. **The Phenomena of Rupture and Flow in Solids.** *Philosophical Transactions, Series A*, Vol. 221, 1920, pp. 163 -198.
- [7] HERTZBERG, Richard W. **Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials.** Third edition, John Wiley & Sons, 1989.
- [8] IRWIN, G.R., **Fracture Dynamics. Fracturing of Metals**, American Society for Metals, Cleveland, 1948, pp. 147 – 166.
- [9] KANNINEN, M. F. and POPELAR, C. H., **Advanced Fracture Mechanics.** Oxford Engineering Science Series 15, 1985.
- [10] NORMAN E. DOWLING. **Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue.** Third Edition, Editora Pearson Prentice Hall, 2007.

- [11] OROWAN, E., **Fracture and Strength of Solids**. Reports on Progress in Physics, Vol. 12, 1948, p. 185.
- [12] SOARES, Poliana Alexandre. **Determinação da tenacidade à fratura de juntas soldadas constituídas de aços inoxidáveis ferríticos utilizados na indústria do petróleo**. 2009. 56 f. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Programa de Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.
- [13] STROHAECKER, Telmo Roberto. **Apostila do Laboratório de Metalurgia Física**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 1998.
- [14] SUMPTER, J.D.G. **An alternative view of R curve testing**. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 64, 1999, pp. 161-176.
- [15] WELLS, A.A., B.SC. (ENG). **Application of Fracture Mechanics at and Beyond General Yielding**. B.W.R.A. REPORT, Vol. 11, 1963, pp 563 – 570.
- [16] WESTERGAARD, H.M., **Bearing Pressures and Cracks**. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, 1939, pp. 49-53.